

高等学校教材

水轮机的水力计算

清华大学 高建铭 姚志民 编

电力工业出版社

13.
高等学校教材

水轮机水力计算

清华大学 高建铭 姚志民 编

电力工业出版社

内 容 提 要

本书共分七章，主要讲述轴流式水轮机和混流式水轮机转轮水力计算的基本理论和计算方法。对目前广泛应用的准三元理论和水轮机水力损失的计算也作了介绍。

本书为高等院校“水电站动力设备”专业的选修教材，也可供“水力机械”专业的师生和从事水轮机工作的科技人员和水电站的设计、科研和运行人员参考。

2K70/56

高等学校教材

水轮机的水力计算

清华大学 高建铭 姚志民 编

*

电力工业出版社出版

(北京德胜门外六铺炕)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 16.5印张 373千字 1插页

1982年4月第一版 1982年4月北京第一次印刷

印数 0001—3200册 定价 1.75元

书号 15036·4297

前 言

本书为高等学校“水电站动力设备”专业选修课教材。根据有关院校的讨论，本教材应使学生能系统地学习反击式水轮机转轮的水力计算理论和计算方法，掌握从事这方面工作的技能，并对这门学科的发展趋势有所了解。

全书共分七章，主要阐述轴流式水轮机和混流式水轮机转轮水力计算的基本理论和计算方法。由于转轮计算总的趋势是向三元流动理论和预估水轮机性能参数的方向发展，所以书中对透平机械中广泛应用的准三元理论和水轮机水力损失的计算等内容也作了一般介绍。近年来，电子计算机已在水轮机叶片计算中开始应用，因此，本书的部分章节还引入了一些电算的内容。

本教材是按60学时编写的。在实际教学中，教材内容可以有所取舍，特别是第五章和第七章是否讲授，应由各院校自行决定。

本书还可供“水力机械”专业的师生和从事水轮机设计及科学研究工作的工程技术人员参考。

本书第一章至第六章由高建铭编写，第七章由姚志民编写。全书由华东水利学院刘大恺、支培法审阅。在编写过程中清华大学水利工程系水力机械教研组梅祖彦、林汝长、张兆琪、瞿伦富和王守棣等同志提出不少宝贵意见，并得到哈尔滨大电机研究所和华东水利学院等单位的帮助，在此一并谨致以深切的谢意。

限于编者的水平，书中存在错误和不妥之处，殷切希望读者批评指正。

编 者

一九八一年一月

目 录

前 言

第一章 转轮水力计算的任务和方法	1
第一节 转轮水力计算的任务与要求	1
第二节 水力机械中流体流动的基本方程式	2
第三节 反击式水轮机转轮水力计算方法概述	5
第二章 叶栅的绕流	8
第一节 概 述	8
第二节 液体绕流直列叶栅时对翼型的作用力	10
第三节 奇点分布法概述	14
第四节 薄而微弯机翼的绕流计算	17
第五节 用奇点法解直列叶栅绕流时诱导速度的计算	25
第六节 无限薄翼型直列叶栅的绕流计算	36
第七节 平面环列叶栅的绕流计算	39
第三章 轴流式转轮的水力计算	46
第一节 轴流式水轮机转轮中的水流运动	46
第二节 轴流式转轮计算工况的确定	49
第三节 转轮不同圆柱截面上速度三角形的计算	51
第四节 用升力法计算轴流式转轮叶片	54
第五节 用奇点分布法计算轴流式转轮叶片（假设叶片无限薄）	63
第六节 轴流式转轮有限厚翼型叶栅计算	71
第七节 轴流式转轮叶片木模图	96
第四章 混流式转轮的水力计算	100
第一节 概 述	100
第二节 转轮计算工况及轴面流道的确定	102
第三节 计算流面的绘制	106
第四节 转轮中液体质点运动微分方程式	113
第五节 叶片进出口角度及排挤系数的计算	116
第六节 叶片绘形的一元理论法	120
第七节 叶片设计的二元理论法（ $\omega_u = 0$ ）	126
第八节 翼型骨线的加厚	130
第九节 沿翼型骨线水流速度分布的检查	137
第十节 转轮叶片表面速度分布的估算	138
第十一节 转轮叶片木模图的绘制	141
第十二节 电算法在一元理论设计中的应用	147

第五章 转轮内部流动解析的准三元计算	157
第一节 三元流动理论概述	157
第二节 S_2 流面流动计算	159
第三节 S_2 流面数值计算方法和过程	165
第四节 S_1 流面流动计算	170
第五节 S_1 流面流动计算的步骤	183
第六节 S_1 和 S_2 流面迭代计算	185
第六章 反击式水轮机转轮几何参数的选择	191
第一节 混流式转轮几何参数的选择	191
第二节 转轮进出口边位置及叶片数的选择	194
第三节 轴流式水轮机过流能力的计算	198
第四节 轴流式水轮机转轮流道几何参数对过流能力的影响	201
第五节 轴流式转轮叶栅几何参数对翼型上速度分布的影响	204
第六节 叶栅几何参数和水轮机汽蚀性能的关系	208
第七节 反击式水轮机转轮流道的几何尺寸	217
第七章 水轮机的水力损失	221
第一节 研究水轮机水力损失的重要性	221
第二节 边界层的基本概念	222
第三节 边界层问题的近似计算方法——动量积分关系式法	226
第四节 层流边界层的近似解	229
第五节 紊流边界层的近似计算	234
第六节 平面叶栅中的翼型阻力	237
第七节 二元非平面叶栅的翼型损失	242
第八节 水轮机转轮的端部损失	245
第九节 非最优工况下的撞击损失和环流损失	247
第十节 尾水管的水力损失	248
第十一节 水轮机过流部件水力损失的分析	251
参考文献	255

第一章 转轮水力计算的任务和方法

第一节 转轮水力计算的任务与要求

反击式水轮机转轮水力计算的基本任务在于根据给定的计算条件,设计出具有良好能量特性和汽蚀特性的水轮机转轮。

为了保证水轮机具有良好的能量特性和汽蚀特性,转轮的水力计算应满足以下几方面的要求:

一、应使转轮内水流能量损失最小,以保证水轮机具有最高的水力效率。

水流在水轮机中流动时,必然会有沿程的和局部的水力损失,例如沿程的摩擦损失、转轮进口的撞击损失以及出口的脱流和旋涡引起的能量损失等。转轮内水力损失的大小主要取决于设计的完善程度。反击式水轮机转轮水力计算的主要任务之一就是应使设计的转轮在不同工况下工作时,都具有最小的水力损失。

二、在给定的水头条件下尽量提高水轮机的比转速。

提高水轮机的比转速亦就是提高水轮机转轮的单位流量 Q'_1 和单位转速 N'_1 。

众所周知,如果水轮机转轮的单位流量 Q'_1 增大,则在同样的转轮直径下,水轮机出力就加大。或相反,如水轮机出力相同,单位流量大的水轮机则其转轮直径 D_1 就小。同样,在其它条件相同的情况下,转轮的单位转速 n'_1 越大,则水轮发电机组的转速就越高,因而可以减小机组的尺寸及重量。因此,在进行转轮水力计算时,应尽量设法提高水轮机最优工况下的单位流量和单位转速。这样,可使水轮发电机组体积小、重量轻、节省金属材料 and 制造工时,降低机组成本。这对巨型和超巨型的水轮机来讲,则更有着很大的经济效益。

我国某大型水电站,在初期选用HL001型号的转轮,单机出力为22.5万千瓦,水轮机转轮直径为 $D_1=5.5$ 米。后改用新型号转轮,由于过流能力 Q'_1 的增大,在相同的水头和转轮直径下,单位出力就增大到30万千瓦。这说明在给定的水头下,提高设计水轮机的比转速是有很大的经济意义。

三、应保证水轮机具有良好的汽蚀性能。

水轮机的汽蚀性能是一项很重要的指标。汽蚀性能的好坏直接关系到水电站土方开挖的深浅、土建投资的大小、机组使用寿命的长短和运行是否安全可靠等方面。汽蚀性能不好的水轮机必然要经常停机检修,影响工农业的生产。因此,设计时必须保证转轮具有良好的汽蚀性能。

四、水轮机应具有良好的工作稳定性。

水轮机工作稳定性是指:水轮机在非设计工况下运行时,机组的振动(尾水管的振动、轴承的摆度和机架的振动等)是否正常,机组的出力和工作水头有无摆动等不正常现象以及水轮机内有无强烈的噪音等等。水轮机工作的稳定性是一项重要的性能指标,它关

系到机组能否安全运行。

引起机组不稳定的原因有水力的、机械的和电气的三方面因素。水力方面的原因主要是在非设计工况下，在转轮出口产生涡流，形成空腔汽蚀。涡带在尾水管中周期地冲击作用到尾水管的管壁上，形成尾水管周期性的振动和水流压力脉动，并产生噪音。

在混流式水轮机和定桨轴流式水轮机中，由于叶片不能转动，因此在非设计工况下要完全避免不产生旋涡是不可能的。但是转轮设计得好坏可以使工作稳定性有很大的差别，例如混流式水轮机HLL82和HLL662两个型号的转轮，在相同的试验条件下，经实测在转轮出口尾水管管壁处的压力脉动前者最大达工作水头的30~40%，而后者只有10%左右。为使水轮机具有良好的稳定性，根据经验，在转轮水力设计时应使叶片出口段的几何形状不产生剧烈的变化，使水流平顺流畅。叶片的出口边厚度应尽可能薄些，以避免水流脱离形成旋涡。在国外曾发生由于转轮叶片出口边过厚引起机组严重振动的现象。

上述几方面的要求，从本质上讲有的是相互矛盾的。因为水轮机比转速的提高通常会带来效率下降和汽蚀性能变坏。这是因为过流能力的加大会使转轮叶片间通道和其他过流部件内部的相对速度都大大提高了。因此，在提高效率和不过多地增大水轮机汽蚀系数的时候，提高水轮机比转速是一个复杂的任务。这要求我们从基本参数的确定，转轮几何参数的选择和水力计算方法等方面进行深入的研究分析，寻求提高转轮过流能力的有效途径。

转轮水力计算的任务不仅仅是设计出良好的水轮机转轮，而且还应计算出结构设计及运行所必需的水力性能数据，例如作用于转轮叶片及导叶上的水作用力和力矩，转轮上轴向水推力等。但这几方面的理论计算还不能给出满意的结果，因此大部分均依靠实验来解决。

第二节 水力机械中流体流动的基本方程式

反击式水轮机中水流的实际流动是非常复杂的。对流动内水流运动的速度场实测表明，这种流动具有三元的特性，即水流参数随着三个空间座标而变化。同时，对任一固定的空间点来说，其水流参数还随时间而改变，因此流动是不定常的。一般说来，任一水流参数 q ，它是三个空间座标和时间的函数，即

$$q = q(x, y, z, t)$$

水轮机内水流运动的复杂性还在于水轮机的过流部分是由蜗壳、导水机构、转轮和尾水管这样顺序排列着的几何形状不同部件所组成。水流在上述每一个部件内的流动均有其特殊的规律，而这些规律尚未完全为人们所认识。

但是，由于长期以来进行了水轮机工作过程的实验研究，分析了在不同工况下工作时水轮机各个过水部件中发生的水力现象，使我们积累了大量的实验资料。在此基础上，人们逐步建立了水轮机的理论和水动力学计算方法。

由于水流运动的复杂性，严格地用数学分析的方法来计算水轮机中的水流实际运动是不可能的。因此，我们根据已经积累的资料，抓住一些关键性的因素，去掉一些次要的因

素，对水轮机中的水流运动作出一些基本的假设。这些假设既能反映出实际流动的主要规律，又能使问题简化，使我们可以用数学的方法来计算。无疑这样做就要求最后用试验来验证计算方法的合理性和准确性。

首先，实验研究表明，水流在蜗壳、导水机构和尾水管中的绝对运动以及在转轮中的相对运动随时间的变化都不大，因此都可以近似地认为是定常运动。

其次，大量的实验表明，在流动不脱体的情况下，水流的粘性影响主要体现在附着于固体边壁的一层很薄的边界层里。在边界层以外的绝大部分区域中可以忽略水流粘性的影响。对于水轮机来说，除了尾水管以外的水流运动都是收缩的，在此条件下得到的边界层是非常薄的。因此，研究水轮机流道内的速度分布、转轮绕翼型环量的计算、叶片上的压力和速度的分布以及与此有关的汽蚀问题等，均可以在忽略粘性的范围内解决。显然，在进行水轮机中水力损失的计算和研究时，必须考虑粘性的影响，计算时将应用边界层理论。

根据上述分析，在反击式水轮机水流运动计算时可以作如下的基本假设：

1. 水流是无粘性的（理想液体）；
2. 水流的运动是定常运动，确切地说，蜗壳、导水机构和尾水管中水流的绝对运动和转轮中的相对运动是定常的。

由于对水流作了理想液体的基本假设，在进行转轮的水力计算时就可引用理想液体的任何运动所必须遵循的基本规律——欧拉的运动微分方程式。

对旋转的叶片式机械，为方便起见，一般习惯于用圆柱坐标系（ r, φ, z ）。由流体力学^[2,4]知，以圆柱坐标系 r, φ, z 表示的理想液体运动微分方程式为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial C_r}{\partial t} + C_r \frac{\partial C_r}{\partial r} + C_u \frac{\partial C_r}{r \partial \varphi} + C_z \frac{\partial C_r}{\partial z} - \frac{1}{r} C_u^2 \\ = F_r - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} \\ \frac{\partial C_u}{\partial t} + C_r \frac{\partial C_u}{\partial r} + C_u \frac{\partial C_u}{r \partial \varphi} + C_z \frac{\partial C_u}{\partial z} + \frac{1}{r} C_r C_u \\ = F_u - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{r \partial \varphi} \\ \frac{\partial C_z}{\partial t} + C_r \frac{\partial C_z}{\partial r} + C_u \frac{\partial C_z}{r \partial \varphi} + C_z \frac{\partial C_z}{\partial z} = F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

式中 F_r, F_u, F_z 为作用在单位质量液体上的质量力； $\left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r}\right), \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{r \partial \varphi}\right)$ 及 $\left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z}\right)$ 为作用在单位质量液体上的法向表面力； C_r, C_u 和 C_z 为绝对速度 C 在三个坐标轴上的分量。

在研究水流在水轮机转轮中的运动时，由于转轮在转动，因此将动坐标（ r, φ, z ）固结在转轮上比较方便，此时运动微分方程式的形式为

$$\left. \begin{aligned}
& \frac{\partial W_r}{\partial t} + W_r \frac{\partial W_r}{\partial r} + W_u \frac{\partial W_r}{r \partial \varphi} + W_z \frac{\partial W_r}{\partial z} - \frac{W_u^2}{r} \\
& \quad - \omega^2 r - 2W_u \omega = F_r - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} \\
& \frac{\partial W_u}{\partial t} + W_r \frac{\partial W_u}{\partial r} + W_u \frac{\partial W_u}{r \partial \varphi} + W_z \frac{\partial W_u}{\partial z} + \frac{W_r W_u}{r} \\
& \quad + 2W_r \omega = F_u - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{r \partial \varphi} \\
& \frac{\partial W_z}{\partial t} + W_r \frac{\partial W_z}{\partial r} + W_u \frac{\partial W_z}{r \partial \varphi} + W_z \frac{\partial W_z}{\partial z} = F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z}
\end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

上式中各项的物理意义说明如下：公式的右半部分的 F 和 $\left(-\frac{1}{\rho} \nabla P\right)$ 是作用在单位质量液体上的质量力和表面力；公式左半部分式中的 ω 为转轮旋转角速度， $\omega^2 r$ 为牵连加速度； $2W_u \omega$ 和 $2W_r \omega$ 为哥氏加速度 $2\omega \cdot \sqrt{W_u^2 + W_r^2}$ 在径向和切向的分量，左半部式中其它各项为液体质点相对加速度在三个坐标轴（ r 、 φ 、 z ）上的分量。

如假设转轮中的相对运动为定常运动，又因质点流经转轮的高度和水头相比是比较小的，因此可忽略质量力（ $\bar{F}=0$ ），则上式可写成

$$\left. \begin{aligned}
& \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} = - W_r \frac{\partial W_r}{\partial r} - W_u \frac{\partial W_r}{r \partial \varphi} - W_z \frac{\partial W_r}{\partial z} + \frac{W_u^2}{r} \\
& \quad + \omega^2 r + 2W_u \omega \\
& \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{r \partial \varphi} = - W_r \frac{\partial W_u}{\partial r} - W_u \frac{\partial W_u}{r \partial \varphi} - W_z \frac{\partial W_u}{\partial z} \\
& \quad - \frac{W_r W_u}{r} - 2W_r \omega \\
& \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = - W_r \frac{\partial W_z}{\partial r} - W_u \frac{\partial W_z}{r \partial \varphi} - W_z \frac{\partial W_z}{\partial z}
\end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

用圆柱坐标系表示的定常流动的连续性方程式可写为

$$\frac{\partial W_r}{\partial r} + \frac{\partial W_u}{r \partial \varphi} + \frac{\partial W_z}{\partial z} + \frac{W_r}{r} = 0 \quad (1-4)$$

由式（1-3）和（1-4）可见，在一定的角速度 ω 和流量下，四个方程式有四个未知数 P 、 W_r 、 W_u 、 W_z ，因此方程组是封闭的。只要我们给出运动的初始条件和边界条件，从理论上就可求得转轮内水流运动的速度和压力：

$$\begin{aligned}
P &= P(r, \varphi, z) \\
W_r &= W(r, \varphi, z) \\
W_u &= W(r, \varphi, z) \\
W_z &= W(r, \varphi, z)
\end{aligned}$$

即得到真正的三元解。

但方程式（1-3）都是二次的偏微分方程，而边界条件及初始条件亦极为复杂，因此在数学上求解是很困难的。在实际计算时就需进一步的简化，以使复杂的问题转化为可计算的问题。于是，就产生了不同的转轮水力计算方法。

第三节 反击式水轮机转轮水力计算方法概述

水流在水轮机中的运动是一个复杂的三元流动。由上节可知,求解流体流动的基本方程式以获得真正的三元解是困难的。因此,水轮机转轮的水力计算在理想液体定常流动的基本假设条件下,常将复杂的三元流动简化成二元流动来求解。为了简化,就有了不同的简化假定。这些假定和实际水流的流动图象并不完全一致,只是近似地反映出实际水流的流动规律。

反击式水轮机的主要型式为轴流式和混流式水轮机。这两种型式水轮机水流流动的共同点是:在导水机构区域中,水流基本上是在垂直于水轮机轴的各个平面上运动,而在转轮区则改变自己的流动方向,流向变为和水轮机轴平行。在轴流式水轮机中,水流的转向基本上是在进入转轮之前完成,而在混流式水轮机中,这一转向是在转轮区域内进行。因此,在轴流式水轮机的转轮中,水流流动图象为轴向进入和轴向流出,这使我们可近似地认为其流面为一圆柱面。而在混流式水轮机的转轮中,由于水流流动变向,其流面呈喇叭形曲面(图1-1)。

根据上述对转轮内流动图象的分析,在水轮机转轮水力计算中采用了如下的一些假定:

一、假定水流绝对速度在半径方

向的分量 $C_r=0$, 亦即转轮内流面上任一点的速度和压力仅是坐标 φ 和 z 的函数。

在 $C_r=0$ 的假设下,水流在转轮中沿着圆柱面流动,各圆柱层间的水流没有相对的流动。因此,这一假设亦称圆柱层无关性假设。它应用于轴流式转轮的水力计算中。

由于圆柱层间水流互不干扰,就可将这些圆柱层展开,得到一个绕流直列叶栅的平面运动。在此假定下,轴流式转轮内复杂的三元流动就简化为一个平面叶栅的绕流问题,可以应用叶栅理论来求解。

众所周知,叶栅理论主要研究两方面的问题:1.计算已知叶栅的绕流问题,通常称作正问题;2.根据已知的液流特性求叶栅的几何尺寸,通常称之为反问题。在水轮机转轮的水力计算中,这两方面的问题均会碰到,设计一个转轮就是反问题计算,评价设计的叶栅(即设计的转轮)在非计算工况下的工作就是一个正问题计算。

在叶栅理论中常用的计算方法有以下几种:1.保角变换法;2.奇点分布法;3.升力法。

保角变换法是将平面直列叶栅的绕流保角变换为一已知的绕流图象来研究分析,例如水力机械中,常将平面叶栅保角变换成一个单位圆的绕流,而单位圆的绕流计算问题在流

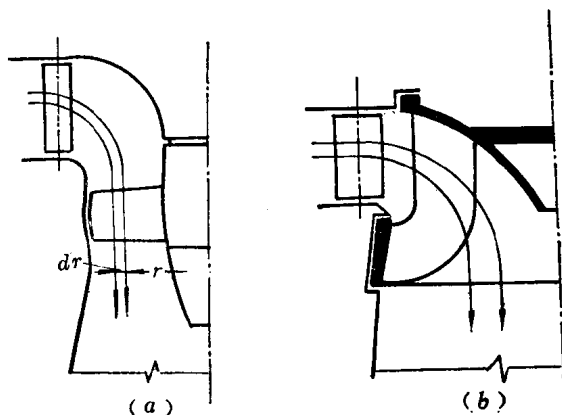


图 1-1 反击式转轮中水流形状简化

体力学中已得到很好的解决。所以，只要找出保角变换函数，平面叶栅的绕流计算就可解决。保角变换法可用来解由弯度不大的薄翼或由理论翼型组成的平面叶栅的绕流正反问题。目前，在水轮机的设计中，此法较少采用。

奇点分布法是解叶栅绕流问题的近代方法之一。它是利用源、汇和旋涡等这些有势流场里的奇点来代替叶栅中的翼型。只要恰当地选择奇点的分布规律，就可使奇点和平面平行来流所造成的合成流场和原来叶栅绕流的流场完全相同。因此，叶栅绕流的计算就可转化为基本势流的叠加计算。

奇点分布法的最大优点是可以有目的地控制翼型表面的速度和压力分布，因而计算叶栅时能事先考虑汽蚀性能的要求，这对水力机械的转轮设计是有很大大意义的。

升力法是一种半经验半理论的计算方法。它是把单个翼型的动力特性应用于叶栅而加以修正的一种计算方法，计算工作量较小。

上述几种方法均可用来计算叶栅绕流的正反问题。但由于升力法计算简便，在掌握丰富的实验资料情况下，能准确地设计出性能优良的转轮，而奇点法可以介任意翼型组成的叶栅绕流，计算时能考虑汽蚀性能的要求，因此在轴流式转轮水力计算中以这二个方法为主。

二、假定转轮内的流动是轴对称的（对称于 z 轴），即认为压力 P 和速度 W 的大小和方向仅是坐标 r 和 z 的函数。

根据这一假定则方程式（1-3）中

$$\frac{\partial W_r}{r \partial \varphi} = \frac{\partial W_u}{r \partial \varphi} = \frac{\partial W_z}{r \partial \varphi} = \frac{\partial P}{r \partial \varphi} = 0$$

这一假定广泛应用于混流式转轮的水力计算中。

对混流式转轮，流面是个曲面。在实际的三元流动中，这一曲面不一定是绕水轮机轴线的回转面。为了简化，一般均将真实流面近似地看成回转面。这样，混流式转轮内水流运动可归结为在回转面上的流动。由图1-1可见，回转面流层的厚度是变化的，而要解决一个变厚度回转面流层上的叶栅绕流问题要比平面叶栅复杂得多，亦只是在近些年来才获得解决。

长期以来，在混流式转轮的水力计算中广泛采用转轮内的水流流动是呈轴对称的假定。轴对称假定的前提是转轮的叶片数趋于无限多，叶片厚度趋于无限薄。

因为若 $\frac{\partial p}{\partial \varphi} = 0$ ，则每一叶片正背面的压差 $\Delta p = 0$ 。若假设作用于叶片上微元面积 dA

上的力为 $\Delta p \cdot dA$ ，则其在圆周方向的分量为 $(\Delta p \cdot dA)_u$ 。这一分量和半径 r 的乘积表示绕主轴的微元力矩。因此，作用于转轮的力矩 M 为

$$M = Z_1 \cdot \int_A r (\Delta p \cdot dA)_u$$

式中 Z_1 为转轮叶片数。若 $\Delta p = 0$ ，则转矩 M 只有在假设叶片数为无限多时才会是有限值。因此转轮内流动呈轴对称假定通常亦称叶片无限多假定。

在作了叶片数为无限多的假设后，混流式转轮的水力计算就可用简易的流线法来进

行。由于假设叶片数无限多，翼型又无限薄，因此液流流经转轮时，流线就和翼型形状完全一致。这样，计算混流式转轮时问题就归结为根据流动规律在流面上求出流线，然后以流线作为翼型的骨线绘制出叶片翼型形状。

由于假定转轮内的流动呈轴对称，同一圆周上各点的速度大小相等方向相同，因此，转轮内的水流运动只需以转轮中任意一个轴向截面上的运动来代表。在目前的混流式转轮水力计算中，对轴向截面上的水流运动有着不同的假设，例如假定轴向截面上的流动为均匀流动、有势流动或有涡流动等，因此就有一元理论和二元理论等不同的计算方法。

三、近年来在叶片式机械中广泛应用的一种简化方法为把复杂的三元流动简化为两个相关的二元流动问题来解决，亦即所谓 S_1 和 S_2 相对流面理论。

由于电子计算机的应用和计算理论的发展，使得叶片式机械的三元流动计算成为可能。目前，叶片式机械中理想液体的三元定常流动的计算多数是应用所谓 S_1 和 S_2 相对流面理论。这一理论把一个实际的三元流动简化为两个相关的称为 S_1 和 S_2 相对流面上的二元流动来求解。由于这两个流面上水流参数是相关的，我们在分别寻求上述两类二元流动的解后，利用这两个二元流场的交替迭代、逐次逼近就可得到准三元流动的解。

应用 S_1 和 S_2 相对流面理论来计算叶片式机械转轮内流动的方法很多，其不同点主要在于 S_1 流面和 S_2 流面上求解的方法不同，例如 S_1 流面的解法有流线曲率法、矩阵法和奇点法等， S_2 流面的解法有流线曲率法、矩阵法和有限元法等。

应用两类相对流面理论进行水轮机转轮水力计算目前主要应用于正问题的计算，即转轮内部流动的解析计算，计算不同工况下转轮叶片上的速度和压力分布，预估水轮机的汽蚀性能和能量损失等。水轮机内部流动的三元解析计算有助于从理论上进行工作过程的研究，同时可以帮助我们从不同的转轮设计方案中进行初选，以减少模型试验的转轮数目和工作量。在这方面国外已取得一定进展。

除了上述理论计算方法外，国内哈尔滨大电机研究所在转轮叶片设计中常应用统计法。统计法是在已有良好转轮的基础上，统计分析叶片几何参数和水轮机性能之间的关系。设计时根据对转轮水力性能的要求，从统计曲线中确定叶片几何参数，设计出叶片或进行叶片的改型。然后，通过试验结果再对几何参数加以修改调正。统计法主要依靠经验设计，计算工作量很小。实践表明，应用统计法可以较快地设计出性能良好的转轮。

第二章 叶 栅 的 绕 流

第一节 概 述

一、轴对称有势圆柱流动特性

前已述及, 在轴流式水轮机的水力计算中, 广泛采用圆柱层无关性假设。这一假设假定在转轮区域内, 水流绝对速度在半径方向的分速度 $C_r = 0$ 。在此假设下转轮区域附近的水流流面显然为一圆柱面, 各相邻圆柱面之间的水流质点没有相对位移。

如从水流圆柱面流动的简化出发, 我们假定在转轮叶片外的流动为轴对称的有势的流动。由流体力学知轴对称有势的圆柱面流动将具有如下的流动特性。

已知在圆柱坐标系 (φ, r, z) 内, 旋涡向量的分量可用下式表示:

$$\left. \begin{aligned} \omega_u &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial C_r}{\partial z} - \frac{\partial C_z}{\partial r} \right) \\ \omega_r &= \frac{1}{2r} \left[\frac{\partial C_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial (C_u r)}{\partial z} \right] \\ \omega_z &= \frac{1}{2r} \left[\frac{\partial (C_u r)}{\partial r} - \frac{\partial C_r}{\partial \varphi} \right] \end{aligned} \right\} \quad (2-1)$$

在轴对称有势的圆柱面流动的条件下, 则

$$\begin{aligned} C_r &= 0; \quad \omega_u = \omega_r = \omega_z = 0 \\ \frac{\partial C_r}{\partial \varphi} &= \frac{\partial C_z}{\partial \varphi} = \frac{\partial C_u}{\partial \varphi} = 0 \end{aligned}$$

因此, 由式 (2-1) 的第一式可得

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial C_z}{\partial r} &= 0 \\ C_z &= \text{Const} \end{aligned} \right\} \quad (2-2)$$

由式 (2-1) 的第二、第三式可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial (C_u r)}{\partial z} &= \frac{\partial (C_u r)}{\partial r} = 0 \\ C_u r &= \text{Const} \end{aligned} \quad (2-3)$$

可见, 在轴对称有势圆柱流动的假定条件下, 水流满足式 (2-2) 和 (2-3) 的流动特性, 即有势流绝对速度的轴向分速是匀速的; 转轮前或后整个流域内水流速度矩为一常值, 即 $C_z = \text{Const}$, $C_u r = \text{Const}$ 。

在转轮内, 水流的能量转换为机械能, 由水轮机基本方程式知, 水流能量的减小是和速度矩的变化成正比。因而在转轮内水流速度矩不是一个常值, 旋涡的径向和轴向分量不应等于零。由式 (2-1) 可知, 在转轮内水流的绝对运动只有轴面上的流动可以满足有势流动的假定, $\omega_u = 0$ 。

二、平面直列叶栅的基本概念

在转轮室内作一系列半径不同的圆柱表面，并以任意两个半径相差为 dr 的圆柱面（图1-1a）从转轮室的空间截出一个厚度为 dr 的圆柱层水流，在此同时圆柱面也从转轮的每个叶片上截出厚度为 dr 的翼型。由于流动是对称的，所以每两个翼型之间的流动将是完全相同。

将这一圆柱层展开成平面，得到一个彼此距离相等翼型相同的叶栅。叶栅中翼型的数目等于转轮叶片数。为保证平面叶栅中每一翼型具有同未展开前相同的绕流，假设将叶栅的翼型数向两边无限延伸，结果就得到一个被平面有势流绕流的直列叶栅（图2-1）。

显然，在转轮内可以取出无限多个这样的平面直列叶栅。

沿着一定的方向移动叶栅中任一翼型而能和其他翼型完全重合，这一方向线称为叶栅轴线。在轴流式水轮机中，栅轴线即为圆周方向，以 u 表之。

表征一个直列叶栅的主要几何参数（图2-1）为

$$1. \text{叶栅距 } t = \frac{2\pi r}{z_1}$$

式中 r —— 圆柱层半径；

z_1 —— 转轮叶片数。

$$2. \text{翼型弦线长度 } l。$$

$$3. \text{叶栅稠密度 } \frac{l}{t}。$$

$$4. \text{翼型的安放角 } \beta_c。$$

安放角 β_c 是指翼型弦线和叶栅轴线间的夹角。

$$5. \text{翼型相对厚度 } \bar{c} = \frac{s_{max}}{l}$$

式中 s_{max} —— 翼型的最大厚度。

$$6. \text{翼型的相对弯度 } \bar{f} = \frac{f}{l}$$

式中 f —— 翼型中线的弯度。

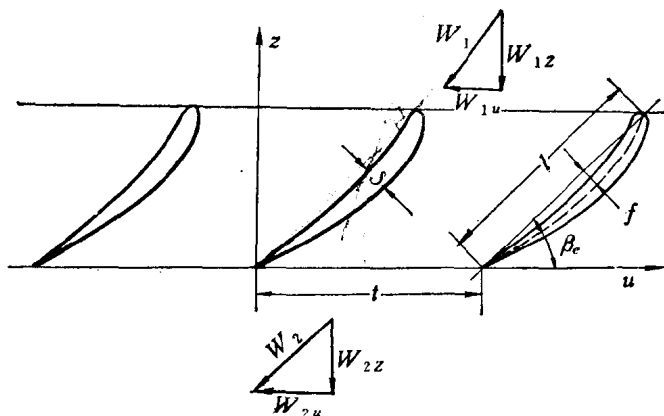


图 2-1 直列叶栅及其几何参数

在绝对运动中，叶栅沿栅轴线以牵连速度 U 作等速直线运动。在流场中，液体在每一空间固定点的运动情况都要受翼型周期性的扰动，因而流动是不常定的。在相对运动中叶栅不动，并被相对速度为 W 的水流绕流，流动是定常的。

由于叶栅前后的牵连速度 U 相同，根据水流连续方程，绝对速度的轴向分量 $C_{1z} = C_{2z} = C_z$ ，因此在叶栅前后的任一点水流的速度三角形可画出如图2-2所示。

翼型组成叶栅后和单个翼型工作时的根本区别是水流经过叶栅后，速度的方向发生变化，而绕流单个翼型时无穷来流的速度方向并不改变。我们把叶栅前后相对速度 W_1 和 W_2 的几何平均值称之为几何平均相对速度 $\bar{W}$ 。

$$\bar{W} = \frac{1}{2}(\bar{W}_1 + \bar{W}_2) \quad (2-4)$$

这一概念在叶栅中所起的作用和绕流单个翼型时的无限来流速度相同。 W_∞ 的大小和方向可由速度三角形(图2-2)求出:

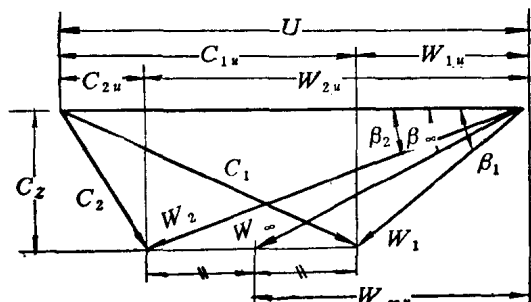


图 2-2 直列叶栅的速度三角形

$$\left. \begin{aligned} W_\infty &= \sqrt{W_z^2 + \left(\frac{W_{1u} + W_{2u}}{2} \right)^2} \\ \operatorname{tg} \beta_\infty &= \frac{W_z}{W_{\infty u}} = \frac{2W_z}{W_{1u} + W_{2u}} \\ W_{\infty z} &= W_z = C_z \end{aligned} \right\} \quad (2-5)$$

由上分析可见,在轴流式水轮机中由于采用了圆柱层无关性假设,使得转轮内水流运动的分析以及转轮叶片和水流相互

间作用力的计算等均可通过分析一系列平面直列叶栅的绕流来解决。

第二节 液体绕流直列叶栅时对翼型的作用力

绕流叶栅时,液体对栅叶的作用力是叶栅理论,也是设计水轮机转轮需要解决的首要问题,为此,我们对直列叶栅讨论如下。

一、叶栅内围绕翼型的速度环量

我们知道,液体绕流单个翼型时会对翼型产生升力,这一升力和绕翼型的速度环量有关。当翼型组成叶栅时,可以理解,在液体绕流叶栅时也会对每一翼型产生作用力,这一作用力也必然和绕叶栅中翼型的环量有关。因此,在讨论液体对叶栅的作用力之前,首先必须确定叶栅内围绕翼型的速度环量 Γ_B 。

设叶栅前后的绝对速度为 C_1 和 C_2 ,相对速度为 W_1 和 W_2 ,叶栅以等速 U 移动。

为求得叶栅中绕翼型的环量 Γ_B ,我们取一包围此翼型的围线 $ABCD$ 。其中 AD 和 BC 为两条对称于翼型分布的流线, AB 和 CD 为远离翼型平行于栅轴的平行线(图2-3)。

绕翼型的环量为

$$\Gamma_B = \Gamma_{ABCD} = \Gamma_{AB} + \Gamma_{BC} + \Gamma_{CD} + \Gamma_{DA}$$

由于流线 AD 和 BC 对称于翼型,因此对应点上速度大小相等方向相同,故

$$\Gamma_{BC} = -\Gamma_{DA}$$

在 AB 段上每一点的速度均为叶栅前的相对速度 $\bar{W}_1$,因此

$$\Gamma_{AB} = - \int_0^t W_{1u} dt = -W_{1u} t$$

同理

$$\Gamma_{CD} = W_{2u} t$$

所以绕翼型环量 Γ_B 为

$$\Gamma_B = (W_{2u} - W_{1u}) t \quad (2-6)$$

上式表明,叶栅中绕任一翼型的速度环量仅和相对速度在栅轴的分速 W_{2u} 、 W_{1u} 以及栅距

t 有关。

轴流式水轮机基本方程式为

$$\eta_s g H = U(C_{1u} - C_{2u})$$

由速度三角形 (图2-2) 可知

$$W_{2u} - W_{1u} = C_{1u} - C_{2u}$$

而
$$t = \frac{2\pi r}{z_1}$$

所以叶栅中绕翼型的速度环量 Γ_B 亦可表为

$$\Gamma_B = \frac{2\pi}{z_1} \frac{\eta_s g H}{\omega} \quad (2-7)$$

式 (2-7) 建立了绕翼型环量 Γ_B 和水轮机基本参数间的关系。

二、理想液体绕流叶栅时作用于翼型上的力

设理想液体绕流叶栅翼型时

作用于翼型上的力为 P 。将此力分解成两个分力：平行于栅轴 u 的分力 P_u 和垂直于栅轴的分力 P_z (图2-3)。认定图2-3所示的 P_u 和 P_z 方向为坐标的正值方向。

由于翼型在叶栅中周期排列，为了推导绕流时作用于翼型上的作用力，只须分析对称于翼型间隔为 t 的两条流线 AD 和 BC 间的流动即可。在叶栅前后足够远的地方取两个控制面 AB 和 AD ，见图2-3。设垂直于图面的控制面厚度为 1。现分析体积 $ABCD$ 在单位时间的动量变化。

设在某时刻 τ 时位于 AB 线上的液体质点经时间间隔 $d\tau$ 移动至 $A'B'$ 位置，而位于 CD 线上质点则移至 $C'D'$ 。由于流动假定为定常的，因而液体在 $d\tau$ 时间内的动量变化为

$$\begin{aligned} d\bar{k} &= \bar{k}(CC'D'D) - \bar{k}(AA'B'B) \\ &= m_{CC'D'D} \cdot \bar{W}_2 - m_{AA'B'B} \cdot \bar{W}_1 \\ &= (\rho t \cdot W_{2z} \cdot d\tau) \bar{W}_2 - (\rho t W_{1z} \cdot d\tau) \bar{W}_1 \end{aligned}$$

因 $W_{1z} = W_{2z}$ ，所以单位时间内液体的动量变化为

$$\frac{d\bar{k}}{d\tau} = \rho t W_z (\bar{W}_2 - \bar{W}_1)$$

作用于体积 $ABCD$ 上的外力有：翼型对液体的作用力 $-P$ ；沿 AB 及 CD 边上的液体压力为 p_1 和 p_2 ；沿流线 AD 和 BC 上的水压力则互相平衡抵消。因此，作用于体积 $ABCD$ 上的外力的合力 T 为

$$\bar{T} = (\bar{p}_2 + \bar{p}_1)t - \bar{P}$$

根据动量定理，则

$$\rho t W_z (\bar{W}_2 - \bar{W}_1) = (\bar{p}_2 + \bar{p}_1)t - \bar{P} \quad (2-8)$$

将式 (2-8) 投影于 u 轴，则

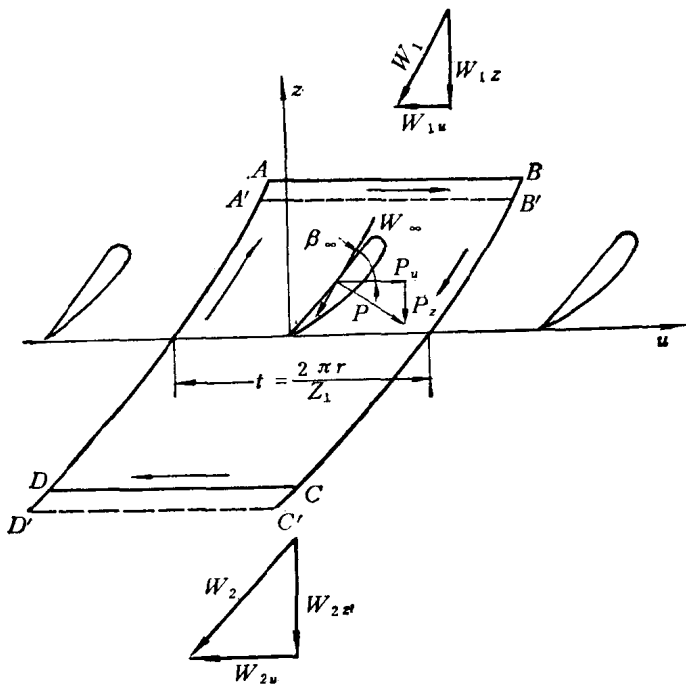


图 2-3 平面直列叶栅环量及升力计算