

适应电子计算机时代要求的

材料力学

【日】玉手 统 阿部博之 著
杨恩德 刘乃积 王 泓 译



东北工学院出版社

内 容 简 介

本书是日本玉手 统、阿部博之所著《材料力学》(1984年修订版)的中译本,原书是日本高等工业学校的教材和参考书。

本书是适应电子计算机时代要求而编写的。除材料力学的基本内容外,还增加了薄壁截面杆的弯曲和扭转、应力强度因子、有限元素法,并考虑了塑性变形设计等。全书采用国际单位与工程单位并记的方法,适宜于机类和非机类不同专业人员学习和应用。

材 料 力 学

〔日〕玉手 统 阿部博之 著 杨恩德 等译

东北工学院出版社出版 辽宁省新华书店发行
(沈阳 南湖) 东北工学院印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 6.75 字数: 148 千字

1988 年 7 月第 1 版

1988 年 7 月第 1 次印刷

印数: 1~3000 册

封面设计: 金 平

责任编辑: 孙宪治

责任校对: 刘淑芳

ISBN 7-81006-059-7/O·6

定 价: 1.38 元

中国語版の序文

コンピュータの発達によって、材料力学は大きく變貌をとげてきた。機械、航空、造船、土木、建築の分野で、それぞれの対象に応じて発達してきた計算手法が、コンピュータ向きの共通の計算手法に置きかわってきている。

材料力学の入門者から、コンピュータ向きの解法に親しんでくれること、材料力学の基礎をコンピュータに結びつけることを意図して企画したテキストであるが、初学者の役に立てば幸いである。

楊恩徳先生の方でつくられた中国語版は原本（日本語版）より優れたテキストであることが期待される。ここに致めて感謝の意を表する。

Feb. 18, 1987

東北大学工学部

阿部博之

译 者 序

原书是日本目前广泛使用的材料力学教材。它是日本东北大学工学部玉手 统和阿部博之两位教授合著的，由于他们多年来给机械和能源等系学生讲课，在教学讲义的基础上，为适应电子计算机时代需要，而编写的教科书。

该书是原著的最新修订版，中国《教材通讯》(1986 年第 1 期)曾介绍过此教材，题为：“评介日本几本有特色的材料力学”。该书除有较高的逻辑性、科学性、系统性之外，还具有以下特色：

1. 教材内容精炼，基本内容 32 开本只有 200 页左右；
2. 该书选材以突出适应上机要求，作为编写教材的着力点；
3. 本版在内容上不断更新和引进许多新内容：如位移法解平面桁架及立体刚架、组合应力下的屈服条件、有限单元法、用滑移线场法解平面应变问题以及薄壁杆件的弯曲和扭转等等。

在计算机辅助教学 (CAE) 风靡世界的今天，我国微型机也在日益普及，因此，在材料力学课程中结合 CAE 已势在必行。在我国全面改革的新形势下教材改革已提到日程上来，国家教委领导同志曾讲过：“……要研究世界各国教材的特色，要吸收他们的长处……”。译者在三十多年材料力学教学实践中，深感教材改革是教改的一个重要方面。有鉴于此，我们认为有必要翻译该书，为我国提供一本适应计算机

时代要求的材料力学教科书。

原书共 9 章，并附有问题及解答，采用国际单位与工程单位并记的方法。对机械系各专业的学生，在学习中要求精读全书，对其他专业的学生，可不阅读标有 * 号的章节内容。

翻译此书的具体分工如下：

第 1、2、3、4 章，问题解答，附录由杨恩德译；第 5、6 章由王泓译；第 7、8、9 章由刘乃积译。全书最后由杨恩德总校、统稿，并有幸请原著者给中译本作序，在此深表感谢。

由于译者水平有限，时间仓促，不妥之处，在所难免，请读者批评指正，谨向支持本书出版的领导及出版社的同志们致以谢意。

杨 恩 德

1986 年 12 月于沈阳

目 录

第 1 章 力与变形

- 1.1 外力与平衡 (1)
- 1.2 应力 (3)
- 1.3 应变、应力-应变曲线 (4)
- 1.4 二向应力 (7)

第 2 章 单向载荷引起的变形

- 2.1 杆的伸长 (16)
- 2.2 薄壁圆环 (18)
- 2.3 热应力 (19)
- 2.4 杆的静不定问题... (20)
- 2.5 拉伸、压缩应变能 (23)
- 2.6* 平面桁架的解析 (27)

第 3 章 梁的变形与应力

- 3.1 弯矩与剪力 (38)
- 3.2 弯曲应力 (41)
- 3.3 截面惯性矩 (44)
- 3.4 剪应力 (47)
- 3.5 梁的挠度 (50)
- 3.6 梁的静不定问题 (55)
- 3.7 弯曲应变能 (58)

3.8*	平面刚架的解析·····	(65)
3.9*	连续梁·····	(76)
3.10*	非对称截面梁的弯曲·····	(78)
3.11*	薄壁非对称截面梁的剪应力·····	(83)
3.12*	曲梁的应力·····	(86)

第4章 轴的扭转

4.1	圆杆的扭转·····	(89)
4.2	剪切与扭转的应变能·····	(92)
4.3*	任意截面轴的扭转·····	(93)
4.4	弯曲与扭转同时作用的杆·····	(97)
4.5*	立体刚架解析·····	(100)
4.6*	闭口薄壁截面杆的扭转·····	(104)
4.7*	开口薄壁截面杆的扭转·····	(106)

第5章 弯曲和扭转同时作用下的薄壁截面杆

5.1	闭口薄壁截面杆的剪应力·····	(109)
5.2*	开口薄壁截面杆的变形·····	(112)

第6章 细长杆的压缩

6.1	压缩载荷产生的细长杆屈曲·····	(129)
6.2	压缩载荷产生的薄壁长杆扭转屈曲·····	(136)
6.3*	受偏心载荷作用的短杆·····	(149)

第7章 轴对称变形与二向应力

7.1	厚壁圆筒·····	(143)
7.2	轴对称薄壁壳体·····	(144)

第 8 章 应力强度因子和有限单元法

8.1 应力集中·····	(148)
8.2* 应力强度因子·····	(149)
8.3* 应力强度因子和能量释放率的关系·····	(151)
8.4* 有限单元法解平面问题·····	(153)
8.5* 有限单元法解轴对称问题·····	(159)
8.6* 势能的驻值原理·····	(164)

第 9 章 考虑塑性变形的设计

9.1* 简单桁架的解析·····	(170)
9.2* 弯曲产生的屈服·····	(172)
9.3* 超过屈服点的圆形截面杆的扭转·····	(176)
9.4* 组合应力下的屈服条件·····	(179)
9.5* 滑移线场法解平面应变问题·····	(184)

问题解答·····	(190)
-----------	-------

参考文献

附 录

第 1 章 力与变形

1.1 外力与平衡

材料力学是研究系统 (System) 当中传递力的固体构件 (Component) 的学科。构件的集合叫系统, 具体指的是各种机械和结构物。构件的配置和材料的选择要符合系统工作的目的, 并且要求具有适当的强度 (strength) (也包含断裂韧性)、刚度 (stiffness)、稳定性 (stability)。

首先研究一下如图 1.1 所示的作为构件的圆杆。引入杆轴线与 x 轴一致的右手系坐标 (x, y, z) 。杆右端承受外力 $\boldsymbol{P}$ 和力矩 $\boldsymbol{M}$ 作用, 设构成平衡状态, 若用坐标轴方向的分力表示 $\boldsymbol{P}$ 、 $\boldsymbol{M}$ 时则如图 1.2 所示。

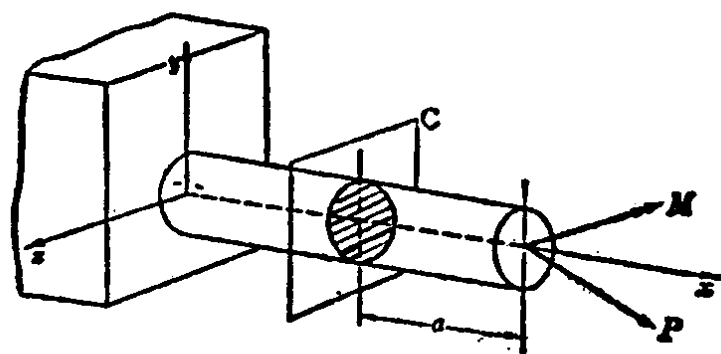


图 1.1

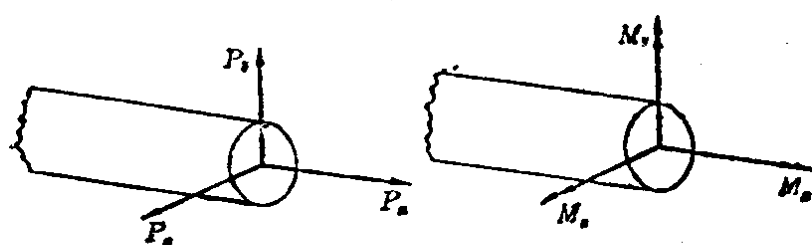


图 1.2

P_x 称为杆的轴向力 (axial force), 是拉力或压力。只 P_x 作用时, 称为单向 (uniaxial) 受力状态。 P_y, P_z 是横向力 (transverse force), 即剪力 (shear force)。力矩 M_x 是扭矩 (torsional moment), M_y, M_z 是弯矩 (bending moment)。以下所述这些力、力矩凡是与坐标轴正向一致时为正值。

假想距离圆杆右端 a 处用面 C 将杆切断。为使杆长度 a 部分平衡, 必须在此假想的截面处作用一定的内力 P_a, M_a 。(图 1.3)

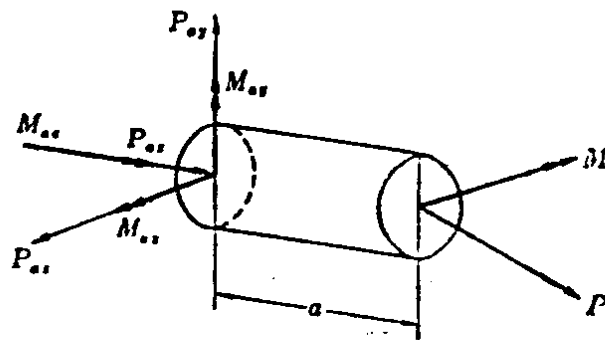


图 1.3

这些内力的大小, 对于矢量 $\mathbf{P}^T = [P_x P_y P_z]$ ①

$$\mathbf{P}_a = -\mathbf{P}, \quad \mathbf{M}_a = -\mathbf{M} - \mathbf{r} \times \mathbf{P} \quad (1.1)$$

若用分力表示时, 则

$$\left. \begin{aligned} [P_{ax} P_{ay} P_{az}] &= -[P_x P_y P_z] \\ [M_{ax} M_{ay} M_{az}] &= -[M_x M_y M_z] \\ &\quad -[0 \quad -P_z a \quad P_y a] \end{aligned} \right\} \quad (1.1')$$

另外, $\mathbf{r}^T = [a \ 0 \ 0]$ 是表示大小为 a 的 x 方向的矢量, “ $\times$ ”表示外积。例如, 只有 $P_x = 1000 \text{ kgf}$ ②, $M_x = 8000 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$

① $\mathbf{a}^T$ 表示 $\mathbf{a}$ 的转置矩阵。

② kgf 表示重量千克。 $1 \text{ kg} = 9.80665 \text{ N}$ 。 kg 在工程单位系统表示重量 (三 kgf)，在国际单位系统 (SI) 表示质量。工程单位系统与国际单位系统的关系见附录 2，参看文献 [1]。

的作用时, 则 $P_{ax} = -1000\text{kgf}$, $M_{ax} = -8000\text{kgf}\cdot\text{cm}$ 。

问题 1.1 研究图 1.4 所示直角折杆。研究距角点 60cm 处假想截面右部分杆, 在这假想截面上有什么样的内力作用?

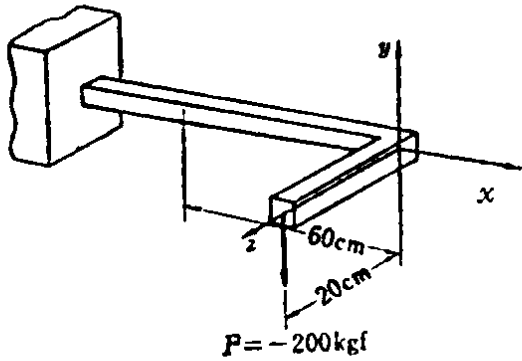


图 1.4

1.2 应 力

研究一下常截面 A 的杆单向受力问题 (图 1.5(a))。设载荷 P_A 、 P_B 是通过截面形心 (centroid), 作用在轴线方向。并且从力的平衡上为 $P_A + P_B = 0$ 。

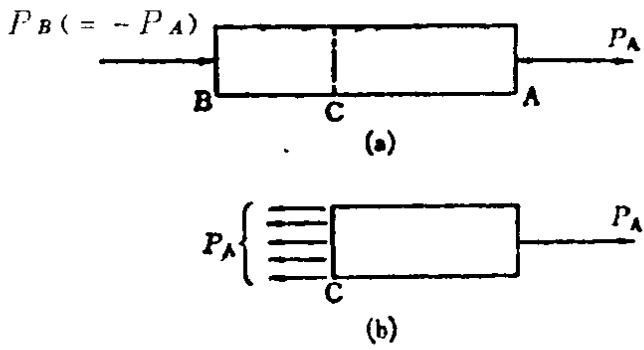


图 1.5

现在假想一个垂直于轴线的截面 C, 若此截面与载荷端不过于靠近, 可以认为如图 1.5(b) 所示那样, 力是均匀分布的^①。因此, 每单位面积上的力的定义为:

$$\sigma = \frac{P_A}{A} \quad (1.2)$$

① 以矩形截面为例, 距载荷端为杆宽距离之处, 计算的结果与平均值的差, 只不过 2.7%。请参照文献〔2〕, 这样的载荷点附近应力的非-致性不向整体传播称为 Saint-Venant 原理。

称之为应力 (stress)^①。载荷 P_A 如为正时, 称为拉伸应力 (tensile stress), 如为负时称为压缩应力 (compressive stress)。

图 1.2 所示的剪力也同样定义应力。对 P_y, P_z

$$\tau_y = \frac{P_y}{A}, \quad \tau_z = \frac{P_z}{A} \quad (1.3)$$

称这些为剪应力 (shear stress)。另外, 由于剪应力沿截面分布一般不均匀, 式 (1.3) 可认为是平均值。也有时称 σ 为垂直应力 (normal stress), 称 τ 为切应力 (tangential stress)。

在载荷端附近应力分布不均匀的地方, 与式 (1.2) 的 σ 和式 (1.3) 的 τ_y, τ_z 不同。此局部地方的应力, 例如以

$$\sigma_x = \frac{\Delta P_x}{\Delta A}, \quad \tau_y = \frac{\Delta P_y}{\Delta A}$$

作为定义。这里 ΔA 是截面积 A 中的微小面积, $\Delta P_x, \Delta P_y$ 等是作用在此微小面积上的力。

问题 1.2 假想截面内垂直应力为均匀分布时, 试证明在端部作用的集中力通过截面形心。

1.3 应变、应力-应变曲线

长度为 l 的杆, 在轴线方向上作用有外力 P_A, P_B 。根据力的平衡, 很明显 $P_A + P_B = 0$ 。

A 端位移与 B 端位移的差 $\delta (= u_A - u_B)$ 是由于外力产生的轴向变形。杆的每单位长度的变形量

$$\varepsilon = \frac{\delta}{l} \quad (1.4)$$

① 应力单位为例如 kgf/cm^2 , $\text{psi} (\equiv \text{lb/sq in})$, $\text{Pa} (\equiv \text{N/m}^2)$ 。

称为应变 (strain)。按照应力的命名法, $\delta > 0$ 时称为拉伸应变, $\delta < 0$ 称为压缩应变。

应力 $\sigma (= P_A/A)$ 与应变 ε 间关系的示例如图 1.7 所示。应力 σ 小时, σ 与 ε 按直线变化。此直线的限界应力

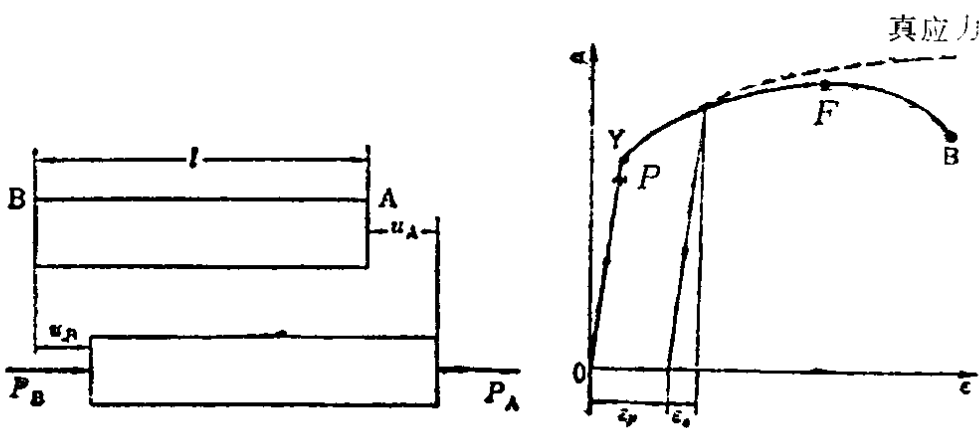


图 1.6

图 1.7

σ_P 称为比例极限 (proportional limit)^①。若再使 σ 增大, 则卸载 (unloading) 的途径与加载 (loading) 途径便不相同。卸载途径与比例极限前的直线大致平行。直到 $\sigma = 0$ 时的永久应变 ε_P 称为塑性应变 (plastic strain), 与弹性应变 ε_e 有区别。应变 ε 在刚开始急剧增加之前的应力是屈服点 (yield point) σ_Y ^②。应力的极大值 σ_F 称为拉伸强度 (tensile strength) 或极限强度 (ultimate strength)。B 是破坏点。

应力超过 σ_F 的设计是不正确的。另外, 有时也需要考虑不产生永久应变。这时应力必须比 σ_Y 小。然而, 由于外力

① σ —返回到零时, ε 也返回到零的最大应力 $\sigma_E (>\sigma_P)$ 称做弹性极限 (elastic limit)。橡胶等 σ_E 与 σ_P 的差别虽然很明确, 但在一般的机械结构用材料中由于判别困难, 多不加区别地进行处理。

② 软钢的屈服点是明显出现的, 但硬钢、铜、铝及其合金等的屈服点不明显出现。这时, 以永久应变 ε_P 达到某值 (通常为 0.2%) 的应力作为屈服点有时以此代用。

估算的不准确、材料不均匀、应力和应变的估计不正确等原因，如不将设计应力控制在比 σ_F 或 σ_Y 小得多，便不能保证安全。因此，作为设计上的许用应力(allowable stress)用

$$\sigma_w = \frac{\sigma_F}{n} \quad \text{或} \quad \sigma_w = \frac{\sigma_Y}{n'} \quad (1.5)$$

式中的 $n, n' (>1)$ 称为安全系数 (factor of safety)。

在图 1.7 上，直线 OP 的斜率为纵弹性系数(Young's modulus) E 。即在这中间成立下列比例关系。

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (1.6)$$

钢的 E 值为 $2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2 \{206 \text{ GPa}\}$ ，铜的 E 值约为钢的 $1/2$ ，铝的 E 值约为钢的 $1/3$ 。式 (1.6) 的比例关系称为虎克 (Hooke) 定律。

如图 1.6 所示单向拉伸试验中，在应变 ε 增加的同时截面积 A 减少。设 Δd 为直径减少量，则 $\varepsilon_d = -\Delta d/d$ 为压缩应变。在比例极限以内，称

$$\nu = \left| \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon} \right| \quad (1.7)$$

为波桑比(Poisson's ratio)。波桑比在压缩试验上也取同值。 ν 值：钢是 0.3，铝是 $1/3$ ，混凝土和软木接近于零，而橡胶接近 0.5。

超过屈服点 σ_Y ，当应变增大，截面积的减少量也增大。设载荷 P_A 的各阶段截面积为 A_d 则由

$$\sigma_T = \frac{P_A}{A_d} \quad (1.8)$$

定义的应力，此应力称为真应力(true stress)。与此相对

地，用原来截面积 A 定义的应力 $\sigma (= P_A/A)$ 称为名义应力 (conventional stress)。若用 σ_T 代替 σ 时则变为图 1.7 的虚线，不产生极大值。

应变也与式(1.4)不同，具有

$$\varepsilon_T = \int_l^{l_d} \frac{dl_d}{l_d} = \log e \frac{l_d}{l} \quad (1.9)$$

的定义。式中 l_d 是各变形阶段的杆的长度。 ε_T 称为对数应变(logarithmic strain)，与式(1.4)名义应变 ε 相区别。

问题 1.3 钢的比例极限约为 $2 \times 10^3 \text{ kg f/cm}^2$ {196 MPa}。在比例极限内变形很小，试证明 ε 和 ε_T 、 σ 和 σ_T 的差别是微小的。

问题 1.4 以杆的单向拉伸为例，证明波桑比 ν 是 $0 \leq \nu \leq 0.5$ 。另外 $\nu = 0.5$ 的弹性体称为非压缩性 (incompressible) 体。

1.4 二向应力

试将处于单向受力状态的杆，用假想的斜截面切开 (图 1.8(a), (b))。

若将载荷 P 分解为斜面的垂直力 N 和切向力 S 时，则 $N = P \cos \theta$ ， $S = -P \sin \theta$ 。设与此对应的应力也是

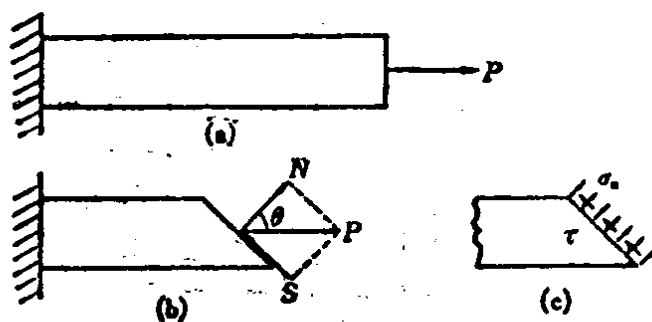


图 1.8

均布的 (图 1.8(c))，若注意到斜截面积 $A_\theta = A/\cos \theta$ 时，则可得垂直应力及切应力为：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_n &= \frac{N}{A_\theta} = \frac{1}{2} \sigma (1 + \cos 2\theta) \\ \tau &= \frac{S}{A_\theta} = -\frac{1}{2} \sigma \sin 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

式中 $\sigma = P/A$

垂直应力是在 $\theta = 0$ 时最大, $(\sigma_n)_{\max} = \sigma$, 剪应力是在 $\theta = \pi/4, (3/4)\pi$ 时最大, $(|\tau|)_{\max} = \frac{1}{2} \sigma$ 。虽然 $|\tau|_{\max} = \frac{1}{2} (\sigma_n)_{\max}$, 但在工程材料中, 45° 方向屈服破坏的例子很多。所以在设计中对剪应力必须充分注意。

下面就一般的二向应力状态加以说明。如图 1.9(a) 所示, 研究一下厚度为 t 的薄板中的矩形元素。设元素面积很小, 元素内应力可看作不变。并且设厚度方向无应力 σ_z 作用。从 x 方向力的平衡容易证明 $\sigma'_x = -\sigma_x$, 从 y 方向力的平衡容易证明 $\sigma'_y = -\sigma_y$ 。

其次研究一下剪应力。预先规定剪应力是逆时针旋转方向为正。沿边 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 的切向力分别为 $\tau_{xy} \overline{BC}t$, $\tau_{yx} \overline{CD}t$ 。

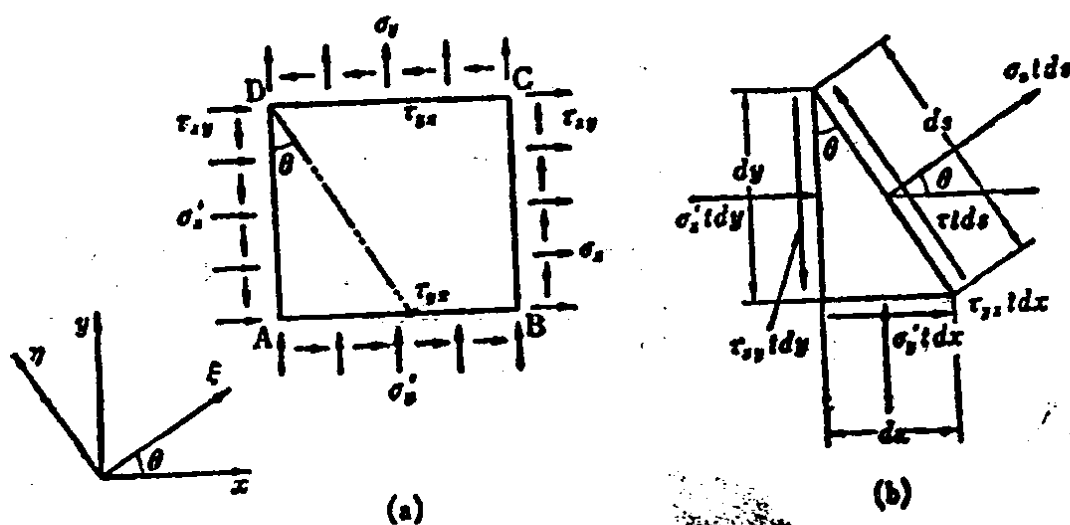


图 1.9

由对点A旋转的力矩平衡得：

$$(\tau_{xy} \overline{BC} t) \overline{AB} + (\tau_{yx} \overline{CD} t) \overline{DA} = 0$$

所以

$$\tau_{yx} = -\tau_{xy} \quad (1.11)$$

假想以 θ 角度切出一个斜面，如斜面长度为 ds ，则 $dx = ds \sin \theta$ ， $dy = ds \cos \theta$ 。参照图 1.9(b)，研究一下斜面法线方向与切线方向力的平衡。可得到下式①：

$$\sigma_n = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (1.12a)$$

$$\tau = -\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \quad (1.12b)$$

求剪应力为零的角度。从式(1.12b)得

$$\tan 2\theta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (1.13)$$

上式也可由式(1.12a)在 $\frac{d\sigma_n}{d\theta} = 0$ 的条件下得出。即垂直应

- ① 图 1.9(a)的应力状态($\theta=0$ 的状态)与具有 θ 倾角状态的应力，可用矩阵表示如下：

$$\sigma_0 = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix}, \quad \sigma_\theta = \begin{bmatrix} \sigma_\xi & \tau_{\xi\eta} \\ \tau_{\xi\eta} & \sigma_\eta \end{bmatrix}$$

式中 $\sigma_\xi = \sigma_n$ ， $\tau_{\xi\eta} = \tau$ 。若引入变换矩阵

$$T = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

则容易证明 $\sigma_\theta = T^T \sigma_0 T$ ，同样可得到式(1.12)。

另外，设 $\theta=0$ 面上 ($x=$ 一定的面) 作用力为 P_x, P_y ，在倾斜 θ 角面上作用力为 P_ξ, P_η 。在这些量之间成立下式：

$$P_\theta = T^T P_0 \quad \text{式中} \quad P_0 = \begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \end{Bmatrix}, \quad P_\theta = \begin{Bmatrix} P_\xi \\ P_\eta \end{Bmatrix}$$

从上面可看到力的变换是 $\sin\theta, \cos\theta$ 的一次结合。而应力的变换是 $\sin^2\theta, \sin\theta\cos\theta, \cos^2\theta$ 的结合。