

复杂油藏试井技术

巢华庆 王玉普 主编



石油工业出版社

复杂油藏试井技术

巢华庆 王玉普 主编

石油工业出版社

内 容 提 要

本书针对目前试井分析中面临的三大难题（非均质、非线性、非达西渗流）进行了深入的理论研究和实用分析，书中有关非均质油藏试井解释方法、非线性渗流问题以及非达西渗流模式的研究等技术尚属国内外空白，不仅具有一定的理论研究价值，更具有广阔的应用前景，可供石油科技人员、工程技术人员和有关院校师生参考和借鉴。

图书在版编目 (CIP) 数据

复杂油藏试井技术/巢华庆，王玉普主编
北京：石油工业出版社，2001.6
ISBN 7-5021-3177-9

I . 复…
II . ①巢…②王…
III . 复杂地层 – 试井
IV . TE353

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 033045 号

石油工业出版社出版
(100011 北京安定门外安华里二区一号楼)

石油工业出版社印刷厂排版印刷

新华书店北京发行所发行

*

787×1092 毫米 16 开本 12.5 印张 315 千字 印 1—1500

2001 年 6 月北京第 1 版 2001 年 6 月北京第 1 次印刷

ISBN 7-5021-3177-9/TE·2412

定价：36.00 元

编 委 会

主 编：巢华庆 王玉普

副主编：郭万奎 谢中立 张同意

委 员：(以姓氏笔划为序)

裴晓晗	韩修庭	隋新光	谢荣华
梁万库	高 飞	徐 眇	姚约东
孟令尊	张同友	张奇斌	杨永智
李少泉	吴洪彪	李忠义	朱大军
闫 东	王延峰	王晓冬	王金中

序

回顾过去，大庆油田在近四十年的开发历程中，为我国的经济腾飞立下了不可磨灭的历史功勋；展望未来，油田开发的客观环境日趋艰难，面对油田综合含水率高、采出程度高、剩余可采储量采油速度高的严峻形势，在深入调查研究和认真总结经验的基础上，提出了高水平、高效益、可持续发展的开发方针。实施这一方针，就是要以改善高含水后期油田开发总体效益为中心，以发展应用高水平油田开发配套技术为支柱，努力实现二十一世纪油田可持续发展。

试井技术作为一种认识油藏、评价油藏的重要手段，在大庆油田近四十年的开发历程中，始终扮演着不可或缺的角色，为油田开发方案的布署、调整、实施提供必不可少的基础依据。目前，我国现已开发的油田经过长期的注水开发，大部分油田已进入高含水期，随着油田开发的不断深入（井网的加密、三采手段的实施、低渗油田和薄差层的投入开发等），使得油藏地下情况越来越复杂，新的开发形势给油田开发技术提出了新的挑战，试井技术也不例外，已往建立在单相、均质、各向同性基础上的简单的试井模型难以适应新形势下的开发试井的要求，因此，必须从油田的实际出发，建立符合油田地下实际情况的试井理论模型，尤其是非均质、非达西、非线性等复杂的油藏模型。该书从这三大难题入手，进行了详细的理论推导和实际应用分析，不仅具有一定的理论价值，更具有广阔的应用前景。

油田需要就是机遇，我们一定要抓住机遇，迎接挑战，发扬大庆精神，在攻克高含水后期油田开发一系列难题中，勇于创新，敢于拼搏，再创世界油田开发新水平，为油田的二次创业，为我国的经济腾飞再做新贡献！

朱善震

2001年3月1日

责任编辑：闫熙照 高 迎
封面设计：赛维玉
责任校对：王 群

ISBN 7-5021-3177-9



A standard linear barcode representing the ISBN number 7-5021-3177-9.

9 787502 131777 >

ISBN 7-5021-3177-9/TE · 2412

定价：36.00 元



目 录

第一章 传统试井理论	(1)
第一节 油井单相试井分析.....	(1)
一、引言.....	(1)
二、油井单相流压降压恢测试试井分析.....	(1)
第二节 注水井油水两相流压降试井分析.....	(6)
一、物理模型.....	(6)
二、数学模型.....	(6)
三、Laplace 空间解	(7)
四、注水井油水两相试井解释方法.....	(8)
第三节 多井系统试井分析.....	(9)
一、物理模型.....	(9)
二、数学模型.....	(10)
第二章 非均质油藏试井理论	(14)
第一节 概述.....	(14)
第二节 非均质油藏数学模型的建立及其解（正问题）.....	(16)
一、平面非均质油藏正问题的解.....	(16)
二、径向非均质油藏.....	(20)
第三节 非均质油藏的试井分析（反问题）.....	(36)
一、反解法（ISA）	(36)
二、体积加权平均下的反解法.....	(42)
三、压力降落数据的实际应用.....	(43)
四、压力恢复数据的实际应用.....	(50)
五、地层压力分布.....	(54)
六、孔隙度变化的影响.....	(60)
第四节 反问题解在平面非均质油藏中的应用.....	(63)
一、等价的径向非均质油藏.....	(63)
二、几点认识.....	(68)
附录 A 平面非均质油藏的有限差分数值解.....	(71)
附录 B 基于流量剖面假设的径向非均质油藏的近似解析解（1）	(73)
附录 C 基于流量剖面假设的径向非均质油藏的近似解析解（2）	(78)
符号说明.....	(79)
参考文献.....	(82)
第三章 非线性试井理论	(86)
第一节 理论渗流力学的进展.....	(86)
一、理论渗流力学目前的发展水平.....	(86)

二、油藏工程中的非线性渗流力学问题	(87)
第二节 区域试井基本问题	(88)
一、封闭—补给型边界模型	(89)
二、定压—补给型边界模型	(91)
三、双补给型边界模型	(92)
四、应用举例	(93)
五、小结	(94)
第三节 非线性复合介质不定常渗流问题	(95)
一、数学模型及其解	(95)
二、分析和讨论	(98)
三、小结	(100)
第四节 压敏性介质不定常渗流问题	(100)
一、渗流参数变异数学模型	(100)
二、渗透率指数变异之小扰动解	(101)
三、渗透率控制方程及解析解式	(102)
四、参数变异其他模型	(103)
五、拟稳态渗流近似解	(105)
六、渗透率变异理论	(106)
七、小结	(111)
第五节 多层合采油井不定常渗流问题	(111)
一、引言	(111)
二、数学模型	(113)
三、叠加解法	(113)
四、算例	(114)
五、小结	(116)
符号说明	(117)
参考文献	(119)
第四章 非达西渗流试井理论	(123)
第一节 绪 论	(123)
一、达西定律的适用范围	(123)
二、非达西渗流的研究进展	(124)
第二节 石油渗流基本形态及新的模式	(130)
一、新的非达西渗流运动形态	(130)
二、新的渗流形态的物理及力学分析	(132)
三、新的非达西渗流运动规律的认识	(134)
四、非达西渗流数学模型的建立	(134)
五、基本渗流规律的比较	(135)
第三节 非达西稳定渗流理论	(136)
一、稳定渗流模型的典型解及其分析	(136)
二、非达西稳定渗流新的模式力学特征分析	(137)

三、稳定试井及其在油田开发中的应用	(139)
第四节 非达西不稳定渗流理论	(140)
一、非达西渗流数学模型的建立	(141)
二、非达西渗流模型的解析求解及力学特征分析	(141)
三、非达西复合油藏渗流模型	(142)
四、非达西渗流模型数值求解	(145)
五、非达西不稳定渗流压力动态特征分析	(148)
第五节 分形油藏非达西渗流问题	(150)
一、分形油藏渗流力学物理基础	(150)
二、分形油藏稳定渗流	(152)
三、分形油藏非达西渗流	(153)
四、分形油藏非达西不稳定渗流	(154)
第六节 油水两相渗流理论	(157)
一、油水两相渗流数学模型的建立	(157)
二、活塞式水驱油	(158)
三、非活塞式水驱油	(160)
四、油水两相渗流应用实例及分析	(163)
第七节 非达西渗流新的模式理论应用探讨	(168)
一、非达西渗流理论在面积井网中的应用	(168)
二、应用实例	(169)
三、非达西渗流理论在低渗透油田开发中的应用	(171)
附录 A 非达西渗流模型解析解	(172)
附录 B 定压边界非达西复合油藏渗流模型解析解	(175)
附录 C 无限大地层非达西复合油藏渗流模型解析解	(178)
附录 D 封闭地层非达西复合油藏渗流模型解析解	(181)
符号说明	(184)
参考文献	(186)
附表 石油工程中常用单位制换算表	(190)

第一章 传统试井理论

第一节 油井单相试井分析

一、引言

试井技术在石油勘探开发中起着非常重要的作用，是我们了解油田、认识油田的基本技术，是一种探测油层的直接方法，是我们认识油藏、进行油藏评价和生产动态监测的重要手段。

大庆油田自开发以来，一直非常重视试井技术的开发和应用，试井技术在油田动态监测中得到了广泛的应用。目前，我国现已开发的油田经过长期的注水开发，大部分油田已进入高含水期，随着油田开发的不断深入，地下油、气、水分布情况越来越复杂，这对原有的试井分析方法提出了新的挑战。以往建立在单相、均质、各向同性基础上的理论模型难以适应开发试井的要求。因此，考虑非均质、非牛顿、非线性复杂边界的油藏模型就是摆在试井研究人员面前的一大难题。本书的主要目的就是针对非均质、非牛顿、非线性三大难题进行研究，希望本书的出版能给同行的研究人员提供一点参考价值。

二、油井单相流压降压恢复测试试井分析

试井技术是进行油、气、水等流体油藏描述、评价及生产动态监测的重要手段，可以说试井技术与试井结果已经成为油藏描述和正确合理开发油田的一种重要的必不可少的手段和技术。通过对地层测试资料的分析，可以获得各种地层参数资料，如原始地层压力、地层有效渗透率、油井的流动效率、地层的污染系数等等。把试井所提供的动态信息和其他方法所得静态信息结合起来，可为油气勘探开发提供重要的依据和手段。

1. 物理模型

对于油井单相流压降、恢复测试物理模型将考虑以下基本条件：

- 1) 单相微可压缩流体在无穷远/圆形封闭/圆形定压储层中平面径向渗流；
- 2) 忽略重力、毛管力；
- 3) 油井测试前地层各处压力均匀；
- 4) 地层均匀等厚，介质为均质/双重介质/复合介质油藏（如图 1—1、1—2、1—3、1—4）。

2. 数学模型

(1) 均匀介质

均匀介质径向不定常渗流控制方程为扩散方程，内边界考虑井筒存储和表皮效应，外边界有无限延伸、圆形封闭、圆形定压等情形。

无量纲式

$$p_D = \frac{kh}{1.842 \times 10^{-3} q B \mu} \Delta p \quad (1-1)$$

$$t_D = \frac{3.6 k t}{\phi C_{\mu} r_w^2} \quad (1-2)$$

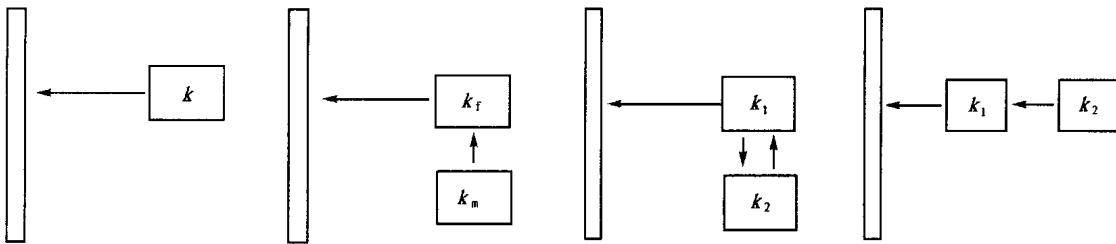


图 1—1 均匀介质
物理模型

图 1—2 双重孔隙介
质物理模型

图 1—3 双重渗透介
质物理模型

图 1—4 复合介质
物理模型

$$C_D = \frac{0.159 C}{\phi C_t h r_w^2} \quad (1-3)$$

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad (1-4)$$

$$R_{eD} = \frac{R_e}{r_w} \quad (1-5)$$

不定常渗流控制方程

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (1-6)$$

初始条件

$$p_D(r_D, 0) = 0 \quad (1-7)$$

内边界条件

$$C_D \frac{dp_D}{dt_D} - \left[r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right]_{r_D=1} = 1 \quad (1-8)$$

$$p_{wD} = \left[p_D - S(r_D - \frac{\partial p_D}{\partial r_D}) \right]_{r_D=1} \quad (1-9)$$

外边界条件

无限延伸

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_D(r_D, t_D) = 0 \quad (1-10)$$

圆形封闭

$$\lim_{r_D \rightarrow R_{eD}} \left[\frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right] = 0 \quad (1-11)$$

圆形定压

$$\lim_{r_D \rightarrow R_{eD}} p_D(r_D, t_D) = 0 \quad (1-12)$$

(2) 双重孔隙介质

双重孔隙介质径向不定常渗流控制方程由扩散方程和窜流方程联立组成，内边界考虑井筒存储和表皮效应，外边界有无限延伸、圆形封闭、圆形定压等情形。

无量纲式

$$p_D = \frac{k_f h}{1.842 \times 10^{-3} q B \mu} \Delta p \quad (1-13)$$

$$t_D = \frac{3.6 k_f t}{(\phi C_t)_{f+m} \mu r_w^2} \quad (1-14)$$

$$C_D = \frac{0.159 C}{(\phi C_t)_{f+m} h r_w^2} \quad (1-15)$$

$$\lambda = \alpha r_w^2 \frac{k_m}{k_f} \quad (1-16)$$

$$\omega = \frac{(\phi C_t h)_f}{(\phi C_t h)_m} \quad (1-17)$$

不定常渗流控制方程

$$\frac{\partial^2 p_{ID}}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_{ID}}{\partial r_D} = (1 - \omega) \frac{\partial p_{mD}}{\partial t_D} + \omega \frac{\partial p_{ID}}{\partial t_D} \quad (1-18)$$

$$(1 - \omega) \frac{\partial p_{mD}}{\partial t_D} = \lambda (p_{ID} - p_{mD}) \quad (1-19)$$

初始条件

$$p_{ID}(r_D, 0) = p_{mD}(r_D, 0) = 0 \quad (1-20)$$

内边界条件

$$C_D \frac{dp_{wD}}{dt_D} - \left. \frac{\partial p_{ID}}{\partial r_D} \right|_{r_D=1} = 1 \quad (1-21)$$

$$p_{wD} = \left. \left(p_{ID} - S \frac{\partial p_{ID}}{\partial r_D} \right) \right|_{r_D=1} \quad (1-22)$$

外边界条件

$$p_{ID}(\infty, t_D) = p_{mD}(\infty, t_D) = 0 \quad (1-23)$$

(3) 双重渗透介质

双重渗透介质径向不定常渗流控制方程由两个扩散方程组成，内边界考虑井筒存储和表皮效应，外边界有无限延伸、圆形封闭、圆形定压等情形。

无量纲式

$$p_D = \frac{k_1 h_1 + k_2 h_2}{1.842 \times 10^{-3} q B \mu} \Delta p \quad (1-24)$$

$$t_D = \frac{3.6 (k_1 h_1 + k_2 h_2) t}{[(\phi C_t h)_1 + (\phi C_t h)_2] \mu r_w^2} \quad (1-25)$$

$$C_D = \frac{0.159 C}{[(\phi C_t h)_1 + (\phi C_t h)_2] r_w^2} \quad (1-26)$$

不定常渗流控制方程

$$\kappa \left(\frac{\partial^2 p_{1D}}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_{1D}}{\partial r_D} \right) = \omega \frac{\partial p_{1D}}{\partial t_D} - \lambda (p_{2D} - p_{1D}) \quad (1-27)$$

$$(1 - \kappa) \left(\frac{\partial^2 p_{2D}}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_{2D}}{\partial r_D} \right) = (1 - \omega) \frac{\partial p_{2D}}{\partial t_D} + \lambda (p_{2D} - p_{1D}) \quad (1-28)$$

初始条件

$$p_{1D}(r_D, 0) = p_{2D}(r_D, 0) = 0 \quad (1-29)$$

内边界条件

$$C_D \frac{dp_{wD}}{dt_D} - \left[\kappa \frac{\partial p_{1D}}{\partial r_D} - (1 - \kappa) \frac{\partial p_{2D}}{\partial r_D} \right]_{r_D=1} = 1 \quad (1-30)$$

$$p_{wD} = \left(p_{1D} - S \frac{\partial p_{1D}}{\partial r_D} \right) = \left(p_{2D} - S \frac{\partial p_{2D}}{\partial r_D} \right) \quad (1-31)$$

外边界条件

$$p_{1D}(\infty, t_D) = p_{2D}(\infty, t_D) = 0 \quad (1-32)$$

(4) 复合介质

复合介质径向不定常渗流控制方程由两个扩散方程组成，分别适用于不同区域。内边界考虑井筒存储和表皮效应，外边界有无限延伸、圆形封闭、圆形定压等情形。

不定常渗流方程

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial p_{1D}}{\partial r_D} \right) = \delta \frac{\partial p_{1D}}{\partial t_D}, 1 \leq r_D \leq a \quad (1-33)$$

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial p_{2D}}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial p_{2D}}{\partial t_D}, a \leq r_D \leq \infty \quad (1-34)$$

初始条件

$$p_{1D}(r_D, 0) = p_{2D}(r_D, 0) = 0 \quad (1-35)$$

内边界条件

$$p_{wD}(t_D) = \left(p_{1D} - S \frac{\partial p_{1D}}{\partial r_D} \right) \quad (1-36)$$

$$C_D \frac{dp_{wD}}{dt_D} - \left[\frac{1}{\delta} \frac{\partial p_{1D}}{\partial r_D} \right]_{r_D=1} = 1 \quad (1-37)$$

界面连接条件

$$p_{2D}(a, t_D) = p_{1D}(a, t_D) \quad (1-38)$$

$$\left[\frac{\partial p_{1D}}{\partial r_D} \right]_{r_D=a} = \left[\frac{\partial p_{2D}}{\partial r_D} \right]_{r_D=a} \quad (1-39)$$

外边界条件

$$p_{2D}(\infty, t_D) = 0 \quad (1-40)$$

3. Laplace 空间解

对于不同的外边界，通过 Laplace 变换，可得到线源解式 $\bar{p}_{LD}(z)$ ，由 Duhamel 叠加原理可方便地包含井筒存储和表皮效应。

(1) 边界类型

无限延伸

$$\bar{p}_{LD}(z) = \frac{K_0 \sqrt{f(z)}}{z \sqrt{f(z)} K_1(\sqrt{f(z)})} \quad (1-41)$$

圆形封闭

$$\bar{p}_{LD}(z) = \frac{1}{z \sqrt{f(z)}} \frac{K_1(\sqrt{f(z)} R_{eD}) I_0(\sqrt{f(z)}) + K_0(\sqrt{f(z)}) I_1(\sqrt{f(z)} R_{eD})}{K_1(\sqrt{f(z)}) I_1(\sqrt{f(z)} R_{eD}) - K_0(\sqrt{f(z)} R_{eD}) I_0(\sqrt{f(z)})} \quad (1-42)$$

圆形定压

$$\bar{p}_{LD}(z) = \frac{1}{z \sqrt{f(z)}} \frac{K_0(\sqrt{f(z)} R_{eD}) I_0(\sqrt{f(z)}) - K_0(\sqrt{f(z)}) I_1(\sqrt{f(z)} R_{eD})}{K_0(\sqrt{f(z)}) I_1(\sqrt{f(z)} R_{eD}) + K_1(\sqrt{f(z)} R_{eD}) I_1(\sqrt{f(z)})} \quad (1-43)$$

(2) 介质类型

1) 均质：

$$f(z) = z \quad (1-44)$$

2) 双重孔隙介质 (拟稳窜)：

$$f(z) = z \frac{\omega(1-\omega) \cdot z + \lambda}{(1-\omega) \cdot z + \lambda} \quad (1-45)$$

双重孔隙介质 (不稳窜)：

$$f(z) = z \left(\omega + \sqrt{\frac{\lambda(1-\omega)}{3z}} \tanh \left(\sqrt{\frac{3(1-\omega)z}{\lambda}} \right) \right) \quad (1-46)$$

根据 Duhamel 原理，得到以下公式：

$$\bar{p}_{wD}(z) = \left\{ z \left[C_D z + \frac{1}{z \bar{p}_{LD}(z) + S} \right] \right\}^{-1} \quad (1-47)$$

3) 双重渗透介质：

通过 Laplace 变换方法可得到解式 $\bar{P}_{wD}(z)$ ， $t_D/C_D \rightarrow z$

$$\bar{p}_{wD} = \frac{1}{z \left(z + \frac{F(z)}{G(z)} \right)} \quad (1-48)$$

$$F(z) = \frac{\kappa a_2 + 1 - \kappa}{a_2(K_1^0(\delta_2) + S_2) - (K_1^0(\delta_2) + S_1)} \\ - \frac{\kappa a_1 + 1 - \kappa}{a_1(K_1^0(\delta_1) + S_1) - (K_1^0(\delta_1) + S_2)} \quad (1-49)$$

$$G(z) = \frac{S_2 + K_1^0(\delta_2)}{a_2(k_1^0(\delta_2) + S_1) - (K_1^0(\delta_2) + S_2)} - \frac{S_2 + K_1^0(\delta_1)}{a_1(K_1^0(\delta_1) + S_1) - (K_1^0(\delta_1) + S_2)} \quad (1-50)$$

$$\delta_1^2 = \frac{1}{2C_D} \left\{ \frac{(1-\omega)z + \lambda C_D}{1-\kappa} + \frac{\omega z + \lambda C_D}{\kappa} + \sqrt{\left(\frac{(1-\omega)z + \lambda C_D}{1-\kappa} - \frac{\omega z + \lambda C_D}{\kappa} \right)^2 + \frac{4\lambda^2 C_D^2}{\kappa(1-\kappa)}} \right\} \quad (1-51)$$

$$\delta_2^2 = \frac{1}{2C_D} \left\{ \frac{(1-\omega)z + \lambda C_D}{1-\kappa} + \frac{\omega z + \lambda C_D}{\kappa} - \sqrt{\left(\frac{(1-\omega)z + \lambda C_D}{1-\kappa} - \frac{\omega z + \lambda C_D}{\kappa} \right)^2 + \frac{4\lambda^2 C_D^2}{\kappa(1-\kappa)}} \right\} \quad (1-52)$$

$$a_1 = 1 + \frac{(1-\omega)z}{\lambda C_D} - \frac{1-\kappa}{\lambda} \delta_1^2 \quad (1-53)$$

$$a_2 = 1 + \frac{(1-\omega)z}{\lambda C_D} - \frac{1-\kappa}{\lambda} \delta_2^2 \quad (1-54)$$

4) 复合介质:

通过 Laplace 变换方法可得到解式 $\bar{p}_{wD}(z)$

$$\bar{p}_{wD}(z) = \frac{1}{S^2 + z \sqrt{z/(\delta C_D)} - \frac{1}{S \sqrt{\delta z/C_D} + \frac{b_1 I_0(\sqrt{\delta z/C_D}) + b_2 K_0(\sqrt{\delta z/C_D})}{b_2 k_1(\sqrt{\delta z/C_D}) - b_1 I_1(\sqrt{\delta z/C_D})}}} \quad (1-55)$$

第二节 注水井油水两相流压降试井分析

为提高原油采收率, 目前绝大多数油田都已实施注水开发, 注水井关井测压方便、可行而又不直接影响油井的产量。因此, 根据注水井测压数据分析地层流动状态、确定地层参数、了解注水井污染情况等是当前注水开发油田亟待解决的问题。

一、物理模型

在整个注水开发过程中, 可以采用下面三个物理模型, 来描述非活塞式水驱油的注水油藏模型。

- 1) 物理模型 I : 注水油藏由油水两相区和油区组成, 如图 1—5;
- 2) 物理模型 II : 注水油藏由水区、油水两相区和油区组成, 如图 1—6;
- 3) 物理模型 III : 注水油藏由水区和油水两相区组成, 如图 1—7。

二、数学模型

设均质无限大地层中心一口注水井, 注入层是单层等厚的, 且地层的流动为等温流动, 不

计重力和毛管力的影响。针对上述物理模型，可建立如下多复合油藏无量纲的数学模型。

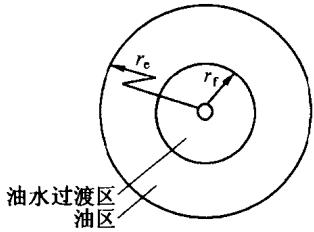


图 1—5 过渡区和油区两区模型

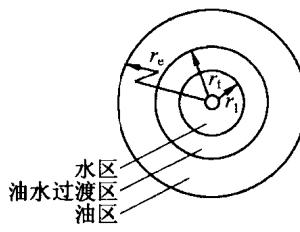


图 1—6 水区、过渡区和油区三区模型

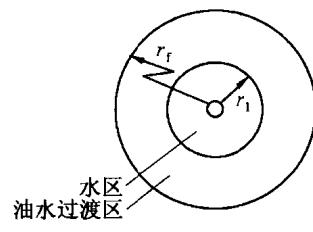


图 1—7 水区和过渡区两区模型

不定常渗流控制方程

$$\frac{\partial^2 p_{jD}}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_{jD}}{\partial r_D} = F_v \frac{\partial p_{jD}}{\partial t_D}, \quad r_{fj-1D} \leq r_D \leq r_{fjD} \quad (1-56)$$

初始条件

$$p_{jD} = 0, \quad t_D = 0 \quad (1-57)$$

内边界条件

$$C_D \left[\frac{\partial p_{wD}}{\partial t_D} \right] - \left[\frac{\partial p_{1D}}{\partial r_D} \right] = 1, \quad r_D = 1 \quad (1-58)$$

$$p_{wD} = p_{1D} - S \left[\frac{\partial p_{1D}}{\partial r_D} \right], \quad r_D = 1 \quad (1-59)$$

界面连接条件

$$p_{jD} = p_{j+1D}, \quad r_D = r_{fjD} \quad (1-60)$$

$$\lambda_j \frac{\partial p_{jD}}{\partial r_D} = \lambda_{j+1} \frac{\partial p_{j+1D}}{r_D}, \quad r_D = r_{fjD} \quad (1-61)$$

外边界条件

对于定压外边界

$$p_{ND} = 0, \quad r_D = r_{eD} \quad (1-62)$$

对于封闭外边界

$$\frac{\partial p_{ND}}{\partial r_D} = 0, \quad r_D = r_{eD} \quad (1-63)$$

对于无限大外边界

$$p_{ND} = 0, \quad r_D \rightarrow \infty \quad (1-64)$$

三、Laplace 空间解

对上面的数学模型进行 Laplace 变换，并利用 Gauss 消去法即可得到井底压力的拉氏空间解：

$$\begin{aligned} \bar{p}_{wD}(z) &= \frac{1}{z} \times \\ &\frac{K_0(\sqrt{z}) - \theta_1 I_0(\sqrt{z}) + S\sqrt{z}[K_1(\sqrt{z}) + \theta_1 I_1(\sqrt{z})]}{\sqrt{z}K_1(\sqrt{z}) + zC_D \cdot \text{temp} + \theta_1 \{\sqrt{z}I_1(\sqrt{z}) - zC_D[I_0(\sqrt{z}) - S\sqrt{z}I_1(\sqrt{z})]\}} \end{aligned} \quad (1-65)$$

式中 $\text{temp} = [K_0(\sqrt{z}) + S\sqrt{z}K_1(\sqrt{z})]$

这个拉氏空间解可以用 Stehfest 数值反演变换到真实空间。

四、注水井油水两相试井解释方法

注水井的压降典型曲线作出后，采用图版拟合技术，可对实测注水井压降测试资料进行分析。

1. 图版拟合方法

作出实测压降 $\Delta p_{wD} = p_{wf}(\Delta t = 0) - p_{wf}(\Delta t)$ 与关井时间 Δt 的双对数曲线，进行实测曲线与典型曲线的拟合，拟合好之后选择拟合点，计算压力拟合值 P_m 和时间拟合值 t_m 和曲线参数 $C_D e^{2S}$ 、 C_D / τ_D 。

流动系数

$$\frac{k_w \cdot h}{\mu_w} = 1.842 \times 10^{-3} q B_w P_m \quad (1-66)$$

时间拟合值

$$\tau_D = \frac{3.6 k_w}{\phi \mu_w C_t r_w t_m} \quad (1-67)$$

$$r_D = \sqrt{\tau_D \cdot f_w'(S_{wf})/\mu_w} \quad (1-68)$$

$$r_f = r_D \cdot r_w \quad (1-69)$$

井筒储存系数

$$C_D = \left(\frac{C_D}{\tau_D} \right)_m \cdot \tau_D \quad (1-70)$$

$$C = \frac{\phi C_t h r_w^2}{0.1592} C_D \quad (1-71)$$

计算污染系数

$$S = \frac{1}{2} \ln \frac{(C_D e^{2S})_m}{C_D} \quad (1-72)$$

2. 半对数分析方法

当用单相流的方法处理注水井压降试井时，注水井压降测试大体上相当于生产井的压恢测试情形。对于注水井水区径向流阶段和油区径向流阶段， $p_{ws}(\Delta t)$ 与 $\lg \frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}$ 或 $\lg \Delta t(t_p \gg \Delta t_{\max}$ 时) 成一直线，直线斜率的绝对值为 $\frac{2.121 \times 10^{-3} q \mu B}{kh}$ 。得到直线段的斜率后，即可进行以下计算。

水区径向流阶段：

流动系数

$$\frac{k_w h}{\mu_w} = \frac{2.121 \times 10^{-3} q B_w}{m_1} \quad (1-73)$$

地层系数