

可靠性基础数学

国防工业出版社

51.7342

453

C.3

可靠性基础数学

〔日〕高木 昇 主编

斎藤嘉博 著

五所 译 何国伟 校

3665 / 51



内 容 简 介

数学在可靠性技术中是必不可缺少的工具，借助数学可加深对可靠性的理解。

本书专门介绍可靠性技术中经常应用的有关的数学基础知识。全书分十章，主要内容有：统计分布函数，统计控制和分析方法，可靠度的分配，网络和复杂系统的可靠度的计算，模拟法，可靠性和费用等。

本书可供从事可靠性工作的技术人员和有关人员参考。

信頼性の基礎数学

高木 昇 主编

斎藤嘉博 著

東京電機大学出版局

1972

*

可靠性基础数学

五所 译、何国伟 校

*

国防工业出版社 出版

北京市书刊出版业营业登记证出字第074号

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

太原印刷厂印装

787×1092¹/₃₂ 印张9¹/₂ 199千字

1977年11月第一版 1979年5月第二次印刷 印数：22,501—93,000册

统一书号：15034·1588 定价：0.77元

出版说明

为了配合国内开展可靠性工作的需要，我们本着“洋为中用”的原则，选译了日本高木昇主编的《可靠性工程讲座》的第二、三、四卷。第二卷可靠性基础数学，介绍可靠性技术中应用较多的概率统计方法；第三卷设计、制造、使用，介绍设计、生产和维护使用中的质量控制及可靠性保证问题；第四卷试验与分析，介绍可靠性的试验及其分析方法。第一卷可靠性概论，其内容多包括在二、三、四卷中，第五卷可靠性管理，主要介绍欧美和日本企业的管理体制，故这两卷没有翻译。

这套《讲座》收集的资料较为丰富实用，可供从事可靠性工作的技术人员和有关人员参考。

对原书的印误、计算错误和个别的概念错误，我们尽量作了改正，并加了注解。

原书系资本主义国家出版的，书中有不少宣扬资本主义的东西，虽然我们已作了必要的删改，但仍杂有资产阶级的观点，希望读者本着“排泄其糟粕，吸收其精华”的原则，批判阅读。

35342

目 录

第一章 数学在可靠性工程中的应用	7
1.1 系统工程	7
1.2 数学在系统设计中的应用	10
1.3 可靠性工程和数学方法	13
第二章 概率和统计的概念	16
2.1 概率基础	16
2.2 概率密度函数和统计	33
第三章 统计分布函数	48
3.1 可靠度与分布函数	48
3.2 各种分布函数及其参数估计	49
3.3 假设的检验	80
第四章 统计控制法	88
4.1 质量控制方法	89
4.2 抽样检验法	98
第五章 统计分析方法	119
5.1 相关与回归	119
5.2 方差分析和试验设计	131
5.3 统计的数量化方法	153
5.4 统计分析和计算程序	173
第六章 可靠度分配的数学	176
6.1 数学规划法概说	177
6.2 用代数方法分配可靠度	181
6.3 拉格朗日乘数法	184

6.4 用动态规划分配贮备度	187
第七章 网络可靠度的计算	195
7.1 有贮备系统的可靠度	195
7.2 布尔代数的应用	201
第八章 复杂系统的可靠度和有效度	211
8.1 维修与马尔柯夫过程	211
8.2 矩阵的计算	214
8.3 有效度	219
8.4 有维修的系统的可靠度	226
8.5 用拉普拉斯变换求过渡解	232
8.6 分系统服从一般可靠度函数时的有效度	238
第九章 模拟法	243
9.1 随机数的产生	244
9.2 计算机模拟	248
第十章 可靠性与费用	253
10.1 仓库存贮问题	254
10.2 维护费用	256
习题与解答	263
附录 常用估计与检验	284
附表 I 指数函数表	290
附表 II 泊松分布表	292
附表 III 正态分布表	294
附表 IV t 表	296
附表 V χ^2 表	297
附表 VI F 表	298
附表 VII 均匀随机数表	300

第一章 数学在可靠性工程中的应用

1.1 系统工程

可靠性工程的评价尺度之一便是“可靠度”，它的定义是：系统、设备、元件等在规定的条件下和预定的时间内，完成规定功能的概率”⁽¹⁾。它的另一个评价尺度是“有效度”，其定义是：“可维修的系统、设备或元件等，在某一特定时刻维持其功能的概率”⁽¹⁾。无论哪一个尺度，都是在指定条件下所得到的概率的值。由此可以看出，这里所讲的可靠性，它与别的尺度比较，如与频率特性、增益、费用等没有不确定性的尺度相比，有完全不同的一面。这也就是在本可靠性工程讲座中，将数学部分独立编成一卷的道理。

在叙述可靠性工程所应用的数学方法之前，先简单地把系统工程这一概念说明一下。

所谓“系统”，它可定义为：“由若干部件（子系统）相互间有机地组合起来可完成某一功能的综合体”。例如，桌子是供人们写字、办公用的，它由面板、侧板、四条腿及抽屉等构成的一个静止系统；铁路的作用是将旅客、货物从一个地点运送到另一地点，它是由车辆、轨道、变电站、车站以及使这些设施运转的人及通信设备等构成的一个社会系统。也就是说，对于一个“物”，如果我们仅仅着眼于该“物”所要完成的目的来考虑的话，就都可以称为“系统”。可是，只是

为了认识一个“物”的存在，就没有单独把它作为系统来研究的必要。只有当我们不仅仅是要认识它的存在，而且还要考虑“为了达到与此同样的目的，有没有更好的办法”，以便着意去改进它时，才开始萌生出系统的意义。

因此，系统除了是由部件构成之外，还必须具备下述“特点”：

- (1) 具有判断系统性能好坏的通用基准；
- (2) 为完成同一功能，须有几种不同的方法；
- (3) 可以用物理模型、数学模型等来分析、验证系统性能的好坏；

(4) 各系统均有其独立的工作环境。

在以上四点中，最重要的是第(1)点，即须“具有判断系统性能好坏的通用基准”。美国切斯纳特⁽²⁾曾定出判断系统价值的五项基准，如表 1.1 所示。

表 1.1 系统价值的判断基准

性 能	增益、速度、续航距离、记忆容量等质量指标
时 间	产品提交日期、方案提出时间
费 用	采购价格、寿命期中的使用费用、研制费用、停工损失
可 靠 性	完成预定功能的概率、安全性、耐故障性 ^①
适 应 性	对寿命期中所发生的环境变化的适应性

① 系指系统在性能下降时，可供继续使用的状态。

但是，对于一个系统，特别是把人看成系统的一个组成部分的人-机器系统来说，除了这些判断尺度之外，对于操作

人员的干劲、情绪方面的影响，也是不能忽视的。当然，对于这一点算不算一项普遍性的尺度，目前还有些看法上的分歧。此外，表 1.1 中所列举的五项评价尺度，相互间又是难以截然分开的：提高性能，费用就会增高；强调交货时间，可靠性就可能下降等等。这是包含着矛盾的因素。因此系统设计时必须作某种折衷[●]考虑，使系统的各种要求取得平衡。

在使用上述评价尺度来衡量系统时，要想推断出哪一个参量变化多少，就会使系统获得多大的改善，这里就得使用模型分析法。当然，使实际的系统反复出现试行错误，也可以得出最佳的评价和判断；不过，系统越大，则使其发生试行错误所花费的时间和成本就越大，因此经济上的损失也就越大。

模型分析法，就是着眼于系统的某一个侧面的问题，比如着眼于系统的可靠性，将系统简单化和抽象化。因此，以上述可靠性模型为例对于该侧面以外的部分，如系统的配置、重量、颜色等因素，则完全可以忽略。这样简化后，问题的处理就容易的多了，而且对于所分析的那个侧面的性质还可以得到充分的考察。

模型的种类很多，这里限于篇幅，不能一一列举，但大体上可分为质的模型和量的模型两种⁽³⁾。质的模型还可以根据该模型的维数来分类。比如地图、设计图、布线图、结构图等便是二维模型。例如，地图就是将现实的地形，根据其主要地点的相对距离、高低度描绘在纸上的一个模型。火车、汽车的行驶以及河流流动并不在图上画出，而只是用一根线

● 两个尺度，例如可靠性和成本，降低其中一方的要求，另一方的要求可相应地提高，称此为“折衷”。

条来抽象化地表示。然而,却可以很有效地反映出某种目的所需的,如城市间的距离、方位,山丘的坡度、高度等的地貌。

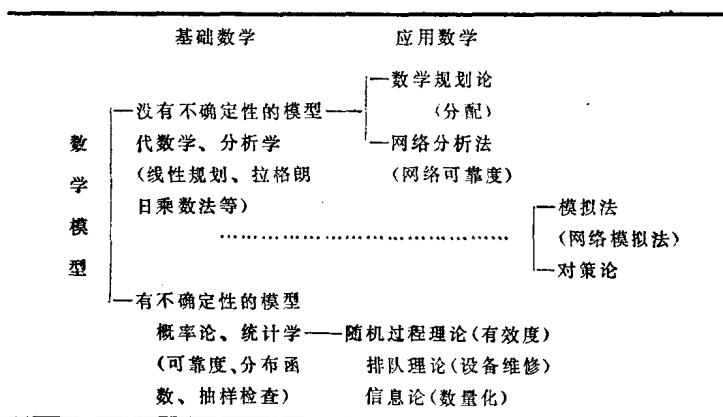
有飞机、建筑物的比例模型等三维模型。原子、分子模型是比实物放大的了,而飞机、建筑物模型则是比实物缩小了的。另外,即使同样是飞机的比例模型也有所不同,如供生产过程参考或为观赏成品形状而做的塑料模型,就要下功夫使得连模型飞机的颜色、座舱罩内的仪表板等都具有近似实物的真实感。对于用来测定机体流体阻力的风洞模型,则要求其外形具有精密的比例尺寸。相反,对于其颜色、起落架的收放等,则可简略不顾。三维模型若再加上时间,那么,在测定模型的时间变化时,则又产生四维模型。

质的模型具有广泛的应用范围。系统分析的开端,首先是要作出质的模型,这是长期实践的经验。后面各章所述的框图、操作程序图就是其中的一些例子。但是,如前所述,想要改善一个系统的性能,那么,对于系统所要改善的程度又必须进行定量处理,因此,量的模型又是很必要的。可以说,惟有定量的处理,才体现出科学方法或工程学的特长。所谓量的模型,也就是数学模型。正是将构成系统的各部分的相互关系以及信息的流通,用逻辑方式来加以描述的数学模型,是近年来促使系统工程发展的一大关键。

1.2 数学在系统设计中的应用

数学模型就是将系统属性的某一个方面,用一些逻辑符号表示出来。随着近年来应用数学和计算机的发展,已经有可能分析极其复杂的数学模型。表 1.2 所列为这类数学的结构图。

表 1.2 系统分析用的数学方法体系
括号中的内容与可靠性工程有关



从数学的角度来看, 这样划分未必是妥当的, 然而从系统分析用的数学来考虑, 用这种体系对于考虑第二章以后所述的各种数学方法的作用是有用的。

如表 1.2 所示, 数学方法大致可分为三类: 一类是用于处理没有不确定性的模型的代数学、分析学; 第二类是用于处理带有不确定性情况的概率论, 统计学; 第三类便是用于处理与这两者都有关的数学方法。本来, 制作系统模型的目的, 就是为了改善该系统在未来某一时刻的功能。这样, 必然又出现所谓未来现象的不确定性。在这种情况下, 那种完全没有不确定性的模型是不可能存在的。特别是, 当着眼于其不确定性时, 就得采取概率论的处理方法; 否则可对参数、系数以及系数间的关系所附带的不确定性略而不顾, 将它们看作是唯一确定的那样加以肯定性的处理。

系统模型的大部分, 都可以用基础数学, 特别是概率论

和统计学来解决，所以从这一意义上说，概率和统计是非常重要的基础数学。在学校的课程中，概率论和统计学并不像代数和分析学那样受到重视，但是，对于有志于成为系统分析家的技术人员来说，对概率、统计的基础理论以及其广泛的应用领域，是必须精通的。

近年来应用数学的发展，大大有赖于运筹学和电子计算机的进步。关于运筹学的历史起源未必人所共知。

恰奇曼⁽⁴⁾曾给运筹学下过这样的定义：“运筹学，就是管理系统的人为了获得关于系统运行的最佳解而必须使用的一种科学方法”。一般来说，其所应用的数学方法可以分为以下几种类型：

- (1) 库存模型；
- (2) 物资调运、分配（线性规划法，动态规划法等）；
- (3) 顺序编排、巡回路径（巡回推销员问题）；
- (4) 替换；
- (5) 排队；
- (6) 有竞争的模型（对策论）；
- (7) 搜索模型；
- (8) 模拟。

对于以上的种种数学方法，准备将其中的大部分放在下一章以后和可靠性有关的问题一起加以说明。其中的对策论和模拟，正如表 1.2 中所列，它们具有肯定模型和概率模型的双重性质。例如，在对策论中，在某一特殊情况（支付表有鞍点的情况）下，可以用极小化极大策略求解；而对于其他场合，则可以用概率论的方法来选择策略，即用混合策略来求解。此外，在模拟方面，既有以运用伪随机数为前提的

蒙特卡罗法，也有与肯定论结构有相似性质的麻省理工学院的福雷斯特研究提出的工业动力学方法。

古典代数学、分析学，通过算式演算可以得出唯一确定的解，而在上述各种运筹数学中，许多情况是要通过多次重复运算才能求解。此外，在社会学、经济学以及工程部门，若处理的对象是大规模的，则所导入的变数和参数的数目是很多的。计算的浩繁程度是呈指数地增加的。因此，就势必要采用大型高速的运算装置，即电子计算机。反之，可以说，正是由于电子计算机的发展，才促使各种应用数学的蓬勃发展。近年来，用磁盘来作大容量中央记忆装置的大型电子计算机，人们使用起来已经比较容易了。还有诸如图示器、遥控台、使用简单方便的输出装置，以及专为科学计算、统计计算、模拟等等而研制出来的软件等，正在逐步配套齐全，而且使用简便。运用自如地使用这些设备，就像以前的技术人员起码必须学会使用计算尺一样，正成为每个技术人员所必须具备的基本知识。所有从事系统设计的技术人员，既要了解各种数学方法，也必须熟悉和有效地使用电子计算机。

1.3 可靠性工程和数学方法

上面叙述了系统工程领域中系统的概念及其所使用的数学方法。但是纵观系统工程，特别是整个可靠性工程，就会看到，数学方法在其中所占的份量并非是很大的。

因为数学方法是以一种简明便捷的方式来描述对象并引导求解的，所以一般地说，技术人员都乐于运用它，但由此又往往会过高地评价数学方法的作用。当然，如前所述，因为是对对象进行数量处理，所以要想对事物取得科学的近似，

数学确是一种不可缺少的重要工具。但是,对于以实现系统的高可靠性为目的的可靠性工程来说,还包括,在提出数学模型之前如何收集数据及将数学模型的解,运用到实际中去等有关的许多问题。例如材料选择、设计、机械加工与焊接、修理维护及人员对机械的操作等等。此外,如果没有丰富的经验和高度的创造性,那么连提出数学模型本身也是不能实现的。

也就是说,数学模型,或者用于求解数学模型的数学方法,都只不过是集成成的可靠性工程中的一个工具而已;它只有和其它的非数学手段正确配合才具有它的意义。因此,必须严防一味沉溺到数学方法中去。同时,对于所求出的数学的解,也要经常地分清哪些系统因子可以在数学模型中表示,哪些不能表示,以此正确地领会所得数学解的含义。对这些问题在实际应用中是要充分注意的。

现将可靠性工程领域里所应用的数学方法作一归纳,列于表 1.3 中。

表 1.3 可靠性工程中所应用的数学方法

分 类	数 学 方 法	可 靠 性 工 程 中 应 用 例
1. 数据收集	试验设计 抽样检查法 子样调查法	寿命试验、模拟设计 抽样验证、验收检查、工程检查 数据收集方法的设计
2. 数据分析	统计函数 统计估计和检验 多元分析 (相关分析、回归 分析、因子分析) 时间系列的分析 各种统计方法 运筹学方法	可靠函数、寿命分布 可靠函数的确定、平均无故障工作时间的估计 失效原因的估计、维修周期的确定 数据分析、数量化 预测
3. 系统设计	数理规划法 布尔代数 随机过程理论 代数学、分析学 拓扑学 模拟	数量化 可靠性的分配 网络可靠度的计算 有效度、首次故障前平均时间的计算、维修设计 可靠度分配、有效度的计算 电路设计、检索设计 维修设计、网络可靠度的设计

参 考 资 料

- 1) JIS Z8115 信頼性用語
- 2) H. Chestnut "System engineering method", John Wiley 1967
- 3) H. Chestnut "A systems engineering approach to macro systems", information science laboratory of GE
- 4) R. Ackoff, W. Sasieni "Fundamentals of operations research", John Wiley 1968
松田, 西田訳: 現代 OR の方法, 日本経営出版会
- 5) G. W. Churchman, R. L. Ackoff, E. L. Arnoff "Introduction to operations research", John Wiley 1957

关于系统工程の参考資料

- 渡辺茂, 須賀雅夫: システム工学とは何か, NHK ブックス, 1970
 グッド・メイコール著, 森口繁一監訳: システム工学, 日科技連, 1960
 R. H. Myers ed. Reliability engineering for electronic systems, John Wiley 1964
- ★オペレーションズリサーチに関するおもな参考文献
- シーローフ・グロス著, 斎藤嘉博訳: 最新オペレーションズリサーチ概論, 日科技連, 1972
 近藤次郎: オペレーションズリサーチ入門, 日科技連, 1969
 国沢清典, 宇田川蛙久: オペレーションズリサーチ入門, 広川書店, 1962
 河田竜夫監修: オペレーションズリサーチ演習, 培風館, 1964
 ミラー・スター著, 早大生産研究所訳: 経営意志決定と OR, 丸善, 1962

第二章 概率和统计的概念

2.1 概率基础

〔1〕 概率

现在，假定手头有一支晶体管，其电流放大系数 β 的值经测定为36.5。那么，若根据这一 β 值去设计精密电路，就会隐藏着极大的危险性——这一点无论是谁都会马上就能理解的。这是因为：晶体管的 β 值，受着材料的纯度、制造工艺以及其它许多因素的影响，变动范围很大，虽然手头的这支晶体管的 β 值为36.5，然而，以后使用的同类晶体管，其 β 值却不一定都是36.5。

现在，将仓库中其余的49支晶体管都借来进行测量，将测得的总共50支晶体管的 β 值列于表2.1。由该表中可知， β 值最大为47.2，最小为17.5，相差将近3倍。从这样的数字罗列中，尚难于明了整体的倾向性。因此，根据 β 值的大小将其分成4组作成一直方图，如图2.1所示。这时由图便可看出，约有半数（24支）的晶体管，其 β 值在30至40之间。此外，如果认为 β 值在20到40之间的管子是合格的话，那么，有38支管子即总数的76%是合格的。如果被测晶体管的数目大到一定程度，而且生产过程没有显著变化，那么可以认为这个合格率的数值大体上是稳定的。因此，假若拿一支管子来打赌，判断它是否合格，这时就可以相当自信地说：它是合格的管子。