世纪修订版

同步典型题

全析全解与强化训练

中国名校特级教师精编 高二数学

何 舟 总主编

1000例

欢迎关注并参与
"同步典型题1000例"
读者有奖反馈大行动

- 与新大纲、新教材同步
- ★基础题 ★★能力题 ✿竞赛题
- 读题与解题的完美结合

吉林教育出版社

世纪修订版

同步典型题

全析全解与强化训练

十省市使用

中国名校特级教师精编

高二数学

1000例

总 主 编 何 舟
本册主编 潘慰高（特级教师）
撰　　稿 鲁有专 马海波

吉林教育出版社

(吉)新登字 02 号
封面设计:周建明
责任编辑:王世斌　魏　斌

世纪修订版

中国名校特级教师精编

同步典型题全析全解与强化训练 1000 例

高二数学(十省市用)

新大纲·新教材

总 主 编　何　舟
本册主编　潘慰高(特级教师)

吉林教育出版社　出版发行
淄博鸿杰印务有限公司印刷　新华书店经销

开本:850×1168 毫米　1/32　印张:14.125　字数:428 千字
2002 年 1 月第 2 版第 4 次印刷
本次印数:10000 册

ISBN 7－5383－3703－2/G·3341
定价:16.80 元

全国第一套“减负型”教辅特色何在？

以题、以练为主

——培养学生创新意识

发展综合与实践能力

读题与解题并重

——荟萃天下名题

名师无敌指点

权威阵容，以全新理念打造品牌教辅

——关于《同步典型题全析全解1000例》《星级典型题完全解题与强化训练》的专家报告

以题、以练为主——创新意识与实践能力由此养成

在素质教育日渐为广大有识之士所认同的今天，本丛书以精选的同步典型题为台阶，充分发挥学生的主体性，以基础性与开放性相结合的典型题的解与练，导引学生走向创新意识与实践能力的养成。北京、天津、华东六省与辽宁、吉林等10省市一线名师在精心设计、编写中，完成了一次积极的富有拓荒意义的探索。

读题与解题并重——捷径原来在自己手中

本丛书从"题"的角度，强化课堂素质教育目标的达成，无论是对题的"全析全解"还是"完全解题"，都意在导引学生在读题中参悟玄机，领略奥妙，为正确、快速解题铺平道路。读题是观摩，这就要求解题过程具有示范性、权威性；解题是由仿效走向创新的动手尝试，这就要求所设计的变式题不是对例题的简单重复。因此，**"解题思路"** **"规范解"** **"误点剖析"**等栏目的精彩演示无疑使本丛书具有了浓郁的"减负"特色。

同步性与典型性——引导学生告别"题海"，找寻登山捷径

本丛书以章节或单元、课文为序，突出随堂特点，紧扣新大纲，按新教材编写，便于同步学习；以"☆"号显示难易，以基础训练题、能力提高题、竞赛(奥林匹克)题为序循

以全新理念打造品牌教辅
权威阵容：

序渐进、题量科学，选题梯度合理，与学生的能力发展同步；百题选一，命题方式时代感强。

特级教师领衔"纠错臻优"全面提升本丛书的科学与权威品位

本丛书策划、编撰历时三年，可谓"三年磨一剑"。

2000 年 8 月 ~2001 年 7 月，出版社与编委会成功组织了"纠错臻优大行动"，丛书原有的差错在数以万计的读者的充满智慧的目光中纷纷"显形"，得到了纠正。在此基础上，编委会约请了 48 **位特级教师**对各册进行了全面的修订，**重写或改写了大部分章节**，吐故纳新，体现了全新的教学观念，吸纳了各地师生富有创造性的建议，推出了本丛书全新的且富有前瞻性的**世纪修订版**。

适逢教育转型、大纲与教材作了重大调整，作者们的教育教学观念亟待在社会不断变化着的环境中得以提升，以期在不断的摸索中获取超前的意识与姿态。

欢迎关注并参与"典型题 1000 例"读者有奖反馈大行动

本丛书与《中国名校特级教师随堂导教·导学·导练·导考》（简称"全四导"）丛书、《读题、做题与发散思维、创新能力训练》丛书均被列为"读者有奖反馈"活动指定用书，意在吸纳全国师生精彩建议，全面打造吉教教辅新品牌，欢迎关注并踊跃参与。

典型题1000例

目 录

第六章 不等式

一、选择题 …… (1)
二、填空题 …… (20)
三、解答题 …… (27)
本章检测题 …… (87)

第七章 直线和圆

一、选择题 …… (90)
二、填空题 …… (107)
三、解答题 …… (114)
本章检测题 …… (129)

第八章 圆锥曲线

一、选择题 …… (132)
二、填空题 …… (159)
三、解答题 …… (171)
本章检测题 …… (259)

第九章 直线、平面、简单几何体

一、选择题 …… (262)
二、填空题 …… (296)
三、解答题 …… (309)

本章检测题 …… (396)

第十章 排列、组合和概率

一、选择题 …… (401)
二、填空题 …… (414)
三、解答题 …… (424)
本章检测题 …… (429)

参考答案 …… (432)

典型题 1000例

第六章 不等式

一、选择题

☆☆1 下列命题中,正确的是( ).

A. 若 $a>b$,则 $a-c>b-c$ B. 若 $a>b$,则 $\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$

C. 若 $ac>bc$,则 $a>b$ D. 若 $a>b$,则 $ac^2>bc^2$

➡分析 取 $c<0$,则可排除 B,C;取 $c=0$,则可排除 D.

➡答案 A.

☆☆1 已知 $a<b<0$,则下列不等式中一定成立的是( ).

A. $ab<0$ B. $a^2<b^2$ C. $|a|<|b|$ D. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

➡分析 因为 $a<b<0$,所以 $ab>0$.所以 $\frac{a}{ab}<\frac{b}{ab}$.从而 $\frac{1}{b}<\frac{1}{a}$.

➡答案 D.

☆☆3 若 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<0$,则(

A. $a^2>b^2$ B. $ab<b^2$

C. $a+b>2\sqrt{ab}$ D. $a^2-b^2>|a|+|b|$

➡分析 因为 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<0$,所以 $ab>0$.于是,$ab\cdot\frac{1}{a}<ab\cdot\frac{1}{b}$,即 $b<a<0$,从而 $b^2>ab$.

➡答案 B.

例4 不等式 $a>b$ 与 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$ 能同时成立的充要条件是(　　).

A. $a>b>0$　　B. $a>0>b$　　C. $\frac{1}{b}<\frac{1}{a}<0$　　D. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}>0$

➡分析　由 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$，得 $\frac{b-a}{ab}>0$. 因为 $a>b$，所以 $ab<0$，故 $a>0>b$.

➡答案　B.

例5 给定命题：

①若 $a>b$，则 $|a|>b$；

②若 $a>b$，则 $|a|>|b|$；

③若 $|a|>b$，则 $a>b$；

④若 $a>|b|$，则 $a>b$. 其中正确的命题个数为(　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

➡分析　对于①，$|a|\geqslant a>b$，即①正确；对于②，仅当 $a>b>0$ 时，有 $|a|>|b|$，即②不成立；对于③，$a<0$，$b>0$ 时，$a>b$ 不成立；对于④，$a>|b|\geqslant b$，即④正确.

➡答案　B.

例5 已知4个条件：①$b>0>a$；②$0>a>b$；③$a>0>b$；④$a>b>0$，其中能推出 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$ 的条件有(　　).

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

➡分析　要使 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，必有 $\frac{b-a}{ab}<0$，所以①②④正确.

➡答案　C.

例7 $a(a-b)>0$ 是 $\frac{b}{a}<1$ 成立的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分又不必要条件

➡分析　$\frac{b}{a}<1$，则 $\frac{b}{a}-1=\frac{b-a}{a}<0$，等价于 $a(a-b)>0$.

➡答案　C.

☆☆8 若$0<a<b$,且$a+b=1$,则$\frac{1}{2}$,a^2+b^2,$2ab$和a中最大的一个是(　　).

A. $\frac{1}{2}$　　B. a^2+b^2　　C. $2ab$　　D. a

➡**分析**　由$a^2+b^2>2ab$,可排除C;由$\frac{a^2+b^2}{2}\geqslant\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$推出$a^2+b^2\geqslant\frac{1}{2}$,可排除A;而由$2a<a+b=1$推出$a<\frac{1}{2}$,所以$a^2+b^2$最大.

➡**答案**　B.

☆☆9 已知$x<y<0$,设$a=|x|$,$b=|y|$,$c=\frac{1}{2}|x+y|$,$d=\sqrt{xy}$,则a,b,c,d从小到大的顺序是(　　).

A. $b<d<c<a$　　B. $a<d<c<b$

C. $a<c<d<b$　　D. $b<c<d<a$

➡**分析**　由于$x<y<0$,得$|x|>|y|$,即$a>b$,排除B和C;又$c=\frac{1}{2}|x+y|>\sqrt{xy}=d$,排除D.

➡**答案**　A.

☆☆10 已知$a,b\in(0,+\infty)$,则$x=\frac{a+b}{2}$,$y=\sqrt{ab}$,$z=\frac{2ab}{a+b}$三数的大小顺序是(　　).

A. $x\leqslant y\leqslant z$　　B. $y\leqslant x\leqslant z$　　C. $z\leqslant y\leqslant x$　　D. $y\leqslant z\leqslant x$

➡**分析**　由$\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$,可排除A;由$\frac{2ab}{a+b}\leqslant\frac{2ab}{2\sqrt{ab}}=\sqrt{ab}$可排除B与D.

➡**答案**　C.

☆☆11 设a、b、c、d、m、n都是正实数,$P=\sqrt{ab}-\sqrt{cd}$,$Q=\sqrt{ma+nc}\cdot\sqrt{\frac{b}{m}+\frac{d}{n}}$,那么$P$与$Q$的大小关系是(　　).

A. $P\geqslant Q$　　B. $P\leqslant Q$　　C. $P<Q$　　D. 不确定

➡**分析**　因为$Q=\sqrt{(ma+nc)\left(\frac{b}{m}+\frac{d}{n}\right)}=\sqrt{ab+cd+\left(\frac{m}{n}\cdot ad+\frac{n}{m}\cdot bc\right)}$

$\geqslant\sqrt{ab+cd+2\sqrt{abcd}}=\sqrt{(\sqrt{ab}+\sqrt{cd})^2}=P$,所以 $P\leqslant Q$.

➡答案 B.

12 已知 $a,b\in\mathbf{R}$,则不等式:① $a^2+3>2a$;② $a^5+b^5>a^3b^2+a^2b^3$;③ $a^2+b^2\geqslant2(a-b-1)$;④ $a+\frac{1}{a}\geqslant2$ 中,一定成立的是(　　).

A. ①②③　　B. ①②④　　C. ①③　　D. ②④

➡分析 因为 $a^2-2a+3=(a-1)^2+2>0$, $a^2+b^2-2a+2b+2=(a-1)^2+(b+1)^2\geqslant0$,所以①③成立;当 $a=b$ 时,②可取等号;当 $a<0$ 时,④中 $a+\frac{1}{a}\leqslant-2$.

➡答案 C.

13 已知 $a,b\in(0,+\infty)$,且 $a+b\leqslant4$,则(　　).

A. $\frac{1}{a+b}\leqslant\frac{1}{4}$　B. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geqslant1$　C. $\sqrt{ab}\geqslant2$　D. $\frac{1}{ab}\geqslant1$

➡分析 因为 $4\geqslant a+b\geqslant2\sqrt{ab}$,所以 $\sqrt{ab}\leqslant2$.所以 $\frac{1}{\sqrt{ab}}\geqslant\frac{1}{2}$.从而 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geqslant\frac{2}{\sqrt{ab}}\geqslant1$.

➡答案 B.

14 若 $a,b\in\mathbf{R}$,则 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$ 成立的一个充分非必要的条件是(　　).

A. $a>b$　B. $ab(a-b)<0$　C. $a<b<0$　D. $a<b$

➡分析 由 $a<b<0$,可得 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$.由 $a>0,b<0$,也可得 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$.

➡答案 C.

15 若 $x\in[0,1]$,则 $a+2b>0$ 是使 $ax+b>0$ 恒成立的(　　).

A. 充要条件　　B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件　　D. 既不充分又不必要条件

➡**分析** 若 $x\in[0,1]$ 时 $ax+b>0$ 恒成立,则必有 $\begin{cases}b>0,\\a+b>0,\end{cases}$ 推出 $a+2b>0$,反之不对.

➡**答案** C.

☆☆ 16 已知 $a>b>c$,且 $a+b+c=0$.则有(　　).

A. $ab>ac$　　B. $ac>bc$　　C. $a|b|>|b|c$　D. $a^2>b^2>c^2$

➡**分析** 由题意,得 $a>0,c<0$,而 $b>0,b=0$ 或 $b<0$ 都有可能,从而可排除 B、C、D.

➡**答案** A.

☆☆ 17 已知 $1\leqslant a-b\leqslant2,2\leqslant a+b\leqslant4$,则 $5a-b$ 的取值范围是(　　).

A. $[8,14]$　　B. $[6,15]$　　C. $[7,14]$　　D. $[5,15]$

➡**分析** 设 $5a-b=p_1(a-b)+p_2(a+b)=(p_1+p_2)a+(-p_1+p_2)b$.则 $\begin{cases}p_1+p_2=5,\\-p_1+p_2=-1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}p_1=3,\\p_2=2.\end{cases}$ 故 $5a-b=3(a-b)+2(a+b)$.因此 $7\leqslant5a-b\leqslant14$.

➡**答案** C.

☆☆ 18 $\begin{cases}0<x<1,\\0<y<1\end{cases}$ 是 $\begin{cases}0<x+y<2,\\0<xy<1\end{cases}$ 成立的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分又不必要条件

➡**分析** 由 $\begin{cases}0<x<1,\\0<y<1,\end{cases}$ 可推出 $\begin{cases}0<x+y<2,\\0<xy<1.\end{cases}$ 反之推不出.

➡**答案** A.

☆☆ 16 $|x-a|<m$ 和 $|y-a|<m$ 是 $|x-y|<2m$ 的(　　).

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

➡**分析** $|x-y|=|(x-a)-(y-a)|\leqslant|x-a|+|y-a|<2m$,反之不成

立.

➡答案　A.

☆20 已知$|a|\neq|b|$，$m=\frac{|a|-|b|}{|a-b|}$，$n=\frac{|a|+|b|}{|a+b|}$，则 m 与 n 之间的大小关系为(　　).

A. $m>n$　　B. $m<n$　　C. $m=n$　　D. $m\leqslant n$

➡分析　因为$|a|\neq|b|$，所以$|a-b|\geqslant|a|-|b|$，$|a+b|\leqslant|a|+|b|$，即$m\leqslant1$，$n\geqslant1$，故 $m\leqslant n$.

➡答案　D.

☆21 正数 a,b,c 满足 $a+d=b+c$，$|a-d|<|b-c|$，则有(　　).

A. $ad=bc$　　B. $ad<bc$

C. $ad>bc$　　D. ad 与 bc 的大小不确定

➡分析　由$|a-d|<|b-c|$，得$(a-d)^2<(b-c)^2$，即$(a+d)^2-4ad<(b+c)^2-4bc$.又$(a+d)^2=(b+c)^2$，因此 $ad>bc$.

➡答案　C.

☆20 若 $a>b>1$，$P=\sqrt{\lg a\cdot\lg b}$，$Q=\frac{1}{2}(\lg a+\lg b)$，$R=\lg\left(\frac{a+b}{2}\right)$，则(　　).

A. $R<P<Q$　　B. $P<Q<R$　　C. $Q<P<R$　　D. $P<R<Q$

➡分析　由 $Q=\frac{1}{2}(\lg a+\lg b)>\sqrt{\lg a\cdot\lg b}=P$，可排除 C；由 $Q=\lg\sqrt{ab}<\lg\left(\frac{a+b}{2}\right)=R$，又可排除 A、D.

➡答案　B.

☆☆23 已知 $f(x)=x^2+px+q$，其中 $p>0$，当 $x_1>0$，$x_2>0$ 时，下列关系成立的是(　　).

A. $f(\sqrt{x_1x_2})\leqslant f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)\leqslant\frac{1}{2}[f(x_1)+f(x_2)]$

B. $f(\sqrt{x_1x_2})\leqslant\frac{1}{2}[f(x_1)+f(x_2)]\leqslant f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)$

C. $\frac{1}{2}[f(x_1)+f(x_2)]\leqslant f(\sqrt{x_1x_2})\leqslant f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)$

D. $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)\leqslant f(\sqrt{x_1x_2})\leqslant\frac{1}{2}[f(x_1)+f(x_2)]$

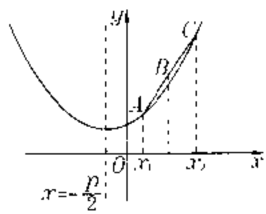

图 6-1

➡**分析**　由图 6-1 可知，$\frac{1}{2}[f(x_1)+f(x_2)]\geqslant f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)$，又 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，且 $\frac{x_1+x_2}{2}\geqslant\sqrt{x_1x_2}$，所以 $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)\geqslant f(\sqrt{x_1x_2})$.

➡**答案**　A.

★★24 已知 $a,b\in(0,+\infty)$，则下列不等式中，不一定成立的是(　　).

A. $\frac{a^2+b^2}{\sqrt{ab}}\geqslant a+b$　　　　B. $a-b+\frac{1}{a-b}\geqslant 2$

C. $a+b+\frac{1}{\sqrt{ab}}\geqslant 2\sqrt{2}$　　　　D. $(a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\geqslant 4$

➡**分析**　当 $a<b$ 时，$a-b+\frac{1}{a-b}\leqslant -2$.

➡**答案**　B.

★★25 若 $a>1$ 且 $a^{-x}+\log_a y<a^{-y}+\log_a x$，则 x,y 之间的关系为(　　).

A. $x>y>0$　　　　B. $x=y>0$

C. $y>x>0$　　　　D. 不确定，与 a 值有关

➡**分析**　若 $y>x>0$，则由 $a>1$，得 $a^{-y}<a^{-x}$，$\log_a y>\log_a x$，所以 $a^{-x}+\log_a y>a^{-y}+\log_a x$. 事实上，由已知条件，知 $a^{-x}<a^{-y}$ 与 $\log_a y<\log_a x$ 至少有一个成立，从而必有 $x>y>0$.

➡**答案**　A.

★★26 已知 $f(x)=3x+1$，a、$b\in(0,+\infty)$，当 $|x-1|<b$ 时，$|f(x)-4|<a$，则 a,b 之间的关系为(　　)

A. $3b\leqslant a$　　B. $3a\leqslant b$　　C. $3b>a$　　D. $3a\geqslant b$

➡分析　设 $A=\{x\mid |x-1|<b\}=\{x\mid 1-b<x<1+b\}$，$B=\{x\mid |f(x)-4|<a\}=\left\{x\mid \frac{3-a}{3}<x<\frac{3+a}{3}\right\}$．由题意，得 $A\subseteq B$，故 $\frac{3-a}{3}\leqslant 1-b<1+b\leqslant\frac{3+a}{3}$，推得 $3b\leqslant a$．

➡答案　A．

27 已知 $f(x)=ax^2-c$，且 $-4\leqslant f(1)\leqslant -1$，$-1\leqslant f(2)\leqslant 5$，则（　　）．

A. $-7\leqslant f(3)\leqslant 26$　　B. $-4\leqslant f(3)\leqslant 15$

C. $-1\leqslant f(3)\leqslant 20$　　D. $-\frac{28}{3}\leqslant f(3)\leqslant\frac{35}{3}$

➡分析　因为 $f(1)=a-c$，$f(2)=4a-c$，所以 $a=\frac{1}{3}[f(2)-f(1)]$，$c=\frac{1}{3}[f(2)-4f(1)]$．故 $f(3)=9a-c=3[f(2)-f(1)]-\frac{1}{3}[f(2)-4f(1)]=\frac{8}{3}f(2)-\frac{5}{3}f(1)$．故 $-1\leqslant f(3)\leqslant 20$．

➡答案　C．

28 已知 $a,b\in(0,+\infty)$，$a+b=2$，则 $\sqrt{a+1}+\sqrt{b+2}$ 的最大值为（　　）．

A. $\sqrt{10}$　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{6}$　　D. 2

➡分析　$(\sqrt{a+1}+\sqrt{b+2})^2=a+b+3+2\sqrt{(a+1)(b+2)}\leqslant a+b+3+a+1+b+2=10$．当且仅当 $\begin{cases}a+1=b+2,\\ a+b=2,\end{cases}$ 即 $a=\frac{3}{2}$，$b=\frac{1}{2}$ 时等号成立

➡答案　A．

29 若 $\frac{x^2}{4}+y^2=x$，则 x^2+y^2（　　）．

A. 有最小值 $-\frac{1}{3}$，无最大值　　B. 有最小值 $-\frac{1}{3}$，最大值 16

C. 有最小值 0，无最大值　　D. 有最小值 0，最大值 16

➡**分析** 由 $y^2=x-\frac{x^2}{4}\geqslant 0$,得 $0\leqslant x\leqslant 4$,故 $x^2+y^2=\frac{3}{4}x^2+x=\frac{3}{4}\left(x+\frac{2}{3}\right)^2-\frac{1}{3}$.因此,当 $x=0$ 时取最小值 0;当 $x=4$ 时取最大值 16.

➡**答案** D.

30 若实数 x,y 满足 $x^2+y^2-2x+4y=0$,则 $x-2y$ 的最大值为(　　).

A. 4　　B. 6　　C. 8　　D. 10

➡**分析** 设 $x-2y=k$,则 $x=2y+k$,代入 $x^2+y^2-2x+4y=0$,整理得 $5y^2+4ky+k^2-2k=0$.由 $y\in\mathbf{R}$,得 $\Delta=16k^2-20(k^2-2k)\geqslant 0$,解得 $0\leqslant k\leqslant 10$,当仅且当 $x=2,y=-4$ 时,k 取最大值 10.

➡**答案** D.

31 实数 x,y 满足 $x^2-2xy+y^2-\sqrt{3}x-\sqrt{3}y+12=0$,则 xy 的最小值为(　　).

A. 12　　B. $\frac{45}{16}$　　C. $\frac{21}{4}$　　D. $4\sqrt{3}$

➡**分析** 设 $x+y=k$,则 $x^2+y^2=k^2-2xy$,从而 $k^2-4xy-\sqrt{3}k+12=0$,得 $4xy=k^2-\sqrt{3}k+12=\left(k-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\frac{45}{4}$.又 $k^2-\sqrt{3}k+12=4xy\leqslant k^2$,得 $k\geqslant 4\sqrt{3}$,因此 $4xy\geqslant(4\sqrt{3})^2-\sqrt{3}(4\sqrt{3})+12=48$.故当 $x=y=2\sqrt{3}$时,xy 取最小值 12.

➡**答案** A.

31 实数 x,y 满足 $x^2+y^2=3$,则$\frac{y}{x+2}$的最大值是(　　).

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $2\sqrt{3}$　　D. $3\sqrt{3}$

➡**分析** 设$\frac{y}{x+2}=k$,则 $y=k(x+2)$,代入 $x^2+y^2=3$,整理得$(1+k^2)x^2+4k^2x+4k^2-3=0$.由 $x\in\mathbf{R}$,得 $\Delta=16k^4-4(1+k^2)(4k^2-3)\geqslant 0$.解得 $-\sqrt{3}\leqslant k\leqslant\sqrt{3}$.故当 $x=-\frac{3}{2},y=\frac{\sqrt{3}}{2}$时,$\frac{y}{x+3}$的最大值为$\sqrt{3}$.