彩虹策划

《中学生理科月刊》
《作 文 大 王》杂志组织专家编写

直击开放题

数物化语英政
学理学文语治

中考夺标

方案

GUANGXI NORMAL UNIVERSITY PRESS
广西师范大学出版社

ZHONGKAODUOBIAOFANGAN

中考夺标方案

《中学生理科月刊》
《作　文　大　王》杂志组织专家编写

直击开放题

GUANGXI TEACHERS UNIVERSITY PRESS
广西师范大学出版社

·桂林·

中考夺标·直击开放题

《中学生理科月刊》
《作文大王》 杂志组织专家编写

广西师范大学出版社出版发行
(广西桂林市中华路 36 号 邮政编码：541001
网址：http://www.bbtpress.com.cn)
桂林中核印刷厂印刷

*

开本：890×1 240 1/32 印张：9.625 字数：277 千字
2002 年 1 月第 1 版 2002 年 1 月第 1 次印刷
印数：00 001～20 000 册
ISBN 7-5633-3464-5/G·2248

定价：11.20 元

前　　言

本书由《中学生理科月刊》和《作文大王》两家编辑部联手策划，组织第一线教学精英编写而成，旨在帮助2002年应届初中毕业的同学们攻克中考各科开放性试题。全书编入中考六科（语文、数学、英语、物理、化学、政治）开放性试题近400道，大部为近几年全国各省（市）自治区中考所推出的开放性试题精品。它们共同的特点和走过的轨迹，预示这一类试题考试的方向。解答它们要求从多角度切入，更多需要独立灵活思考，同学们常感困难。本书根据同学们的实际需要和各学科特点，通过对具体题目的分析，启发应对策略。命题指导原则、试题内容要点、题型设置、解答要求，扼要解说，读来可令人成竹在胸，放下负担，轻装上阵，为一举夺得开放性试题关键性的高分，胜算在握。

本书编写过程，得到各科中考研究专家的大力指导，在此一并深表谢意！

本书为《中考夺标方案》丛书之一，读者可以使用全套丛书，也可以使用本书与其他的辅导读物配合，达到良好效果。

《中学生理科月刊》
《作文大王》编辑部

2001年12月于桂林

目　录

数学

物理

化学

语文

英语

政治

数　学

“开放”是相对“封闭”而言的。传统的数学题条件完备、结论确定，这类习题称为封闭题。解封闭题，一般是为了寻找正确答案。而条件不完备、结论不确定（或不明确）、解题依据和方法也往往不惟一，需要解题者多层面、多方位积极探索方可解决的习题称为开放探索题（或开放题）。开放探索题对于训练和考查学生的发散思维进而培养学生的创新意识和创新能力是十分有益的。在近年的中考试题中，开放题出现的频率相当高，因而越来越受到命题者、广大数学教师和学生的关注。开放探索题根据其条件、结论和解题依据或方法的不同，可分为三类：条件开放探索题，结论开放探索题，策略开放探索题。

一、条件开放探索题

给出问题的结论，让学生分析、探寻使结论成立应具备的条件，而满足结论的条件往往不惟一，这样的问题是条件开放探索性问题。它要求学生善于从问题的结论出发，执果索因。主要考查学生的分析、归纳和发散思维能力。

【例1】　已知数3、6，请再写一个数，使这三个数中的一个数是另外两个数的比例中项，这个数是________。（只要求填一个）

（上海市中考题）

【解析】　由于题设没有明确指明哪个数是比例中项，所以有以下三种可能（设这个数为 x）：

(1) 若 x 是3和6的比例中项，则 $x^2=3\times6$。解得 $x=\pm3\sqrt{2}$；

(2) 若3是 x 和6的比例中项，则 $3^2=6x$。解得 $x=\frac{3}{2}$；

(3) 若6是 x 和3的比例中项，则 $6^2=3x$。解得 $x=12$。

故本题可填 $3\sqrt{2}$，或 $-3\sqrt{2}$，或 $\frac{3}{2}$，或12。

【例2】　若关于 x 的方程 $x^2-3x+k=0$ 的两根均为整数，则 k 的

值可以是________。(只要求写出 2 个)

(盐城市中考题)

【解析】 设两个整数根为 x_1 和 x_2,则 $x_1+x_2=3$。$\because$ $3=-2+5=-1+4=0+3=1+2=2+1=\cdots$,$\therefore$ $k=x_1\cdot x_2=-2\times5$,或 $k=-1\times4$,或 $k=0\times3$,或 $k=1\times2$,或 $k=2\times1$,…故 k 的值可取 -10,$-4,0,2,\cdots$

【例 3】 一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的二元二次方程组的解是$\begin{cases}x=2,\\y=4\end{cases}$和$\begin{cases}x=-2,\\y=-4。\end{cases}$试写出符合要求的方程组________。

(安徽省中考题)

【解析】 仔细观察可以发现,所给方程组的解中,同组的 y 都是 x 的 2 倍,两组的 x、y 互为相反数。由此,据二倍关系得 $y=2x$;据每组 x、y 同号,两组 x、y 互为相反数及二次方程的要求可得 $xy=8$ 或 $x^2+y^2=20$。故$\begin{cases}y=2x,\\xy=8\end{cases}$与$\begin{cases}y=2x,\\x^2+y^2=20\end{cases}$是满足要求的方程组的基本形式。还可以将上述二次方程进行适当变形组合,写出符合要求的其他形式的方程组,如$\begin{cases}y=2x,\\2x^2+y^2=24。\end{cases}$故本题可填$\begin{cases}y=2x,\\xy=8,\end{cases}$或$\begin{cases}y=2x,\\x^2+y^2=20,\end{cases}$或$\begin{cases}y=2x,\\2x^2+y^2=24\end{cases}$等等。

【例 4】 按要求运用数字3和 7 编一道关于两位数的应用题,要求:

(1) 列的方程组是二元一次方程组;

(2) 3 和 7 都要当一次十位上的数字;

(3) 只写出方程组。

(山西省中考题)

【解析】 本题可分以下三步来解决:

a. 由题意,先把 3 和 7 当做所列方程组的解,建立两个等式:

$3+7=10,73-37=36$。

b. 把上述等式中的 3 和 7 分别用未知数 x、y 代替可得:

$$\begin{cases}x+y=10,\\(10y+x)-(10x+y)=36。\end{cases}$$

c. 编应用题：有一个两位数，十位上的数字与个位上的数字的和是10。如果把十位上的数字与个位上的数字对换，那么所得的新数比原数大36，求这个两位数。

【说明】 此题还有多种编法，请读者自己去探索。

【例5】 编一道可化为一元一次方程的分式方程的应用题，并解答。

编写要求：(1) 要联系实际生活，其解符合实际；(2) 根据题意列出的分式方程只含有两项分式，不含常数项，分式的分母中均含有未知数，并且可化为一元一次方程；(3) 题目完整，题意清楚。

（宁夏中考题）

【解析】 此题紧扣教材内容，设计独具匠心，考查了学生对分式方程及其变形的理解。本例出自代数第二册《分式》一章开始提出的问题，现在反过来让学生联系生活实际，自己来编。学生首先要认真分析条件，探索考察对象的可求性，方能编出。像例4那样，本题着重从以下三步考虑：

第一，依题意，确定一个有实际意义的数字：如5，当做所列应用题的一个解；建立一个符合题设要求的等式：如$\frac{10}{5}=\frac{6}{5-2}$。

第二，把上述等式中的5用未知数x来代替，变等式为分式方程，即$\frac{10}{x}=\frac{6}{x-2}$。

第三，根据方程编出应用题：

甲、乙二人做某种机器零件，已知甲每小时比乙多做2个，甲做10个所用的时间与乙做6个所用的时间相等，问甲、乙每小时各做多少个零件？

【说明】 例4、例5属于“自编题”，颇能体现素质教育的时代要求，因此，是中考命题的一大趋势。

【例6】 如果四边形$ABCD$满足条件：________，那么这个四边形的对角线AC和BD互相垂直。（只要求填写一组你认为适当的条件）

（上海市、娄底市中考题）

【解析】 从四边形$ABCD$本身的角度着眼，有四边形$ABCD$是菱形或正方形；从定理的角度着眼，依“直角三角形两锐角互余”的逆定理

有$\angle ABD+\angle BAC=90°$，或$\angle DBC+\angle BCA=90°$，或$\angle ACD+\angle CDB=90°$，或$\angle BDA+\angle DAC=90°$；再依据“等腰三角形三线合一”定理有$AB=AD$，$CB=CD$或$BA=BC$，$DA=DC$等等，这些条件都能保证四边形$ABCD$的对角线$AC$与$BD$互相垂直。

【例7】 如图1，AB是$\odot O$的直径，弦CD与AB相交于点E。若________，则$CE=DE$。（只要求填写一个你认为适当的条件）

（江西省中考题）

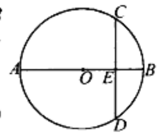

图1

【解析】 联想垂径定理及相交弦定理，得$AB\perp CD$。（或$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$，或$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{AD}$，或$\overset{\frown}{ADC}=\overset{\frown}{ACD}$，或$\overset{\frown}{BAD}=\overset{\frown}{BAC}$，或$CE^2=AE\cdot EB$，或$DE^2=AE\cdot EB$）

【例8】 已知：如图2，在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，沿过B点的一条直线BE折叠这个三角形，使点C与AB边上的一点D重合。要使D恰为AB的中点，问在图中还应添加什么条件？

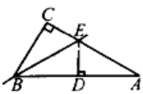

图2

【解析】 将$\mathrm{Rt}\triangle ABC$沿BE折叠，使点C与AB上的点D重合，这意味着：

(1) 折线BE平分$\angle CBD$；(2) $BD=BC$；(3) $ED=EC$；(4) $\angle BDE=\angle C=90°$；(5) $\angle BEC=\angle BED$；(6) $\triangle BEC\cong\triangle BED$。

如果不再添加辅助线，要使D为AB的中点，可添加下列条件之一：

(1) $\angle A=\angle DBE$；(2) $\angle A=\angle CBE$；(3) $\angle DEA=\angle DEB$；(4) $\angle DEA=\angle BEC$；(5) $\angle A=30°$；(6) $\angle CBD=60°$；(7) $\angle AED=60°$；(8) $\angle CED=120°$；(以上是角的关系)(9) $AB=2BC$；(10) $AC=\sqrt{3}BC$；(11) $2AC=\sqrt{3}AB$；(12) $BE=AE$；(以上是边的关系)(13) $\triangle BEC\cong\triangle AED$。(三角形之间的关系)

【说明】 本题是有条件的开放探索题。有些条件并不能保证“D为AB的中点”，如$ED\perp AB$，$ED=EC$，$\triangle BEC\cong\triangle BED$，等等。因此在解答本题时，我们应该注意所加的条件是否能保证“D为AB的中点”。

【例9】 已知四边形$ABCD$，$AB/\!/CD$，要得出$ABCD$是平行四边形

的结论，还应具备什么条件？

【解析】 判断一个四边形是平行四边形的基本依据是：平行四边形的定义及判定定理。而已知四边形已有一组对边平行这一条件，由此可以想到：(1) 两组对边分别平行；(2) 一组对边平行且相等；(3) 一组对边平行，一组对角相等，都能得到平行四边形的结论。如图 3，当 $AB \parallel CD$ 时，只要具备下列条件之一，便可得出四边形 $ABCD$ 是平行四边形：(1) $AD \parallel BC$；(2) $AB = CD$；(3) $\angle A = \angle C$；(4) $\angle B = \angle D$ 等。

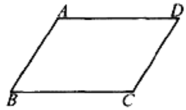

图 3

【例 10】 已知：如图 4，正方形 $ABCD$ 的边长是 1，P 是 CD 的中点，点 Q 在线段 BC 上，当 BQ 为何值时，三角形 ADP 与三角形 QCP 相似？

（云南曲靖中考题）

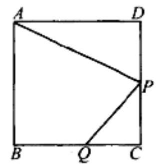

图 4

【解析】 由 $ABCD$ 是正方形知 $\angle D = \angle C = 90°$，而两个直角三角形相似有两种可能，即 $Rt\triangle ADP \backsim Rt\triangle QCP$ 或 $Rt\triangle ADP \backsim Rt\triangle PCQ$。

当 $Rt\triangle ADP \backsim Rt\triangle QCP$ 时，有 $\frac{AD}{QC} = \frac{PD}{PC}$。解得 $QC = 1$，即 Q 点与 B 点重合，$BQ = 0$；

当 $Rt\triangle ADP \backsim Rt\triangle PCQ$ 时，有 $\frac{AD}{PC} = \frac{PD}{QC}$。解得 $QC = \frac{1}{4}$，即 $BQ = \frac{3}{4}$。

因此，当 $BQ = 0$ 或 $BQ = \frac{3}{4}$ 时，三角形 ADP 与三角形 QCP 相似。

【例 11】 已知：如图 5，D 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 上的一点。

(1) 要使 $\triangle ADC$ 和 $\triangle ACB$ 相似，已经具备了 $\angle A = \angle A$ 的条件，还需要什么条件？

(2) 若已知 $\triangle ADC$ 和 $\triangle BDC$ 相似，请找出 CD 和 AB 有什么特殊的位置关系，并证明这个结论。

【解析】 对于第(1)问，先观察图形：由于 $\angle A = \angle A$（公共角），$\angle CDA > \angle B$ 恒成立，从而当 $\angle ACD = \angle B$ 时，$\triangle ADC \backsim \triangle ACB$。根据

对应关系,当$\angle ADC=\angle ACB$时,$\triangle ADC\backsim\triangle ACB$。从边来考虑,当$AC^2=AD\cdot AB$时,$\triangle ADC\backsim\triangle ACB$。以上三种情况中的任何一种,都是第(1)问的答案。对于第(2)问,如果$\triangle ADC\backsim\triangle BDC$,那么$\angle ADC=\angle BDC$。又由于$\angle ADC+\angle BDC=180°$,所以$\angle ADC=90°$。其位置关系是垂直。证明过程略。

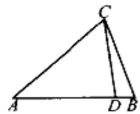

图 5

【例 12】 如图 6,点 C、D 在线段 AB 上,$\triangle PCD$ 是等边三角形。

(1) 当 AC、CD、DB 满足怎样的关系式时,$\triangle ACP\backsim\triangle PDB$?

(2) 当$\triangle ACP\backsim\triangle PDB$时,求$\angle APB$的度数。

(河南省中考题)

【解析】 (1) 本题通过$\triangle ACP\backsim\triangle PDB$来探讨一直线上三线段 AC、CD、DB 具有怎样的关系式。一般地说,要利用线段的等量代换,将三条线段放在一对相似三角形中去研究。对于本题,已有$\triangle PCD$是等边三角形,$\therefore$ $\angle PCD=\angle PDC=60°$,$PD=PC=CD$。从而$\angle ACP=\angle PDB=120°$。$\therefore$ 当$\dfrac{AC}{PD}=\dfrac{PC}{BD}$时,有$\triangle ACP\backsim\triangle PDB$,即当$CD^2=AC\cdot BD$时,$\triangle ACP\backsim\triangle PDB$。

图 6

对于第(2)题,当$\triangle ACP\backsim\triangle PDB$时,$\angle APC=\angle PBC$。所以$\angle APB=\angle APC+\angle CPD+\angle DPB=\angle PBD+60°+\angle DPB=120°$。

【例 13】 在四边形 $ABCD$ 中,E、F、G、H 分别是 AB、BC、CD、DA 上的点,$\dfrac{AE}{EB}=\dfrac{BF}{FC}=\dfrac{DG}{GC}=\dfrac{AH}{HD}=k(k>0)$,阅读下列材料,然后回答后面的问题。

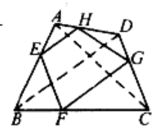

图 7

如图 7 所示,连结 BD。

$\because$ $\dfrac{AE}{EB}=\dfrac{AH}{HD}$,

$\therefore$ $EH/\!/BD$。

$\because$ $\dfrac{BF}{FC}=\dfrac{DG}{GC}$,

$\therefore$ $FG/\!/BD$。

$\therefore$ $FG/\!/EH$。

(1) 连接 AC,则 EF 与 HG 是否一定平行? 答:________。

(2) 当 k 值为________时,四边形 $EFGH$ 为平行四边形。

(3) 在(2)的情形下,对角线 AC 与 BD 只要满足________条件时,$EFGH$ 为矩形。

(4) 在(2)的情况下,对角线 AC 与 BD 只要满足________条件时,$EFGH$ 为菱形。

(黄冈市中考题)

【解析】 运用成比例线段判定两直线平行,是解决(1)、(2)两题的关键。掌握矩形、菱形对角线的特殊性是探索(3)、(4)两题欠缺条件的关键。

(1) 由已知,EF 与 HG 不一定平行。

(2) $\because$ $FG /\!/ EH$,$\therefore$ 只要再有 $FG=EH$,四边形 $EFGH$ 就是平行四边形。显然当 FG 和 EH 分别是$\triangle CBD$ 和$\triangle ABD$ 的中位线,即 $k=1$ 时,就有 $FG=EH$。

$\therefore$ $k=1$ 时,四边形 $EFGH$ 为平行四边形。

(3) 在(2)的情况下,▱$EFGH$ 要成为矩形,只要再有条件 $AC\perp BD$ 就行了。

$\therefore$ 当 $AC\perp BD$ 时,▱$EFGH$ 是矩形。

(4) 在(2)的情况下,▱$EFGH$ 要成为菱形,只要 $EH=EF$ 就可以了,而 $AC=BD$ 能使 $EH=EF$。

$\therefore$ 当 $AC=BD$ 时,▱$EFGH$ 是菱形。

【例 14】 同学们知道:只有两边和一角对应相等的两个三角形不一定全等,你如何处理和安排这三个条件,使这两个三角形全等,请你仿照方案(1),写出方案(2)、(3)、(4)。

解:设有两边和一角对应相等的两个三角形。

方案(1):若这个角的对边恰好是这两边中的大边,则这两个三角形全等。

(广东省中考题)

【解析】 联想全等三角形的判定定理,涉及两边和一角的只有"两边及其夹角对应相等的两个三角形全等"。因此,"若这个角是两边的夹角,则这两个三角形全等"可作为一个方案,其余关于两边和一角对

应相等的情况就只能都是“两边和其中一边的对角”的情况了。

据“同学们知道”的情况和方案(1),可以猜想:若这个角是两边中小边的对角,则这两个三角形可能不全等(否则与“同学们知道”的情况矛盾),故应舍去这种类型的方案。

依据方案(1)的条件,联想三角形中边与角之间的大小对应关系,从保证“这个角的对边是两边中的大边”出发,将角特殊化,可得方案“若这个角是直角或钝角,则这两个三角形全等”(可以分别写成两个方案)。此外,还可以将两边特殊化,得方案“若这两个三角形是等腰三角形(或若对应相等的两边也相等),则这两个三角形全等”。

于是,可选择的方案有:

方案(2):若这个角是这两边的夹角,则这两个三角形全等(SAS)。

方案(3):若这个角是直角,则这两个三角形全等(HL)。

方案(4):若这两边相等,则这两个三角形全等。(当这个角是顶角时,即边角边公理;当这个角是底角时,即角角边公理的推论)

方案(5):若这个角是钝角,则这两个三角形全等。

方案(6):若这两个三角形都是锐角三角形,则这两个三角形全等。

【例 15】 如图 8,$\triangle ABC$ 内接于$\odot O$,D 是劣弧$\overset{\frown}{AB}$上一点,E 是 BC 的延长线上一点,AE 交$\odot O$ 于 F。为使$\triangle ADB\backsim\triangle ACE$,应补充的一个条件是________,或________。

(大连市中考题)

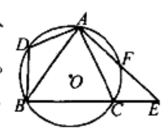

图 8

【解析】 要使$\triangle ADB\backsim\triangle ACE$,只要找到两个三角形有两个角对应相等或三边对应成比例即可。本题中,从角方面考虑,观察图形可知$\angle ACE=\angle ADB$。于是,只要找另外一对对应角相等就行了。由此,要补充的条件可填$\angle DAB=\angle CAE$ 或$\angle ABD=\angle E$。同时,根据同圆中圆周角与弧之间的关系,条件$\angle DAB=\angle CAE$ 又可转化为$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{CF}$,因此补充的条件又可以填$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{CF}$;从边考虑,由于已有条件$\angle ADB=\angle ACE$ 成立,如果它们的夹边对应成比例,同样也可以得出$\triangle ADB\backsim\triangle ACE$。于是补充的条件又可以填$\frac{AD}{AC}=\frac{BD}{CE}$。

$\left(\text{或}\dfrac{AD}{BD}=\dfrac{AC}{CE}\text{或 }AD\cdot CE=AC\cdot BD\text{ 等}\right)$

【例 16】 已知:如图 9,$\triangle ABC$ 为$\odot O$ 的内接三角形,$\odot O_1$ 过点 C 与 AC 交于点 E,与$\odot O$ 交于点 D,连结 AD 并延长与$\odot O_1$ 交于点 F,与 BC 的延长线交于点 G,连结 EF。

要使 $EF\parallel CG$,$\triangle ABC$ 应满足什么条件?请补上你认为缺少的条件,并证明 $EF\parallel CG$。(要求:补充的条件要明确,但不能多余)

(聊城市中考题)

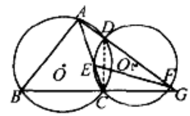

图 9

【解析】 要使 $EF\parallel GC$,根据平行线的判定定理,只要$\angle ACB=\angle CEF$ 就行了。连结 CD,易得$\angle CEF=\angle CDG$(在同圆或等圆中,同弧所对的圆周角相等),$\angle CDG=\angle B$(圆内接四边形的一个外角等于其内对角),故只要有条件$\angle ACB=\angle B$,就能推出 $EF\parallel CG$。由此可知,$\triangle ABC$ 应满足的条件是$\angle ACB=\angle B$ 或 $AB=AC$。证明略。

【例 17】 已知:如图 10,四边形 $ABCD$ 是$\odot O$ 的内接四边形,A 是$\overset{\frown}{BD}$的中点,过 A 点的切线与 CB 的延长线交于点 E。

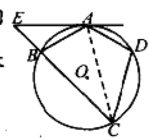

图 10

(1) 求证:$AB\cdot DA=CD\cdot BE$;

(2) 若点 E 在 CB 的延长线上运动,点 A 在$\overset{\frown}{BD}$上运动,使切线 EA 变为割线 EFA,其他条件不变,问具备什么条件使原结论成立?(要求画出示意图,注明条件,不要求证明)

(海淀区中考题)

【解析】 (1) 连结 AC。

$\because$ A 是$\overset{\frown}{BD}$的中点,$\therefore$ $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AD}$。$\therefore$ $\angle ACB=\angle ACD$。

又$\because$ EA 切$\odot O$ 于 A,$\therefore$ $\angle EAB=\angle ACB$。

$\therefore$ $\angle EAB=\angle ACD$。

又 $ABCD$ 内接于$\odot O$,$\therefore$ $\angle ABE=\angle D$。

$\therefore$ $\triangle EAB\backsim\triangle ACD$。$\therefore$ $\dfrac{AB}{CD}=\dfrac{EB}{AD}$。

$\therefore$ $AB\cdot DA=CD\cdot BE$。

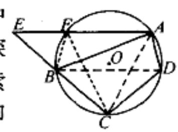
图 11

(2) 此问是条件开放题，是在图形变化和运动中让考生探求所需条件的问题。对于这种条件开放探索题，常用的解题策略是"视动为静"，采用"执果索因"的方法逆向思考寻求答案。欲使结论成立，即 $AB \cdot DA = CD \cdot BE$ 或 $\dfrac{AB}{CD} = \dfrac{EB}{AD}$ 成立，须使 $\triangle EAB \backsim \triangle ACD$。由于四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$，$\therefore$ $\angle ABE = \angle D$。为使 $\angle EAB = \angle ACD$，连结 BD，则 $\angle ABD = \angle ACD$。$\therefore$ 只须使 $\angle EAB = \angle ABD$，即只须使 $AE \parallel BD$。所以应添加的条件是 $\overset{\frown}{BF} = \overset{\frown}{DA}$（或 $BF = DA$，或 $\angle BCF = \angle DCA$，或 $FA \parallel BD$，或 $\angle BAF = \angle DCA$ 等，如图 11）。

【说明 1】 本题的第(1)问中，点 A 是 $\overset{\frown}{BD}$ 的中点，中点是一般点的特殊位置；EA 是切线，切线是割线的特殊状态。这种特殊性构成了一种静态的图式，由此推出预期的结论，就是一道常规的几何证明题。在上面的证明中比较容易推出如下条件：

① $\angle ABE = \angle D$；② $\angle EAB = \angle ACD$。

其中①式由圆内接四边形的性质确定，它是本题的一大背景，相对来说，是不能变动的。②式由前述特殊性质决定，特殊性可以向一般性转化，是可以变动的。这样，就出现了第(2)问的开放探索题。要解答第(2)问，就必须对原命题进行反思，抓住影响结论的本质因素。也就是说，必须思考哪些条件是不变的（如条件①不会因为"运动"而变化），哪些条件可能会变（如条件②会因为"运动"而变化）。因此，要保持结论，就得保持条件②，也就是寻找与 $\angle BAE = \angle DCA$ 的等价条件。于是前面的"解析"思路就畅通了。

【说明 2】 "用动态关系代替静态位置，用可变参数代替不变常量，用问题探究代替命题论证，用供料推测代替习题求解"将是今后中考命题的一种趋势。

【例 18】 已知：抛物线 $y = x^2 - 2x - 3$。

(1) 求这条抛物线的对称轴；

(2) 若此抛物线与 x 轴的交点从左到右依次为 A、B，其对称轴与 x 轴相交于点 C。设 $\odot D$ 的直径为 BC，$\odot A$ 的半径为 R，现要使 $\odot A$ 与 $\odot D$ 相交，请你写出符合上述要求的 R 的任意两个数值，并说明理由。

（泉州市中考题）

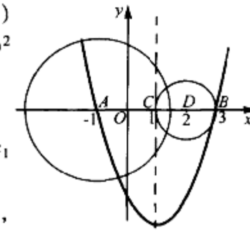

图 12

【解析】 (1) $y = x^2 - 2x - 3 = (x-1)^2 - 4$。

∴ 这条抛物线的对称轴是 $x = 1$。

(2) 令 $y = 0$ 得 $x^2 - 2x - 3 = 0$，解得 $x_1 = -1$，$x_2 = 3$。

∴ 点 A、B 的坐标分别为 $(-1,0)$，$(3,0)$，如图 12。

由(1)知抛物线的对称轴是 $x = 1$，故点 C 的坐标为 $(1,0)$，BC 的中点 D 的坐标为 $(2,0)$。∴ $\odot D$ 与 $\odot A$ 的圆心距 $d = 3$。要使得 $\odot A$ 与 $\odot D$ 相交，必须满足 $R - 1 < d < R + 1$，即 $R - 1 < 3 < R + 1$，解得 $2 < R < 4$。∴ R 可取 2.5，3，…

【例 19】 已知：如图 13，一条抛物线 C_1：$y = -\frac{3}{16}x^2 + 3$ 交 x 轴于点 A、B，交 y 轴于点 P，另一条抛物线 C_2 过点 B，顶点为 $Q(m,n)$，对称轴与 x 轴相交于点 D，且以 Q、D、B 为顶点的三角形与以 P、O、B 为顶点的三角形全等，求 m、n 的值。

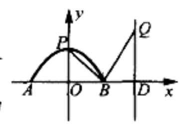

图 13

【解析】 由 $-\frac{3}{16}x^2 + 3 = 0$ 得 $x = \pm 4$，故 $A(-4,0)$，$B(4,0)$。又 $P(0,3)$，∴ $OP = 3$，$OB = 4$，$PB = 5$。

(1) 当抛物线 C_2 的对称轴在 B 点右侧，$\triangle POB \cong \triangle BDQ$ 时，则 $BD = 3$，$DQ = 4$。

∴ $D(7,0)$，$Q(7,\pm 4)$。

∴ $m = 7$，$n = 4$ 或 $m = 7$，$n = -4$。

当 $\triangle POB \cong \triangle QDB$ 时，

则 $DQ = 3$，$BD = 4$。

∴ $D(8,0)$，$Q(8,\pm 3)$。

∴ $m = 8$，$n = 3$ 或 $m = 8$，$n = -3$。

(2) 当抛物线 C_2 的对称轴在 B 点左侧，$\triangle POB \cong \triangle QDB$ 时，则 $DQ = 3$，$BD = 4$。∴ $D(0,0)$，$Q(0,\pm 3)$。

∴ $m = 0$，$n = 3$，或 $m = 0$，$n = -3$。