

# 科技史文集

第 8 辑

KEJISHI WENJI

## 数 学 史 专 辑

- 评李约瑟著《中国科学技术史》一书的数学部分
- 我国古代测望之学重差理论评介兼评数学史研究中的某些方法问题
- 中国使用数码字的历史
- 刘徽对整勾股数的研究
- 《九章算术》中的整数勾股形研究
- 刘徽的数学思想
- 刘徽《海岛算经》造术的探讨
- 王孝通《缉古算经》校证
- 中国古代不定分析若干问题探讨
- 学习《数书九章》札记二则
- 我国古代球体几何知识的演进
- 略论梅文鼎的《方程论》
- 界画、《视学》和透视学

上海科学技术出版社

# 科技史文集

第8辑

---

数学史专辑

自然科学史研究所  
数学史组<sup>编</sup>

上海科学技术出版社

科技史文集(八)

数学史专辑

自然科学史研究所 编

数 学 史 组

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路 450 号)

新华书店上海发行所发行 江苏扬中印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 11.5 字数 270,000

1982年9月第1版 1982年9月第1次印刷

印数: 1-6,100

统一书号: 13119·954 定价: (科五)1.25元

## 出 版 说 明

《科技史文集》是供发表科技史研究成果,整理介绍有关文物、史料,开展学术讨论,反映国内外对科技史研究动态的园地。

本文集是一种不定期连续出版的丛刊,根据内容分为分学科的专辑和多学科的综合性文集两类,统一按出版顺序依次编号。多学科的综合性文集由中国科学院自然科学史研究所主编,各专辑则分别由各有关单位或有关编辑机构主编。本文集收编本国作者的工作成果和著述。

欢迎从事和关心科技史研究工作的同志积极提供意见、建议和稿件,以便使这项工作能更好地为加速实现我国科学技术现代化作出贡献。

上海科学技术出版社

## 目 录

评李约瑟著《中国科学技术史》一书的数学部分 .....	杜石然 梅荣照( 1 )
我国古代测望之学重差理论评介	
兼评数学史研究中某些方法问题 .....	吴文俊( 10 )
中国使用数码字的历史 .....	严敦杰( 31 )
刘徽对整勾股数的研究 .....	李继闵( 51 )
《九章算术》中的整数勾股形研究 .....	郭书春( 54 )
刘徽的数学思想 .....	李 迪( 67 )
刘徽《海岛算经》造术的探讨 .....	白尚恕( 79 )
王孝通《缉古算经》校证 .....	白尚恕( 88 )
中国古代不定分析若干问题探讨 .....	李文林 袁向东(106)
学习《数书九章》札记二则 .....	郭书春(123)
我国古代球体几何知识的演进 .....	沈康身(128)
略论梅文鼎的《方程论》 .....	梅荣照(144)
界画、《视学》和透视学 .....	沈康身(159)

# 评李约瑟著《中国科学技术史》一书的数学部分

杜石然 梅荣照

## (一) 概略的评论

中国古代数学,和中国古代其他门类的科学技术一样,同样可以说是源远流长,成就辉煌的。

早在春秋战国时代,我国已有了完备的十进地位制记数法和包括分数在内的四则运算;这在世界上是最早的。近年在长沙马王堆西汉墓中发现的珍贵的古地图,说明两千多年前中国的测量数学已有较高水平。《九章算术》(不迟于公元一世纪)中记载的正负数概念和联立一次方程组解法,都是世界上最早的记载。祖冲之(429—500)算得的小数点后6位准确的圆周率,这记录曾保持了近千年之久。高次方程数值解法、一次同余式理论和高次差的招差法等等我国十三、十四世纪宋元时期所取得的成就,都早于西方同类成果五百年以上。

但是到了近代,西方由于资本主义的兴起促进科学技术的进步,数学也由常量数学时期发展进入到变量数学时期。而中国数学,则和中国整个社会长期停滞于封建社会一样,发展得比西方缓慢得多,以至逐渐地落后了。于是带有偏见的一些西方的科学史工作者,便以近代中国数学落后为依据推断我国古代数学水平不高,从而否定中国古代数学的伟大成就,有些人还坚持中国文化西来说,用以否定中国数学在世界数学发展进步中应有的地位。

当然也有不少西方数学史工作者抱有较为正确的态度:例如著名的美国科学史家萨顿(G. Sarton)、卡约黎(F. Cajori)、史密斯(D. E. Smith)等人的著作,对中国古代数学,就有些较好的叙述。但是由于他们都没有直接接触中文原始资料,因此他们的局限性还是很大的。

李约瑟《中国科学技术史》的数学部分,是目前西方世界中唯一的一本系统论述中国数学史的专册。由于作者和他的合作者(华裔的王铃先生)可以直接接触原始的中文材料(包括极为丰富和极有价值的中国数学史工作者的研究成果),这使得作者取得了许多前人所不能与之相比的成就。从书后所附的文献目录来看,作者参阅了中文和日文的论文和专著(包括中国古代典籍)近五百种,参阅了西文的书刊文献一千五百种以上。其中包括我国数学史专家李俨、钱宝琮、严敦杰等人和日本著名数学史家三上义夫、数内清等人的著作。所有这一切,使得作者能够排除过去一些西方数学史家(如 Sédillot、Van Hée、Rouse Ball 等)的偏见,对中国古代数学的成就及其在世界数学发展中的地位作出比较符合客观实际的论述和比较正确的评价。

整个数学部分作为《中国科学技术史》这部巨著的第十九章而被放在第三卷之中,是分科叙述各学科发展成就的第一个学科。其所以把数学作为各学科之首,李约瑟在引言中解释说“由于数学和各种科学假说的数学化已经成为近代科学的脊梁骨”,所以“首先从数学入手

应该是适当的”。(1页)这理由是否充分姑且不论,作为前后次序,我们认为作者把数学安排在天文学(第二十章)之前是合适的。

包括引言在内,全章共分十一节。在紧接引言的第二节中,李约瑟介绍了“记数法、位值制和零”。他说“商代的中国人似乎是最先能够用9个数字来表示不管多大的数的”(32页),又说“算筹数字的历史可推至周代中期”(15页),作者充分肯定了中国古代数学的这一杰出成就并且对十进制制给出了很高的评价,他说:“如果没有这种十进制制,就几乎不可能出现我们现在这个统一化的世界了”(333页)。这种评价实际上并不过份。

在第三节中,李约瑟以“中国数学文献的几个主要里程碑”为题分三大段:(1)从远古到三国(三世纪),(2)从三国到宋初(十世纪),(3)宋、元、明时期。从数学书籍文献的角度叙述了整个中国古代历代出现的重要数学典籍。像整个巨著的其他卷章一样,李约瑟在本节中也夹叙夹议对各种古代典籍中所记载的突出成就进行了叙述。但是作者对清代的数学著作几乎全然没有涉及,这可以说是不足之处。

从第四节开始,作者用了六节——大约占全书二分之一的篇幅按计算工具、自然数、非自然数的演算、算术、几何、代数等方面,分别叙述了中国古代数学的成就。李约瑟在这里征引了大量的东西方文献材料,有不少非常出色的叙述。他以大量的无可辩驳的事实,说明了中国古代数学在世界数学史上所应占的地位。

在圆周率方面,李约瑟指出:“中国人不仅赶上希腊人,并且在公元第五世纪祖冲之和他的儿子祖暅之的计算中又出现了跃进,从而使他们领先了一千年”(226页)。

对于巴斯噶于1665年发表的所谓“巴斯噶三角形”和阿皮亚尼斯于1527年出版的二项定理系数表,李约瑟认为14世纪中国朱世杰的《四元玉鉴》已有所论述,他说:“但是,如果阿皮亚尼斯、吴脱德(Oughtred)、施蒂费尔(Stifel)和巴斯噶能够看到朱世杰的《四元玉鉴》(1303),他们肯定会大吃一惊”(299页)。实际上,比朱世杰更早的贾宪已发现二项定理系数的三角形。

关于高次数字方程求根法,李约瑟认为:“中国数学在这方面长期遥遥领先”(290页)。意大利的鲁非尼于1802年,英国的霍纳于1819年才提出一个相同的方法。

对于内插法,李约瑟指出:“中国的这种方法似乎是显著地领先的,因为欧洲直到十七、十八世纪才采用并充分掌握这种方法”(283页)。

限于篇幅,在此不能一一介绍。所有这些结论都是经过充分研究中国的原始材料和对照比较外国的材料才得出来的,因此是科学的、有说服力的。

当然也有不足之处。例如对宋元时期的天元术、四元术、一次同余式理论和招差术的叙述似都嫌过于简略。个别的地方还有些差错,例如关于四元消法和西尔维斯特(Sylvester)的同类工作的对比(105页),以及对高阶等差级数的叙述(306页)等等。这些都是中国的数学史工作者早年工作时的疏忽造成的。这些疏漏之处,在解放后特别是六十年代以后出版的中国数学史著作中大多被中国学者自己所纠正。李约瑟的数学分册英文版是1959年刊出的,他没有来得及吸收这些新中国成立后中国数学史工作者的新的研究成果,是可以理解的。

李约瑟数学分册的最后两节,我们认为是很重要的两节,也是写得非常精采的两节。

在第十节“影响和交流”的标题下,作者叙述了古代东西方数学间的相互影响和交流的问题。他以全书总结的笔法,再一次明确阐述了全书开头引言中就提出的全书宗旨。作

者写道：“古代美索不达米亚文化在中国的具体影响是有限的，……在中国除了传统的甲子周期外，几乎看不到六十进位算术的痕迹”，“中国对分数的处理与古埃及是根本不同的”，因而形成“中国数学与旧大陆其他重要文化区的数学之间似乎发生过的接触，把我们收集到的资料放在一起也没有多少”的结论（323页）。“但是，当问到有什么数学概念似乎是从中国向南方和西方传播过去的时候，我们却发现有一张相当可观的清单”（323页）。作者搜集了共十四项重要内容，其中包括十进位值制记数法、开方法（包括高次方）、“三率法”、分数的表示方法、负数、勾股定理的弦图验证法、《九章算术》及刘徽注中一些勾股测望问题、《九章算术》中面积体积的近似公式在印度数学著作中的再现、代数关系式与几何关系式的一致对花刺子模的影响、盈不足术、孙子和百鸡等问题的西传、高次方程数值解法、二项定理系数表等等。所有这些，大多数是有根据的论述，有些是初步的探讨。通过这些叙述，不仅有力地驳斥了过去西方数学史家的偏见，更重要的是对全面地、客观地描述世界数学的发展作出了重要贡献。过去虽然印度数学史家凯伊(Kaye)和日本的三上义夫都曾提到一些这方面的内容，但都不如李约瑟在本书中叙述的详实和精采。作者在行文中和全书最后所给出的有关文献目录，对于这个问题感到兴趣的读者说来也是很难得的材料。

全书的最后一节，作者对东西双方古代数学的特点进行了对比。其中关于中国古代数学的弱点和优点的分析，尤其是对弱点的分析，对我们很有启发。各民族总都有自己的精品，也应该看到其他国家民族的长处并善于相互学习，共同推进人类文明的发展。

## （二）关于近代自然科学为何不发生在我国的问题

在最后一节中，李约瑟还着重探讨了近代自然科学为什么不能发生在我国——这个举世注意的比较大的问题，我们想在下面就这个问题着重地探讨一下。

李约瑟教授认为：这种“注定使世界发生变化”的“数学与科学在性质上有了全新的结合”不是发生在我国古代和中古代而是发生在欧洲；更清楚的提法是：近代自然科学不是发生在我国古代而是发生在伽利略时代的欧洲。为什么？这是世界科学发展的一个重大问题，也是世界数学发展史的一个很有意义的问题。正如李约瑟说的，是“可以称为本书计划中的焦点的问题”（334页）。李约瑟在数学这一章中，用了八分之一的篇幅来论述这个问题，足见其重视程度。因此我们也很想就这个问题谈谈我们的看法。

这里李约瑟提出了三个问题：中国传统数学为什么在宋元以后没有得到进一步的发展？中国传统数学为什么没有发展成为近代数学？为什么近代自然科学不是发生在我国古代和中古代而是发生在伽利略时代的欧洲？这三个问题既有区别，又有联系，在内容上一个比一个更多、更深、更广。这三个问题，李约瑟在第十九章第十一节（中国和西方的数学和科学）都涉及到。但很明显，他的重点是放在最后一个问题。

首先谈第一个问题。我国古代传统数学经宋元时代达到了高峰以后，从明初开始，除了适应当时商业发展需要的珠算得到广泛的应用外，原来以筹算为中心而发展起来的理论数学就完全停滞不前了。关于这个问题，李约瑟提到了两个方面的原因。第一个原因是我国古代传统数学本身存在的弱点，包括缺乏严格求证、形式逻辑没有发展起来和缺乏记录公式的符号方法。对前两个弱点，李约瑟除了引用三上义夫等人的说法以外，他还在不同的地方多次作了补充。例如：“在从实践到纯知识领域的飞跃中，中国数学是未曾参与过的”（337页）；“为数学”而数学的场合极少。……他们感兴趣的不是希腊人所追求的那种抽象的、系统化的学院式真理”（342页）等等。对后一个弱点，李约瑟引用了美国数学史家卡约黎的



说法。但是，卡约黎只是说宋元代数数学那种方块式的记法阻碍了它的进一步发展。而李约瑟却进一步说：“中国数学家从未自发地发明任何记录公式的符号方法，在耶稣会传教士入华以前，数学上的陈述主要是用文字写出的”(338页)，并认为“筹算盘与珠算盘的普遍应用”是“一个阻碍因素”(338页)。第二个原因是社会原因。李约瑟认为中国古代数学主要与历法有关，它属于正统的儒家知识和非正统的道家知识，而这些必然导致它只注重具体数字，阻碍考虑抽象的概念(340页)。另一个社会原因是明代理学的反动统治，使儒生们不重视数学研究(343页)。这一点只用了两句话，一掠而过。很明显，李约瑟强调的是中国数学本身的弱点。

关于这个问题，明代科学家徐光启指出：“其一为名理之儒，土直天下之实事，其一为妖妄之术，谬言数有神理，能知未来藏往，靡所不效”。徐光启强调的两点都是属于社会原因。

数学是从客观世界抽象出来的关于数与空间形式的科学。因此，从总的方面来说，它是服从于社会发展的一般规律。但是当它一旦形成专门的科学以后，它又有独立的、特殊的规律，它的有些概念和内容甚至可以超越社会的时代而产生的。例如变量数学的极限概念可以出现在奴隶社会与封建社会；欧洲封建社会的数学在许多方面都不如奴隶社会的希腊；中国在明中期以后出现了资本主义萌芽，社会是向前发展了，但数学却比宋元时代落后。这些现象是不是取决于数学本身的优缺点呢？也不能这样说。例如文艺复兴时代奉为至宝的古希腊科学到了封建社会却进入了一个黑暗时代，我们不能说科学的这黑暗时代是古希腊科学的缺点所决定的。就中国古代数学来说，如果李约瑟列举的弱点是存在的话，这些弱点恐怕也不是在宋元时代才开始出现，到明代更加严重，而是在整个发展过程中就存在的。我们认为：一个阶段数学发展的情况是由这个阶段数学知识的积累，社会上特别是生产上(包括通过其他自然科学)对数学的需要，数学研究的条件以及从事数学研究的人的思想等多种因素决定的。中国古代传统数学经过宋元时代达到高峰以后，从数学发展本身来说，是需要一个知识的再积累时期，才有可能出现新的高峰。但从明代开始，封建社会已进入晚期，幼弱的资本主义萌芽在坚实的封建土壤中没有成长起来。封建统治阶级，为了维护其多方面受到冲击的政权，动用了二千多年来的统治经验，一方面采取残酷的高压政策，另一方面捧出程朱理学、陆王心学作为麻醉人民的思想武器。在这种情况下，一般儒生就像徐光启说的那样，不是鄙视数学研究，就是视数学为神秘莫测的东西。他们对宋元时代的数学连看也看不懂，怎么能谈得上识别宋元数学的弱点从而把它推向前进呢！

我们认为中国古代传统数学是有缺点或弱点的，但我们并不完全同意李约瑟的有关提法。所谓缺乏“严格求证”，“形式逻辑没有发展起来”，未曾参与“从实践到纯知识领域的飞跃”，没有追求“抽象的、系统化的学院式真理”，“从未自发地发明任何记录公式的符号方法”等等提法，显然是言过其实的。中国古代数学，从第三世纪的赵爽、刘徽开始，所有数学方法、公式、定理几乎都有证明，这种证明是采用“析理以辞，解体用图”的注解形式；一切数学名词(数学概念除外)都是约定俗成，不需定义；证明中所用到的公理(据我们了解，除了与平行公设有关的公理外，其他欧几里得几何学中的公理几乎全部都有；而且曾被认为是卡瓦列里发现的公理，祖暅之在第五世纪末就已得到)认为是理所当然的，不必事先专门列出；公式、定理往往是和具体问题结合在一起的；证明的过程是符合形式逻辑的。不过，从严格的形式逻辑的要求来看，这种表述方式是不够严密的，没有形成一个完整的系统。关于从未参与“从实践到纯知识领域的飞跃”和没有追求“学院式真理”指的是什么含义，李约瑟没有说得很清

楚。如果它指的是抽象性不高，我们很难完全同意。因为高与不高只能相对于同时代的世界其他地区的数学而言。而像正负数运算法则、方程组解法与剩余定理等远远领先于其他地区的数学成就，就很难说它是抽象性不高了。如果它指的是严格的数学概念与由逻辑推理而得到的数学知识，那末在春秋战国时代的墨家和名家的著作以及刘徽的《九章算术》注中，可以找到不少这方面的数学概念和数学知识。所不同的是这些知识在中国古代数学中没有受到应有的重视，因而也没有得到进一步的发展。在相当一部分中国古代数学家中，他们对待数学研究常存在着“可以兼明不可以专业”的适可而止的思想，因此，在问题用到的公式、定理得到证明以后便止步了，不再作进一步的推论或系统性的研究。这个缺点是妨碍中国古代数学取得更大成就的。至于“中国数学家从未自发地发明任何记录公式的符号方法”，这完全不符合事实。宋元时代的天元术和四元术，用天、地、人、物表示未知数，用方程系数组成的方块表示方程式或方程组，这不是一整套具有中国特点的符号方法吗？用近代对符号更高的要求来看，这套表示法当然存在着缺点和局限性，例如它没有用别的符号表示所有的常数，方块式表示法只能发展到四元术等。卡约黎说这种方法“阻碍了它的进一步发展”是有一定道理的。但是，如果把这一表示法的成就放到当时同时代的西方人面前，恐怕也使他们望洋兴叹吧！

第二个问题：中国传统数学为什么没有发展成为近代数学？近代数学属于近代自然科学，因此这个问题与近代自然科学为什么不是发生在中国古代同属一个问题。但正如前面已经提到的，数学自形成专门的学科以后，又有它的独立性和特殊性，在某些特定的场合或个别的方面可以超越社会的时代。因此，近代数学能不能产生于封建社会的中国，还是值得讨论的问题。李约瑟提到：“在1550年，欧洲的数学并不比阿拉伯人从印度人和中国人继承来的发现更为先进。但在欧洲，紧接着却发生了一系列全新的事情——维叶特(1580年)和雷科德(1557年)终于精心制订了一套令人满意的代数符号，斯特文(1585年)充分估价了十进小数的功用，内皮尔在1614年发明了对数，岗特在1620年创造了计算尺，笛卡儿在1637年建立了坐标和解析几何，1642年出现了第一个加法计算机(巴斯噶)，牛顿(1665年)和莱布尼茨(1684年)完成了微积分学”(349页)。这段话，实际上提出了这样一个问题：为什么这一系列全新的事情不是发生在比当时欧洲的数学先进的印度和中国？李约瑟接着引用了所谓经常的说法，就是欧洲人把印度人和中国人发展起来的代数方法用到希腊人及其继承者发展起来的几何学(李约瑟特指逻辑演绎几何学)领域中去，“这是在精密科学的前进中所迈出的最大的一步”(349页)，而中国人虽然过去也一直是用代数方法来考虑几何问题，但这种几何问题不是希腊的逻辑演绎几何学。言外之意是中国古代传统数学没有发展成为近代数学是由于缺乏希腊的逻辑演绎几何学。在这以前，李约瑟在谈到希腊数学时引用了怀特黑的话：“……外尔斯特拉斯的极限理论和康托的点集理论，是远比我们近代的算术、近代的正负数理论、近代的函数关系图示法或近代的代数变换概念，更加接近于希腊人的思想模式的”(336页)。这段话，虽然否定了希腊人发现了近代数学的基础，但对它在近代数学发展中的作用估价是很高的。

我们认为，古希腊在奴隶社会就出现了欧几里得、亚基米德与阿波罗尼等人提出的几何学，水平是很高的。其中以欧几里得《原本》为代表的逻辑演绎几何学，在后来公理法、非欧几何学以及其他数学发展中所起的历史作用应该给以充分的肯定。但是，把代数学与这种逻辑演绎几何学的结合看成是“精密科学的前进中所迈出的最大的一步”和中国古代传统

数学没有发展成为近代数学是由于缺乏这种几何学,这种看法是值得商榷的。

为了便于讨论,我们把李约瑟提到的近代数学一系列全新的事情缩小到解析几何与微积分学,前者引入了变量的概念,后者已经达到了与过去常量数学完全不同的变量数学,可以作为近代数学的标志。

的确曾经有人认为,解析几何学是代数学与几何学结合的结果。我国古代最初的解析几何译本都是称为代数几何。解析几何学的一般坐标概念尽管可以追述到很早,但从它的创始者笛卡儿和费尔玛的著作来看,他们主要是研究曲线如何用代数式表示以及两个变数的一次与二次代数式是表示什么形状的曲线。解决这个问题关键是引入了把曲线上变动的点和代数学上的一对变数建立一一对应关系这样的坐标概念。众所周知,阿基米德和阿波罗尼不仅研究了圆锥曲线,并且对个别曲线已提出了初步的表示方法。因此,与其说解析几何学的产生是继承了欧几里得《原本》为代表的逻辑演绎几何学,不如说是继承了阿基米德和阿波罗尼的有关圆锥曲线的几何学。回头再看看中国古代的情况:中国古代数学确实像李约瑟说的那样擅长于代数学,也有独具一格的几何学,并且很早就用代数方法解决几何问题。这里所说的几何问题往往只是限于勾股问题与面积体积问题,根本没有接触到圆锥曲线的性质及其表示方法的研究。直到明末清初,希腊的圆锥曲线的知识经传教士之手带进来以后,中国学者在相当长时间内也是偏重于计算这些曲线所围成的面积,很少讨论曲线的表示方法和曲线的性质。因此解析几何学既没有产生于代数与几何结合的三国时代,也没有产生于希腊数学传进来以后的明末清初。这不能不说是与中国传统的数学思想和数学方法有关系的。

关于微积分学的产生,除了数学基础以外,应该包括社会条件和自然科学的基础。数学基础是什么?许多西方学者把微积分学的发展分为极限概念、求积的无限小方法、导数和定积分的互逆关系三个阶段,并认为最后一步是由牛顿和莱布尼茨完成的。其他阶段可以从华里斯、费尔玛、卡瓦列里、笛卡儿、刻卜勒一直追述到古希腊的阿基米德。从科学发展的继承性来说,这样的分析无疑是有道理的。对于前两个阶段,中国古代学者的工作一点也不比西方逊色。在墨家和名家的著作中,已经有了有穷、无穷、无限小(最小无内)、无限大(最大无外)的定义,有了极限(一尺之捶,日取其半,万世不竭)、瞬时(镞矢之疾而有不行不止之时)等概念。第三世纪的刘徽更进一步发展了极限的思想,具体应用到求圆的面积与方锥体积中。关于卡瓦列里求积的无限小方法,从刘徽对圆锥、圆台、圆柱的体积公式的证明到公元第五世纪末祖暅之求球体积的方法,都可以找到。但是,有了前两个阶段的工作,并不等于完全具备了微积分学产生的条件。正如前面已提到的,还需有社会条件和自然科学的基础。实际上,用严格的极限来定义导数和定积分是在微积分学产生以后作出的。从牛顿和莱布尼茨的工作中我们可以看到,牛顿是从研究物体运动的速度、莱布尼茨是从研究曲线的斜率得到导数的。他们的共同点就是用变化的观点,引进了变化的量,研究变化着的运动,这是当时自然科学的蓬勃发展,特别是力学、运动学的发展向数学提出的要求。其次,在数学运算中引进无限小量与无限大量的方法,已不仅是逻辑推理的结果,而且是当时资本主义社会发展与科学技术进步的要求在数学方法上的反映。正如恩格斯指出:“社会一旦有技术上的需要,则这种需要就会比十所大学更能把科学推向前进”。中国古代数学,尽管可以在个别问题上,如剩余定理、二项系数表、高次方程数值解法等,先于资本主义社会而在封建社会出现,尽管可以在微积分学的前两个阶段有着出色的工作,但由于缺乏社会和自然科学的动

力,因而没有实现微积分学最后的也是关键的一步。

第三个问题:近代自然科学为什么不是发生在中国古代和中古代而是发生在伽利略时代的欧洲?李约瑟把“各种科学假说的数学化”,“数学与科学在性质上有了全新的结合”,“数学与科学的富有成果的结合”,看成是近代自然科学的同义语。数学的发展从来就是与自然科学结合在一起的,因此李约瑟加上了“全新的”“富有成果的”形容词,以便把近代科学与古代和中世纪的科学区别开来。所谓“各种科学假说的数学化”就是用数学的符号公式来表达自然现象的规律,在西方一般以伽利略、笛卡儿、惠更斯、牛顿等人为最早的代表。为了回答上述的问题,李约瑟研究和分析了伽利略的科学方法。他把伽利略的方法分为下列几个步骤:

- (1) 从所讨论的自然现象中选择出几个可以用数量表示的特点。
- (2) 提出用数学公式表示的科学假说。
- (3) 进行有意识的、人为的实验,验证所提出的科学假说。
- (4) 肯定或否定所提出的科学假说(在这基础上有可能提出科学的“预言”)\*。

李约瑟认为,伽利略的方法是继承和发展了以达芬奇为代表的工艺实践的方法和以帕多瓦大学阿威罗学派为代表的经院哲学。技术家和工匠们根据自然现象中的一些特点,进行自发的实验,提出假设,继续验证;经院学者则从自然现象中选择出有共同特性的几点,归纳出一个特定的原则,再从这原则出发,推导出各种可能的结果,然后用经验进行验证。经过这种分析以后,李约瑟说:“可见,如果说那些高明的匠师的实践接近于伽利略方法的后一部分,即实验部分,那末经院学者的理论则预示了前一部分,即推理部分”(364页)。他还指出:欧洲自然科学的这种进展与十二、十三世纪欧洲“出现了一个脱离以人类为中心的象征主义,而对客观世界显示出真正的兴趣的巨大的潮流”(361—362页)有关。

用上面这种分析来衡量中国古代的情况,李约瑟认为,不管是经院哲学的推理方法还是达芬奇式的工艺实践方法,在中国都是存在的。他用了相当大的篇幅论证了程朱理学中的“穷理”和“格物致知”学说具备了经院哲学方法中的各个步骤:从自然现象中选择出有共同特性的几点,理学家是通过对理的“贯通”来实现的;归纳出一个特定的原则是用“穷理”与“格物致知”的方法来进行的;从原则出发推导出各种可能的结果则是通过“类推”的方法得到;验证所提出的原则没有明确提出,只是引入到“行易知难”问题的讨论中。至于达芬奇式的工艺实践方法,李约瑟认为这是中国古代科学的特色,并且在达芬奇的同时出现了一批与欧洲极为相似的人物,“如宋应星(他可以称为中国的阿格里科拉)、建筑师李诫、著名的药物学家李时珍、园艺家陈溴子、炮手焦玉等等。不管选的是哪一个领域,都有相似的情形;例如在钟表技术方面(尽管时代不同),德东迪可与苏颂相比”(346页)。而在十二、十三世纪欧洲掀起的自然主义运动,“中国也是完全可与欧洲相匹敌的科学运动的舞台”(366页)。所不同的是“欧洲有一些影响在起作用,它们不允许科学只发展到这个阶段,有某种东西暗暗地推动着欧洲,要它把实际知识(即使只是用数量表示出来的经验知识)与数学公式结合起来”。原因在哪里?李约瑟提出:“近代科学的发展不是一种孤立的现象,它是与文艺复兴、宗教改革以及随着商业资本主义的兴起而产生的工业机器生产同时出现的”(378页);“中国人本来是应该注意到船只的力学问题,注意到他们广大的运河网的流体静力学(与荷兰人

\* 原文分为六步,我们把它归纳为四步。见350页

一样)、枪炮的弹道学(他们毕竟比欧洲人早四百年就有了火药)和采矿的水泵的。既然他们没有这样做,那末,难道不应该从这样一个事实——即在帝王将相统治着的中国社会里,私人很少、甚至完全没有从这些事物中得到利益——去寻找答案吗?”(381页)

对于李约瑟上面这样的分析方法和最终的结论,即以伽利略的方法为近代科学的标志,这个方法继承与发展了工艺实践的方法与经院哲学的推理方法,资本主义的兴起促使实际知识与数学公式结合起来,中国没有出现这种结合主要是因为中国仍然停留在封建社会,缺乏产生近代科学的推动力。对于这些,我们基本上是同意的。实际上,近代科学正是在欧洲这块基地发展起来的。伽利略出生在达芬奇的家乡,又曾在帕多瓦从事过研究工作和讲学,资本主义在意大利又较早得到发展,这些都不是一些偶然的巧合。恩格斯曾经指出:“如果说,在中世纪的黑夜之后,科学以意想不到的力量一下子重新兴起,并且以神奇的速度发展起来,那么,我们要再次把这个奇迹归功于生产。第一,从十字军远征以来,工业有了巨大的发展,并产生了很多力学上的(纺织、钟表制造、磨坊)、化学上的(染色、冶金、酿酒)、以及物理学上的(眼镜)新事实,这些事实不但提供了大量可供观察的材料,而且自身也提供了和已往完全不同的实验手段,并使新的工具的制造成为可能。可以说,真正有系统的实验科学,这时候才第一次成为可能。第二,虽然意大利由于自己的从古代继承下来的文明,还继续居于领导地位,但是整个西欧和中欧,包括波兰在内,这时候都在相互联系中发展起来了。第三,地理上的发见——纯粹为了营利,因而归根结底是为了生产而作出的——又在气象学、动物学、植物学、生理学(人体的)方面,展示了无数的直到那时还得不到的材料。第四,印刷机出现了”(恩格斯:《自然辩证法》第163页)。对于后一点,即资本主义生产对近代科学发展的作用是十分重要的。然而,李约瑟只是列举帕乔利、哥白尼、斯特文、雷科德、弗朗西斯科里奇等人的数学著作与言论中都与商业和工业有关来作为说明,我们认为是太过简略了。

李约瑟在分析讨论中涉及到的一些内容,特别有关宋元理学的评价,我们有一些不同的看法。

首先是关于科学发展的继承性问题。我们认为对以往的东西,应该是批判性的继承,而不是兼收并蓄,更不能把糟粕当成精华。例如李约瑟谈到的经院哲学,有科学的成分,但更多的是宗教信条,严重束缚着科学的发展。近代自然科学正是在不断批判其中的糟粕,吸收其科学的成分而发展起来的。科学假说的数学化也正是在怀疑和否定经院哲学的宗教信条下产生的。笛卡儿就曾提出,经院哲学“没有一件事不是可疑的”,只有几何学与算术的结论才是可以信任的。因此在他的哲学体系中,企图把数学推理的方法应用到一切科学中和自然界的秘密中。这样的思想和著作在当时是遭到教会和法院明令禁止的。

关于程朱理学,科学的成分就更少了,而李约瑟几乎把它作为提供了一个重要科学方法来分析,这是不恰当的。这一点,已故钱宝琮先生在《宋元时期数学与道学的关系》一文中已作了专题的论述。在这里,我们只简单提出几点:第一,理学家所追求的理并不是客观规律的反映,而是先于物质存在的玄而又玄的东西;第二,理学家提倡的“格物致知”并不是要人们研究社会和自然界的客观规律,而是要人们去“穷天理,明人伦,讲圣言,通世故”,只有这样才能“豁然贯通”,达到他们所说的理;第三,宋元科学是在批判了理学之后才得到蓬勃发展的。

其次是关于数学与科学的“全新结合”或“富有成果的结合”问题。李约瑟强调的显然是结合的形式。前面已经指出,数学的发展从来就是与自然科学结合在一起的,特别在中国古

代，像李约瑟所说的那种纯粹逻辑推理的数学是很少的。但是我们很难说中国古代数学与天文学的结合不是“富有成果的结合”，也很难说欧洲有些从不与数学结合的科学不是近代自然科学。这里的关键是结合的内容。自然科学研究的对象和内容是与社会的发展相联系着。随着资本主义的兴起，不仅过去的一些自然科学，如天文学、力学、物理学、解剖学和生理学的研究得到复兴，而且不断出现新的自然科学领域，如化学、气象学、动物学与植物学等，而物理学的内容也重点转到力学与运动学的问题上。至于数学，李约瑟已经指出，从1550年以后，在欧洲紧接着发生了一系列全新的事情，数学内容已由常量数学转向变量数学。正是这些崭新的内容决定了科学与数学的“全新结合”，而在中国古代，也正是缺乏这些新的内容，因此才没有发生这种结合。

最后的一个问题就是中国在明中叶出现资本主义萌芽到西方近代自然科学传入以前的二百多年中，中国科学的发展情况，李约瑟却略而不论。他曾多次提到，十三世纪以后中国古代传统数学已停滞不前，十三世纪中国出现的所谓科学运动在十四世纪以后已呈现出显著衰退的现象等等。这大概是他略而不论的理由吧。实际上，近代自然科学要是在中国产生的话，较大的可能性就是产生在这个时代。这个时代出现了资本主义的萌芽，出现了类似法兰西斯·培根这样的人物徐光启。徐光启在天文观测、农业开垦、水利测量等方面亲自参与实验；在农学、天文学的研究中，他应用了从广泛搜集材料定出自然规律的归纳法，也应用了从已发现的自然规律用以预告未来的演绎法；在数学研究中，他接受了欧几里得《几何原本》的逻辑推理思想，认为“此书为益，能令学理者，祛其浮气，练其精心；学事者，资其定法，发其巧思。故举世无一人不当学”。他亲自领导编纂的《崇祯历书》（共一百多卷）中，分法原、法数、法算、法器、会通五个基本项目，其中法原就是天文数学的基本原理，占全书的30%，对理论是十分重视的。这种科学思想和科学方法不是远比宋元理学的思想和方法更加高明、更加接近伽利略的方法吗？但是由于明代封建统治者在学术上推行一系列反动的措施，徐光启的这种科学思想和科学方法在当时没有多大市场；资本主义萌芽也由于封建统治者的高压政策而枯萎，使自然科学发展缺乏足够的社会动力。因此李约瑟所提出的数学与科学在性质上的“全新结合”也没有在这个时代出现。

以上就是我们对李约瑟著《中国科学技术史》一书数学部分的一些看法，很不成熟，误谬处请同志们指教。

中国古代数学史和中国古代其他门类的科学技术史一样，都是全世界人类文明的共同财富。李约瑟教授书中的数学分册出版至今已有二十年了，我们非常希望作者能对已出版的这一部分进行增补，同时也希望能有更好的中国数学史著作问世。

# 我国古代测望之学重差理论评介 兼评数学史研究中某些方法问题

吴文俊

## 一、引言

在《中国古代数学对世界文化的伟大贡献》一文中，顾今用同志曾经指出：

“代数学无可争辩地是中国的创造，……，甚至可以说在16世纪以前，除了阿刺伯某些著作之外，代数学基本上是中国一手包办的了”。

顾今用同志还指出：

“中国的劳动人民……实质上达到了整个实数系统的完成。特别是自古就有了完美的10进位值制的记数法。……。这一创造对世界文化贡献之大，如果不能与火的发明相比，也是可以与火药、指南针、印刷术一类发明相媲美的”。

“不仅在数学系统的完成上或是在代数学的创立上，就是在几何学上，我国古代也有着极其辉煌的成就。我国古代的几何学，立足于广大劳动人民的丰富实践经验，从天文观察与工农业建设中发现问题，提出问题，抓住了几何学的核心与实质，建立了具有我国特色的几何学体系。既有丰硕的成果，又有系统的理论，其内容有许多是微积分得以创立的关键所在，而是希腊的几何学所未能做到的。但是大多数西方数学史家对几何学一向标榜欧几里得体系，推崇备至，而对中国古代的几何学则以为不足道，甚至认为一无所有。对此，我们有着截然不同的看法。我国的数学工作者们，也应该认真调查、弄清事实以明辩是非，而不能把西方言论视为当然。”

恩格斯曾经说过：

“和其它科学一样，数学是从人的需要中产生的；是从丈量土地和测量容积，从计算时间和制造器皿产生的。”

我国古代人民，正如其他各地的许多古代民族一样，观天测地，从事土地的丈量、容积的测量、时间的计算等等生产活动，在此基础上创造了我国固有的古代几何学。从远古时期起，即有了一般形式的勾股定理，并应用之于测日之高远大小，具见《周髀》一书。秦汉时期又发展了勾股理论并导致二次方程，成为我国一千多年代数学蓬勃发展的主要源泉之一。到魏晋时期，《周髀》以之观天者，刘徽以之测地，建立了测高望远的重差理论。另一面，土地的丈量与容积的测量产生了面积与体积理论，并提炼出出入相补这一一般原理，到五世纪南北朝时期又提出了祖暅之原理。这些一般原理的建立，说明了我国古代人民不仅能紧密联系实际，善于分析问题解决问题，而且有着高度的抽象与概括能力。不仅脱离实际把量度排斥于几何学之外的欧几里得所无法比拟，甚至也是虽重视实际但偏重技术缺少概括的阿基米德与海伦所不及。这些原理，不仅使欧洲直至19世纪末才弄清楚的体积问题早在祖暅之时代即

已具备了完满的基础,且为后世微积分的建立创造了条件。而且,与希腊欧几里得几何的形数割裂者恰恰相反,我国在数学发展过程中自始至终是把空间形式与数量关系溶合在一起的,因而数系统的建立与臻于完备,以及代数学的发生发展,也始终与几何学的发展贯串在一起。到宋元之世天元——也即未知数概念的明确引入,代数式与其代数运算的阐明,以及几何代数化方法的逐渐成熟,更为解析几何的创立开辟了道路。诚如顾今用同志所说:

“……到宋元之世,已经具备了西欧 17 世纪发明微积分前夕的许多条件。不妨说我们已经接近了微积分的大门”。

由于我国数学上成就之极端重要与丰富多采,即使只局限于几何学范围,也决非少数几篇文章就能阐明。本文将只就几何学成就的一个角落——重差理论作一分析介绍。抛砖引玉,希望其他同志能从各个不同方面与角度进一步深入阐发。

## 二、重差理论历史

由于中国古代经典著作中史料不为一般读者所知,流传不广又不易找到,故把有关重差理论的片段罗列于下,作为全文讨论的依据。

重差理论来源于量日之高远,而量日高远法主要见于公元前 50 至 100 年间成书的《周髀算经》,有关段落(《淮南子》(公元前 120 年左右)与《周礼·地官》也有类似的记述)。如下:

“周髀长八尺,夏至之日晷一尺六寸。髀者,股也,正晷者,句\*也。正南千里,句一尺五寸。正北千里,句一尺七寸。……候句六尺。……故以句为首,以髀为股,从髀至日下六万里而髀无影。从此以上至日,则八万里。若求邪至日者,以日下为句,日高为股。句、股各自乘,并而开方除之,得邪至日。从髀所表至日所十万里。”

除文字记载外,至今河南登封县告成镇即古阳城,还有周代观景台的遗址〔丙 3〕。

三国吴人赵爽为《周髀》作注,作有《日高图》与《日高图说》。《日高图说》全文如下:

“黄甲与黄乙其实正等。以表高乘两表相去为黄甲之实。以影差为黄乙之广而一,所得则变为黄乙之袤,上与日齐。按图当加表高。今言八万里者,从表以上复加之。青丙与青己其实亦等。黄甲与青丙相连,黄乙与青己相连,其实亦等。”

赵爽日高图的原图早已遗失。现传各本中原图俱误,如图 1。钱宝琮依据该图与赵爽注文重绘如图 2。

公元三世纪魏刘徽作《九章算术注》。序中说:

“……《周官》大司徒职,夏至日中立八尺之表,其景尺有五寸,谓之地中。说云,南戴日下万五千里。夫云尔者,以术推之。按《九章》立四表望远及因木望山之术,皆端旁互见,无有超邈若斯之类。然则苍等为术犹未足以博群数也。徽寻九数有重差之名,原其指趣乃所以施于此也。凡望极高、测绝深而兼知其远者必用重差。句股则必以重差为率,故曰重差也。立两表于洛阳之城,令高八尺。南北各尽平地,同日度其正中之景。以景差为法,表高乘表间为实,实如法而一,所得加表高,即日去地也。以南表之景乘表间为实,实如法而一,即为从南表至南戴日下也。以南戴日下及日去地为句股。为之求弦,即日去人也。……虽天圆穹之象犹曰可度,又况泰山之高与江海之广哉。徽以为今之史籍且略举天地之物,考论厥

• 句股的勾字,古代均作句,本篇引用的原文均用句字



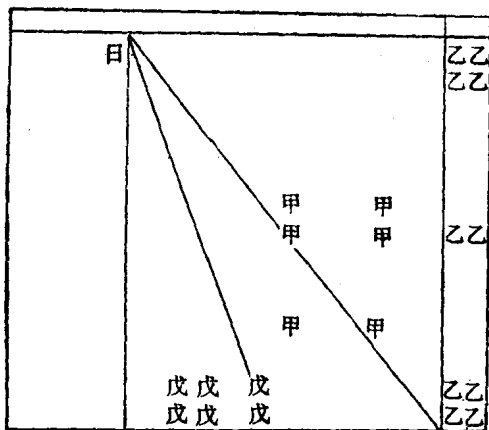


图 1

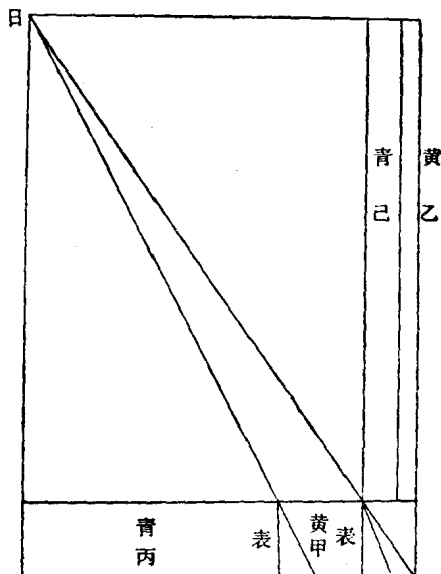


图 2

数，载之于志，以阐世术之美。辄造重差，并为注解，以究古人之意，缀于句股之下。度高者重表，测深者累矩，弧离者三望，离而又旁求者四望。触类而长之，则虽幽遐诡伏，靡所不入。博物君子，详而览焉。”

这一序中概括了日高理论中的三个基本公式（《周髀》与刘徽《九章算术注》中求日径的部份都已略去）：

$$\text{日去地} = \frac{\text{表高} \times \text{表间}}{\text{景差}} + \text{表高},$$

$$\text{南戴日下} = \frac{\text{南表景} \times \text{表间}}{\text{景差}}$$

$$\text{日去人} = \sqrt{(\text{南戴日下})^2 + (\text{日去地})^2}$$

刘徽把这一量日高的理论施之于量“泰山之高与江海之广”，“辄造重差，并为注解，以究古人之意，缀于句股之下。”原来这一重差理论是作为《九章算术注》十卷中的第十卷附于勾股章之后的。唐代把第十卷重差和九章分离而另本单行，改称《海岛算经》。原作有注有图。但此后注图都已失传。现存《海岛算经》只剩九题，其中第一题望海岛照录如下：

“今有望海岛。立两表齐高一丈，前后相去千步。令后表与前表参相直。从前表却行一百二十三步，人目著地取望岛峰，与表末参合。从后表却行一百二十七步，人目著地取望岛峰，亦与表末参合。问岛高及去表各几何。

术曰：以表高乘表间为实。相多为法，除之。所得加表高，即得岛高。

求前表去岛远近者，以前表却行乘表间为实，相多为法，除之，得岛去表里数。”

按我国古算书中的“术”可泛指方法、定理、公式或理论。这里的“术”所涉及的理论可概括为下面两个基本公式：

$$\text{岛高} = \frac{\text{表高} \times \text{表间}}{\text{相多}} + \text{表高},$$