



面向21世纪课程教材

# 材料力学

Mechanics of Materials

陈建桥 主编



华中科技大学出版社

面向21世纪课程教材

# 材 料 力 学

陈建桥 主编

陈建桥 万西玲 张筱玲 编  
李国清 倪樵

华中科技大学出版社  
• 武汉 •

**图书在版编目(CIP)数据**

材料力学/陈建桥 主编

武汉:华中科技大学出版社,2001年4月

ISBN 7-5609-2406-9

I . 材…

II . 陈…

III . 材料力学-高等学校-教材

IV . TB301

面向 21 世纪课程教材

**材料力学**

**陈建桥 主编**

---

责任编辑:钟小珉

封面设计:刘卉

责任校对:蔡晓瑚

责任监印:张正林

---

出版发行:华中科技大学出版社

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87545012

---

经 销:新华书店湖北发行所

---

录 排:华中科技大学出版社照排室

印 刷:华中科技大学出版社印刷厂

---

开本:787×1092 1/16

印张:15.25

字数:256 000

版次:2001年4月第1版

印次:2001年4月第1次印刷

印数:1—2 000

ISBN 7-5609-2406-9/TB·49

定价:18.80 元

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行部调换)

## 内 容 提 要

华中科技大学与其他几所院校共同主持了教育部面向 21 世纪“工科本科力学系列课程教学内容和课程体系改革”的研究项目。本书是根据该项目提出的分层次、模块化课程设置的思想编写的，具有内容紧凑、主干突出、注重基本方法和现代分析计算、贴近工程实际等特点。

本书内容包括：拉(压)杆的强度条件，杆件的扭转，梁的平面弯曲，应力状态与强度理论，组合变形杆的强度，能量法，压杆稳定，弹性力学的基本分析方法，杆件及杆系力学分析的计算机方法等。全书配有适量的习题和参考答案，还安排了解答某些疑难问题的 Tea Time 栏目。

本书可作为工科各专业学生学习材料力学课程的教材，也可作为自学者或工程技术人员的参考书。

## 前 言

任何一门学问,深究下去是没有止境的。所以,学习一门课程或编写一本教材,对其内容须进行取舍。面面俱到和急功近利往往导致不良效果,更无助于学生能力的培养与提高。华中科技大学与其他几所院校共同主持了教育部面向 21 世纪“工科本科力学系列课程教学内容和课程体系改革”的研究项目。本书是根据该项目提出的分层次、模块化课程设置的思想编写的教材之一,力图做到突出主干,注重基础,使学生在有限的学时内掌握材料力学最基本的概念和分析方法,具备材料力学的基础知识以及应用这些知识解决实际问题的能力。

本书第一章到第七章是基本内容。与其他教材相比,编排上要紧凑一些。对概念和原理的叙述力求准确、精炼;对典型问题的分析和讨论,希望能起到举一反三的作用。第八章简要介绍了弹性力学的基本分析方法。通过对比弹性力学的精确结果,读者可以了解材料力学在工程计算中的有效性和适用范围。第九章初步介绍了对复杂的工程构件进行分析和数值计算(借助计算机)的方法。各章后面均配有适量的习题和参考答案,还安排了 Tea Time 栏目,用来解答某些疑难问题,或介绍一些背景知识。

本书可作为中、少学时材料力学课程的教材,供机械、土木、材料、交通、水电及其他有关专业的大学生学习时选用,也可作为自学者或工程技术人员的参考书。大学期间,学生一般要花数千个小时来学习各类课程,但在“如何学习”上花的时间似乎太少。希望读者注意抓住

主线,深入理解本课程的基本思想和方法,以提高学习效率,同时促进学习能力的锻炼和提高。书中不妥或错误的地方敬请读者批评指正。

本书由陈建桥、万西玲、张筱玲、李国清、倪樵等提供初稿。在讨论和试点教学的基础上,由陈建桥进行了几次全面的修改并定稿。黄玉盈教授审阅了本书稿,提出了宝贵的修改意见。陈传尧教授以及力学系许多老师对本书的编写给予了很大的鼓励和支持。在编写过程中,编者还参考了国内外一些相关的教材,在此一并致谢。编者还要感谢华中科技大学出版社的支持和有关编辑耐心、细致的工作,特别要感谢钟小珉编辑为本书的出版所付出的辛勤劳动。

陈建桥

2001年2月于华中科技大学

# 目 录

<b>第一章 绪论</b> .....	(1)
1. 1 材料力学的任务 .....	(1)
1. 2 关于固体变形性质的假设 .....	(2)
1. 3 材料力学的基本概念 .....	(3)
1. 4 应力-应变曲线 .....	(5)
1. 5 材料力学的基本分析方法 .....	(6)
1. 6 拉(压)杆的强度条件 .....	(7)
本章小结 .....	(13)
思考题 .....	(15)
习题 .....	(15)
<b>第二章 杆件的扭转</b> .....	(17)
2. 1 扭转变形与扭矩 .....	(17)
2. 2 圆轴扭转时的应力和变形 .....	(20)
2. 3 圆轴扭转时的强度条件和刚度条件 .....	(26)
2. 4 矩形截面杆的自由扭转 .....	(29)
2. 5 薄壁截面杆的自由扭转 .....	(31)
2. 6 理想弹塑性圆截面杆的扭转计算 .....	(34)
本章小结 .....	(35)
思考题 .....	(36)
习题 .....	(37)
<b>第三章 梁的平面弯曲</b> .....	(42)
3. 1 梁的内力 .....	(42)
3. 2 平面弯曲梁的正应力 .....	(51)

3.3 梁的弯曲剪应力 .....	(57)
3.4 梁的强度计算 .....	(60)
3.5 梁的合理强度设计 .....	(62)
3.6 梁的弹塑性弯曲 .....	(65)
3.7 梁的变形 .....	(67)
本章小结 .....	(73)
思考题 .....	(74)
习题 .....	(75)
<b>第四章 应力状态与强度理论 .....</b>	<b>(85)</b>
4.1 应力状态的概念 .....	(85)
4.2 平面应力状态 .....	(86)
4.3 平面应力状态的图解法 .....	(89)
4.4 平面应变状态的应变分析 .....	(92)
4.5 三向应力状态 .....	(94)
4.6 强度理论 .....	(101)
本章小结 .....	(106)
思考题 .....	(109)
习题 .....	(109)
<b>第五章 组合变形杆的强度 .....</b>	<b>(115)</b>
5.1 弯曲与拉伸(压缩)的组合 .....	(115)
5.2 弯曲与扭转的组合 .....	(120)
本章小结 .....	(123)
思考题 .....	(125)
习题 .....	(125)
<b>第六章 能量法 .....</b>	<b>(130)</b>
6.1 杆件的变形能 .....	(130)
6.2 卡氏第二定理和互等定理 .....	(133)
6.3 虚功原理 .....	(134)
6.4 单位载荷法 .....	(136)
6.5 图乘法 .....	(138)
6.6 静不定问题 .....	(141)

6.7 冲击应力分析 .....	(146)
本章小结 .....	(149)
思考题 .....	(151)
习题 .....	(152)
<b>第七章 压杆稳定 .....</b>	<b>(157)</b>
7.1 压杆稳定的概念 .....	(157)
7.2 细长压杆的欧拉临界压力 .....	(158)
7.3 中、小柔度杆的临界应力 .....	(162)
7.4 压杆的稳定性计算 .....	(164)
7.5 压杆的合理设计 .....	(167)
7.6 纵横弯曲 .....	(168)
7.7 求压杆临界力的能量法 .....	(170)
本章小结 .....	(171)
思考题 .....	(172)
习题 .....	(173)
<b>第八章 弹性力学的基本分析方法 .....</b>	<b>(176)</b>
8.1 材料力学的实用性和有效范围 .....	(176)
8.2 应力和应变 .....	(176)
8.3 平面问题 .....	(179)
8.4 弹性力学边界值问题的求解 .....	(182)
8.5 能量原理和数值计算方法 .....	(185)
本章小结 .....	(188)
思考题 .....	(190)
习题 .....	(190)
<b>第九章 杆件及杆系力学分析的计算机方法 .....</b>	<b>(191)</b>
9.1 杆件横截面几何性质的计算 .....	(191)
9.2 杆件的内力计算 .....	(201)
9.3 杆件的变形和应力计算 .....	(202)
9.4 杆件力学分析的计算机方法 .....	(204)
9.5 位移法简介 .....	(210)
本章小结 .....	(212)

## 目 录

---

思考题	.....	(214)
习题	.....	(214)
附录 A 平面图形的几何性质	.....	(217)
附录 B 型钢表	.....	(226)
附录 C 几种简单荷载作用下梁的挠度和转角	.....	(229)
索引	.....	(231)

# 第一章 絮 论

## 1.1 材料力学的任务

工程中的机械零件或结构构件,统称为构件。构件的形状多种多样,按几何特征主要可分为杆件和板件(图 1.1)。轴、柱、梁等一类构件,其长度远大于横向尺寸,称为杆件。构件的厚度远小于其他两个方向尺寸的,称为板件。板件的中面(平分其厚度的面)是平面的称为板,中面是曲面的称为壳。材料力学的研究对象主要是杆类构件,以及由若干根杆组成的简单杆系,同时也研究一些形状与受力比较简单的板与壳。

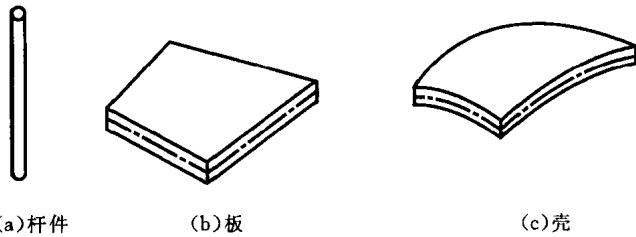


图 1.1 杆件和板件

每一个工程构件都在机械或结构中起一定作用,在工作时受到载荷的作用。这就要求各个构件具有足够的承受载荷的能力。构件的承载能力主要包括三个方面,即强度、刚度和稳定性。所谓强度,就是构件抵抗破坏的能力。构件在正常工作时,发生意外断裂或显著塑性变形是不允许的。如发动机气缸破裂或起重机钢缆绳断裂都可能导致重大事故。刚度是指构件抵抗变形的能力。构件在外力作用下引起的变形不能超过工程上许可的范围。例如,机床的主轴和车身的刚度不够,将影响其加工精度,还会产生过大的噪声;房屋构件的刚度不够,会使居民失去安全感。构件保持原有平衡状态的能力称为稳定性。细长杆承压时突然变弯,或薄壁构件承载时发生折皱都称为失稳,建筑物立柱的失稳可能导致建筑物的整体或局部塌毁。

工程设计的基本要求可归结为两条:安全性和经济性。首先,要求构件满足

强度、刚度和稳定性的要求。其次,要求构件具有最佳的几何形状,材料消耗少,使整个设计达到外形美观、结构合理、重量轻,取得最好的经济效益。但安全性与经济性这两方面的要求往往是互相矛盾的。材料力学的任务,就是为科学地解决这一矛盾,提供对受力构件(主要是等截面直杆)的强度、刚度和稳定性进行分析的理论基础以及具体的计算方法。

## 1.2 关于固体变形性质的假设

固体在外力作用下,其几何形状或尺寸都将发生变化,即产生变形。固体的变形可分为两类:一类是撤除外力后可以完全自行消除的变形,称为弹性变形;另一类是撤除外力后不能消除,而被永久保留下来的变形,称为塑性变形或残余变形。固体材料在受力较小时,或变形的初期阶段一般只发生弹性变形。当受力较大时会同时发生弹性变形和塑性变形。大多数工程构件在正常工作条件下只允许产生弹性变形。为了研究上的方便,材料力学对变形固体作如下假设:

### 1. 均匀连续性假设

假设构件在整个几何空间内毫无空隙地充满了相同的物质,其组织结构处处相同,而且是密实、连续的。实际上,从物质结构上看,各种材料都是由无数颗粒(如金属中的晶粒)组成的,物质内部存在着不同程度的空隙,而且各颗粒的性质也不尽一致。但由于工程构件的宏观尺寸比其内部存在的微小空隙大得多,故研究材料的宏观性质时,可以忽略材料内部的空隙和非均匀性的影响。根据均匀连续性假设,可以从构件内任意截取一部分来研究,然后将研究结果推广于整个构件;构件中的一些力学量(如各点的受力、位移等)均可用各点坐标的连续函数表示,这样,进行数学上的处理就十分方便。

### 2. 各向同性假设

认为材料在各方向上的力学性质相同。金属材料属于晶体材料,每一个晶粒的力学性质是具有方向性的,称为各向异性。但由于内部晶粒是混乱排列的,按统计学观点,其宏观力学性质是各向同性的。均匀的非晶体材料,如塑料、玻璃、混凝土等,一般都是各向同性的。金属材料经过辗压加工,将呈现轻微的各向异性。木材以及由增强纤维(碳纤维、玻璃纤维)与基体材料(环氧树脂、陶瓷等)制成的复合材料等,是各向异性材料。材料力学一般只讨论各向同性材料。

### 3. 小变形条件

材料力学所研究的问题,限于变形量远小于构件原始尺寸的情况,称为小变形条件。因此,在分析构件上力的平衡关系时,均以原始尺寸为依据,而不考虑变形的影响。这对材料力学的分析研究带来很大的方便。

## 1.3 材料力学的基本概念

### 1. 外力

外界对构件的作用力称为外力。外力包括载荷与约束反力两类。按其作用方式，外力可分为体积力和表面力。物体的自重、惯性力等是体积力；作用于容器壁上的液体压力、两物体间的接触压力是表面力。

### 2. 内力与截面法

受力构件内部相邻两部分之间的相互作用力称为内力。求构件内力的基本方法是截面法。

图 1.2(a)表示一杆件在外力  $P_1, P_2, \dots, P_n$  作用下处于平衡状态。在一个处于平衡状态的构件内，其各部分也一定是平衡的。为求杆件内由外力作用引起的某一指定截面  $m-m$  上的内力，假想沿截面  $m-m$  将杆件截分为 A、B 两部分，任取一部分（如 A 部分，见图 1.2(b)）作为研究对象，则 A 部分在外力和内力（即 B 部分对 A 部分的作用力）的作用下保持平衡。由连续性假设知，截面  $m-m$  上的作用力是一个空间连续分布力系。将该力系向截面形心 C 简化，一般会得到一个空间力和一个空间力偶，将它们沿坐标轴分解，得到如图 1.2(c)所示的六个内力分量，即轴力  $N$ ，剪力  $Q_y, Q_z$ ，扭矩  $M_x, M_y, M_z$ 。这六个内力分量与应力或变形的关系，是材料力学的重要研究内容。

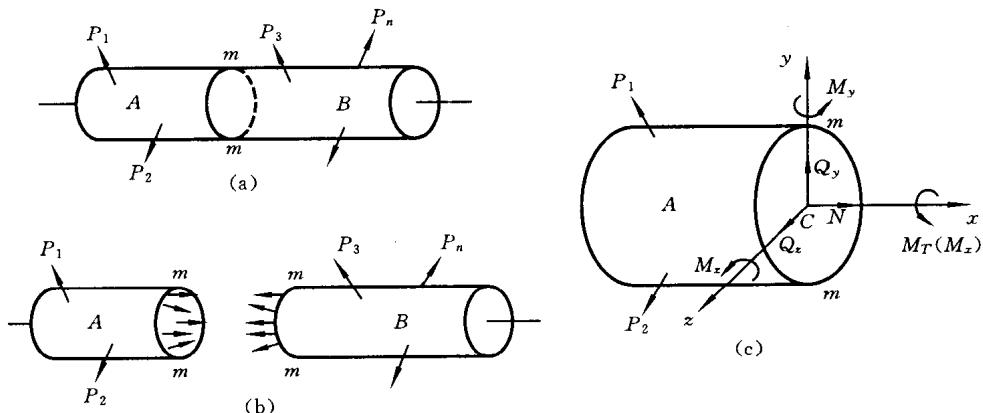


图 1.2 用截面法求内力

### 3. 应力

用截面法求得的内力或内力分量反映的是截面上分布力系的总量。为了描述截面上的内力分布情况，需引入应力的概念。应力是作用在截面的单位面积上

的内力。

分析受力构件某一截面上任一点  $K$  处的应力, 可围绕  $K$  点取一微面积  $\Delta A$ (图 1.3), 设  $\Delta A$  上作用的内力为  $\Delta P$ (具有方向), 则  $\Delta A$  上的平均应力  $\bar{P}$  可表

示为

$$\bar{P} = \frac{\Delta P}{\Delta A}$$

令  $\Delta A$  趋于零, 即得到  $K$  点的应力为

$$\rho = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} \quad (1.1)$$

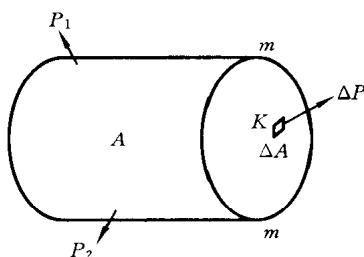


图 1.3 应力的定义

由上述定义可知:① 应力定义在截面内的一点处。一般说来, 同一截面上不同点的应力是不同的, 同一点在不同方位截面上的应力也是不同的。② 应力是一个矢量。③ 应力的量纲为[力 / 面积]。在国际单位制中, 其单位是  $N/m^2$ , 称为 Pa(帕[斯卡])。在实际中多采用 MPa,  $1MPa = 10^6 N/m^2$ 。

应力矢量可分解为沿截面法向的应力分量和沿截面切向的应力分量, 分别称为正应力和剪应力, 用符号  $\sigma$  和  $\tau$  表示。

#### 4. 单向应力和纯剪切

为了描述构件内一点处的受力情况, 通常围绕该点截取一微小的直角六面体, 称为单元体。单元体的受力就代表了该点的受力。单元体受力最基本的形式有两种:一种称为单向受力或单向应力(图 1.4(a));另一种称为纯剪切(图 1.4(b))。在单向受力状态下, 单元体仅在一对互相平行的截面上承受正应力;在纯剪切状态下, 单元体仅在四个面上承受剪应力。一般情况下, 单元体的各个面上既有正应力, 又有剪应力。

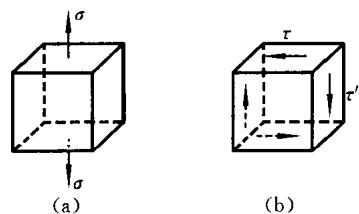


图 1.4 单向应力和纯剪切

考虑处于纯剪切状态的单元体(图 1.5(a))的平衡, 由

$$\sum m_z(F) = 0; (\tau dx dz) dy = (\tau' dy dz) dx$$

得

$$\tau = \tau' \quad (1.2)$$

即作用在单元体两相互垂直截面上的与截面交线垂直的剪应力, 其大小相等, 而其方向则均指向或离开交线。这一规律称为剪应力互等定理。该定理具有一般性, 可以证明, 当截面上既有剪应力又有正应力作用时(图 1.5(b)), 剪应力互等定理仍然成立。

#### 5. 位移和应变

图 1.6 所示为一端固定的杆，在载荷  $P$  的作用下，杆端点  $A$  移至  $A'$ 。 $\overline{AA'}$  称为  $A$  点的线位移，同时杆端面还产生角位移  $\theta$ 。材料力学所研究的位移是由物体变形引起的，是变形大小的一种度量，它与运动学中的刚体位移是截然不同的。

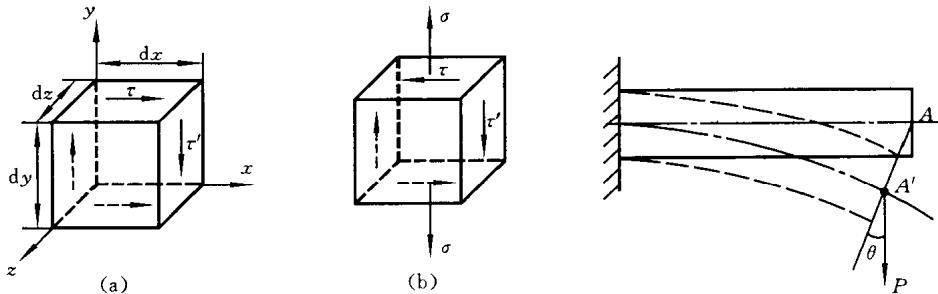


图 1.5 剪应力互等

图 1.6 线位移和角位移

受力构件内部各点处的变形一般是不均匀的。为了描述构件中一点处的变形，引入应变的概念。考虑构件内某点处的单元体  $KACB$ ，其厚度设为 1 个单位（图 1.7）。构件受力后，单元体棱边的长度及相邻棱边所夹直角一般会改变。棱边  $KA$ 、 $KB$  原长为  $\Delta x$ 、 $\Delta y$ ，变形后的长度分别为  $\Delta x + \Delta u$ 、 $\Delta y + \Delta v$ ，定义

$$\epsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x}, \quad \epsilon_y = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta y} \quad (1.3)$$

$\epsilon_x$ 、 $\epsilon_y$  分别称为  $K$  点沿  $x$ 、 $y$  方向的线应变或正应变。图 1.7(b) 中单元体相邻棱边所夹直角的改变量  $\gamma_{xy}$  称为剪应变或角应变。

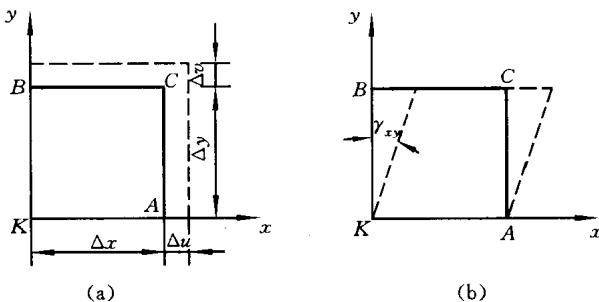


图 1.7 正应变和剪应变

## 1.4 应力 - 应变曲线

利用等截面直杆进行拉伸试验，可得到图 1.8(a)、(b)、(c) 所示的应力 - 应

变曲线图。低碳钢等一类金属材料，在应力 - 应变曲线的初始阶段为一直线（如图 1.8(a) 和(b) 中的 OA 段），相应于直线段最高点 A 的应力值，称为比例极限，记为  $\sigma_p$ 。OA 段的应力 - 应变符合下面的胡克定律：

$$\sigma = E\epsilon \quad (1.4)$$

式中的比例常数  $E$  称为材料的弹性模量，它表征材料抵抗弹性应变的能力。 $E$  的量纲与应力相同，其常用单位是 GPa， $1 \text{GPa} = 10^9 \text{N/m}^2$ 。在高于 A 点的一小段范围内，材料性质仍表现为弹性，其最高点的应力值称为弹性极限，记为  $\sigma_e$ 。 $\sigma_e$  只是略大于  $\sigma_p$ ，工程上不予区别。

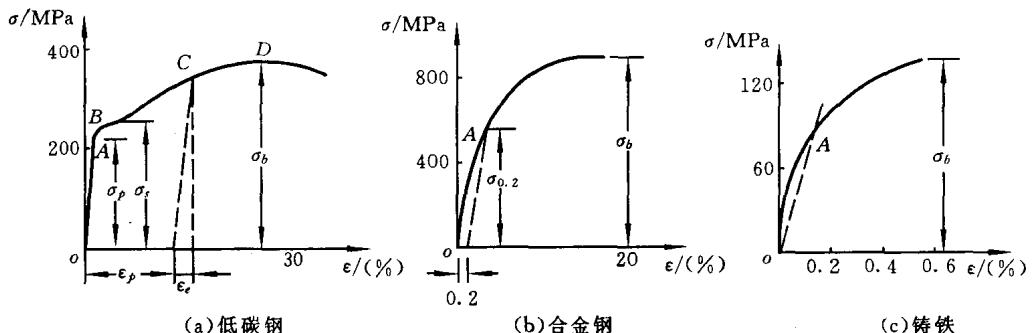


图 1.8 几种典型材料的应力 - 应变曲线

当应力达到 B 点后，应力基本不变，而应变明显增大，这种现象称为屈服或流动。相应的应力值称为屈服极限或屈服应力，记为  $\sigma_s$ 。高强度合金钢、铜、铝等多数材料并没有明显的屈服阶段（图 1.8(b)），对这类材料，通常以产生 0.2% 塑性应变的应力值规定为名义屈服极限，记为  $\sigma_{0.2}$ 。应力 - 应变曲线上的最大应力值，称为强度极限，记为  $\sigma_b$ 。

铸铁等一类脆性材料的应力 - 应变曲线（图 1.8(c)）无明显的直线阶段和屈服阶段，在应力不大、应变很小的情况下就突然断裂，所以只能测得材料的强度极限  $\sigma_b$ 。

通过压缩试验或剪切试验，可类似地测得材料相应的性能指标。塑性材料压缩时的力学性能与拉伸时基本相同，而脆性材料的抗压性能则优于抗拉性能。在线性弹性范围内，剪应力和剪应变满足下面的剪切胡克定律：

$$\tau = G\gamma \quad (1.5)$$

式中的比例常数  $G$  称为剪切弹性模量。

## 1.5 材料力学的基本分析方法

材料力学的基本分析方法包括以下三个方面：

### 1. 变形几何条件

根据材料的连续性假设,在不发生破坏的变形过程中,构件既不能分离,也不能重叠,必须保持其连续性。因此,构件受力后发生的位移或变形,均应满足变形几何协调条件。

### 2. 物理关系

力与变形间的物理关系,与材料本身的力学性能有关。胡克定律是各向同性材料在线弹性条件下最简单的物理关系。各向异性、非线性或塑性情况下的物理关系一般要复杂得多。

### 3. 平衡条件

在外力作用下的构件,无论是整体还是其中的某一部分都应满足静力平衡条件。受力分析或静力平衡方程的应用,并不涉及材料的应力-应变关系,对处于弹性或塑性状态的构件均适用。

以上从几何、物理和平衡三方面着手的分析方法,不仅适用于材料力学,它也是求解固体力学问题普遍适用的基本方法。

## 1.6 拉(压)杆的强度条件

### 1.6.1 拉(压)杆的应力和变形

杆件的基本变形形式可分为轴向拉伸(压缩)、扭转和弯曲,如图 1.9 所示。外力合力的作用线与杆的轴线相重合的受力杆称为拉(压)杆。拉(压)杆变形的主要特点是沿轴线方向伸长或缩短。在工程实际中,有很多杆件都承受轴向拉伸或压缩的作用,如悬臂吊车的拉杆、千斤顶的螺杆、桁架中的杆件、厂房的立柱等。

设图 1.10 所示的杆受轴向拉力  $F$  的作用。欲求截面  $m-n$  上的内力,可假想地沿  $m-n$  将杆截开,取其中任一段作为研究对象。由左段的平衡条件知,在  $m-n$  截面上作用有内力  $N$ ,它与外力  $F$  大小相等,方向相反,作用在同一轴线上。 $N$  称为轴力,它是右段杆对左段杆的作用力的合力。由作用与反作用定律知,左段对右段的作用力的合力  $N'$  与  $N$  相比大小相等,方向相反;即

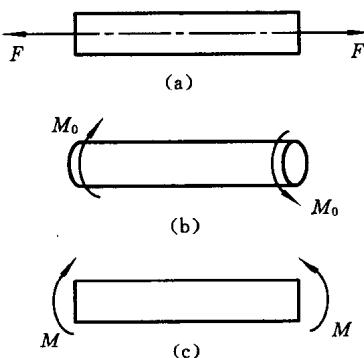


图 1.9 基本变形形式