科学译刊

（试　刊）

第一辑

上海科学技术情报研究所

科　学　译　刊
（试　　刊）
第　一　辑
*
上海科学技术情报研究所出版
新华书店上海发行所发行
上海商务印刷厂印刷
*
开本：787×1092 1/16　印张：8.75　字数：219,000
1978年1月第1版　1978年1月第1次印刷
印数：1—28,500
代号：151634·396　定价：1.10元
（限国内发行）

前　　言

为了使从事科学技术工作的领导干部、科学技术人员和其他爱好科学的同志，了解国外自然科学的发展动向以及各个学派不同的学术观点，对于贯彻毛主席指示“有批判地学，不可盲目地学”，对于活跃我们的学术气氛、繁荣我们的科学事业，以加速实现科学技术现代化有所俾益，我们编译了这本《科学译刊》作为试刊。主要内容简介如下：

《七种基本突变》介绍了突变理论，这是R. 托姆等提出的一种新的数学理论，是研究不连续过程的。国外有人把它吹得神乎其神，也有人把它贬低得一钱不值。作为一种学说，介绍供研究。对《纯粹数学与其他科学有关系吗?》一文，主要推荐其中的第二部分《当代的数学研究》。

天文学方面，《历史上的超新星》一文，是外国人介绍我国古代天文学的成就。在明朝以前，我国的科学是发达的，只是在近代才落后了，这篇文章可以长我们的志气，激励我们为人类作出较大的贡献。《黑洞的量子力学》的作者S. W. 霍金是英国剑桥大学的理论物理学家，英皇家学会会员，研究方向是引力物理。他的思想活跃，把广义相对论、量子力学和热力学结合起来，提出粒子可以通过“隧道效应”逸出黑洞的看法，在1976年下半年国际天文学会议上引起极大兴趣，是当年的一项重大科学消息，过去认为黑洞是天体演化的末日，光也不能逸出，因而无法观测，形而上学、唯心主义因素甚多。通过霍金的研究，黑洞只是天体演化的一个阶段，可以观测得到，黑洞变得不黑了。

《什么是基本粒子》这篇文章是作为反面文章选登的。作者W. 海森堡是德国的理论物理学家，已于1976年2月去世。他1932年获诺贝尔物理奖，二次大战中在希特勒德国领导原子能研究。在量子电动力学，原子核构造，铁磁理论，统一场论等方面做过研究工作。量子力学的物理解释方面，以玻尔、海森堡为首的哥本哈根学派是西方的正统派，影响很大。在基本粒子理论方面，他提出“可分”、“组成”是没有意义的，反对“物质无限可分”，这种论点在他是一贯的，本篇具有代表性。国内已经有同志对这篇文章进行批判、讨论。

《夸克的幽禁》的作者南部阳一郎是日本人，现任美国芝加哥大学物理系主任。他的工作以南部-韩茂荣的着色夸克模型而闻名。《夸克的幽禁》一文，通俗

地介绍了较近时期夸克理论的发展，如着色夸克、规范场论、弦模型、袋模型等。

《能源与物理学》作者 П.Л. 卡皮查是苏联物理问题研究所所长，主要研究工作在磁学、低温方面。文章前面部分关于能源危机和热力学第一定律(能量守恒定律)之类的议论，可看出苏联社会帝国主义怎样和其他帝国主义一样，在为资本主义世界的腐朽没落辩护。热力学定律是自然规律，过去是这样，现在还是这样，资本主义世界的能源危机则是近年来才有的新鲜事，如果这种议论成立的话，那末古代埃及也会有能源危机了。但是文章在用物理学的观点，着眼于能流密度来分析各种能源上，还是有独到之处的。虽然西方有些科学家认为卡皮查的看法简单片面，但因为这篇文章影响广，作为一家之言，可以一读。

《化学——我们进步的关键》的作者 G. T. 西博格，发现了镎、钚、镅、锔、锫、锎、钔、锘、铹等超铀元素，1951 年获诺贝尔化学奖。本文是他作为会长在 1976 年美国化学学会成立 150 周年纪念会上的讲演，对化学在材料、能源、粮食、医药等方面的广泛应用作了介绍。

《化学进化》的作者 M. 卡尔文在 1961 年获诺贝尔化学奖。他的研究领域是金属有机化学、生命的化学起源、光合作用、化学肿瘤发生学等。

《癌症问题》作者 J. 凯恩斯，曾任美国冷泉港定量生物学研究所所长，现已回英国，在帝国癌症研究基金会磨盘山实验室工作，研究方向为医学、病毒学、分子生物学。1973 年他决定停止研究工作，转向为科学工作人员写一本癌症研究的入门书。他认为一切癌症都由环境因素引起，是一派的学术观点。

有了人造卫星，人类对宇宙空间的认识就丰富和深化了。《海盗号登上火星：初步考察》介绍了火星考察的情况。作者 R. S. 杨是这项计划的主管人员，原文文字写得零乱，但内容较全面。《未来的赛跑成绩》是有关体育科学的，作者提出了赛跑纪录远未达到人的生理限度、限制成绩提高的因素是心理方面的观点。

其他不一一赘述，有些错误观点，为保持译文的完整，未作删节，请读者注意鉴别。

科 学 译 刊

（试 刊）　　　　第一辑　目　录

数　学

七种基本突变……………………………………I. 斯图尔特　1
纯粹数学与其它科学有关系吗？………………F. E. 白劳德　9

天　文

历史上的超新星…………………F. R. 斯蒂芬森 D. H. 克拉克　21
黑洞的量子力学………………………………S. W. 霍金　32

物　理

什么是基本粒子………………………………W. 海森堡　42
夸克的幽禁………………………………南部阳一郎　50
能源与物理学…………………………………П. Л. 卡皮查　69

化学·生物·医学

化学——我们进步的关键……………………G. T. 西博格　75
化学进化…………………………………………M. 卡尔文　85
癌症问题…………………………………………J. 凯恩斯　96

其　他

海盗号登上火星：初步考察…………………R. S. 杨　111
未来的赛跑成绩…………H. W. 赖德　H. J. 卡尔　P. 赫格特　119
1976 年的科学：从火星到玛雅文化…………………………130

七 种 基 本 突 变

虽然过去几十年中出现过许多新数学理论，但在激动人心方面都比不上雷内·托姆 (René Thom) 的突变理论。本文确切地描述了这种具有根本变革性质的理论的内容，及其应用的范围与局限性。

从行星运动至原子结构的物理现象，莱布尼兹与牛顿的微积分在其数学描述上占有重要地位。但微积分的应用仅局限于呈现"平滑"特性的那些现象，当遇到具有突然不连续性的系统，微积分就很少价值。微积分在其应用范围内极为成功，不可避免地使人们对它应用不上的那些问题日益感到兴趣，例如冲击波，湍流相变(液态变气态)，应力下大梁的压屈以及诸如细胞分裂或胚胎发育等范围广泛的生物学问题。

法国数学家雷内·托姆最近在这些问题上有了重大的进展，可以算得上一个变革。他发展了涉及某些极普遍的不连续过程的理论，并得出一条惊人的结论：这些过程只有七种根本不同的类型。托姆把他的体系称为突变理论(Catastrophe theory)。

所有成功的数学理论，突变理论也毫不例外，都希望有更多的应用。例如波动方程对光波、声波、弹性波或水波都能很好地描述。突变理论应用范围很广，有时会造成夸张的说法，认为"一切都是突变"。当然，情况并非如此，并且如果突变理论所能作出的实际贡献，为一场言过于行的吹嘘所掩盖，那倒是很可悲的。

突变理论最直接的应用，是数学描述(作力学上的类比)相应于摩擦剧烈，遵守亚里士多德定律(速度与力成比例)，而不遵守牛顿定律(加速度与力成比例)的系统。系统的特性受"能量函数"E 的支配(E 不一定是实际的物理能量)，而系统迅速趋向于稳恒状态或平衡

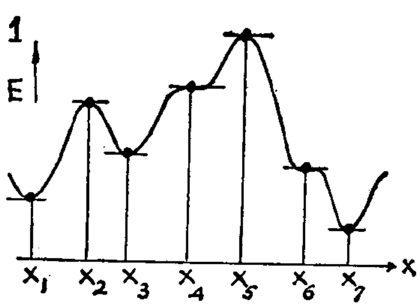

图 1 函数的稳定值：极小值，极大值与拐点

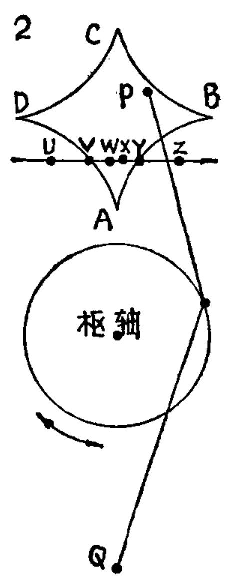

图 2 齐曼的"突变机构"

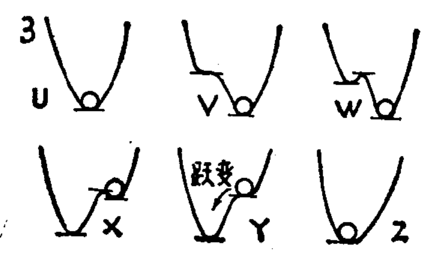

图 3 齐曼机构中能量函数的变化

33142

态。为简单起见，假定系统的状态可用一个变数 x 来表示，作出 E 和 x 的关系图。在典型情况下，结果如图 1 所示。平衡态相应于 E 的稳定值，在稳定值处，曲线趋于水平。因为在力学类比中，稳恒态对应于速度为零，根据亚里士多德定律，力也必须为零，而力是由能量曲线的斜率给出的。图 1 中有 7 个稳定值：极小值在 x_1、x_3、x_7，极大值在 x_2、x_5，"拐点"在 x_4、x_6，极小值相应于稳定平衡，在微小扰动后会回复原状；极大值和拐点相应于各种不稳定平衡。对物理系统来说，稳定平衡(能量最小)是最重要的。

齐 曼 机 构

齐曼的"突变机构"提供了一个简单物理模型，能演示所有有关的现象。"突变机构"如图 2 所示。波斯顿和伍德科克对此作了详细分析(见剑桥学会会报 74 卷 217 页)。这是一个有枢轴的圆盘，可任意转动，盘边上附有两条橡皮带，一条带的另一端固定在 Q 处，而另一条带的另一端 P 在圆盘所在平面中自由移动。实验表明存在具有下列特性的菱形区域 $ABCD$：如果 P 在区域外，圆盘只有一个稳定平衡位置，但 P 如在区域之内，则有二个稳定平衡位置。

如果使 P 平滑地移动，圆盘的平衡位置也就改变。一般这种改变也是平滑的，但如 P 越过区域 $ABCD$ 的边缘，圆盘有时就会从一个平衡位置突然跃变到另一截然不同的平衡位置。例如，P 沿图 2 中 $UVWXYZ$ 的路线移动，当它在 Y 处越出区域 $ABCD$ 时，就有跃变发生(但 P 点在 V 处进入区域时，没有跃变)。更令人惊异的是 P 点沿相反路线 $ZYXWVU$ 移动时发生的情形，当 P 点离开菱形区域时，圆盘仍有跃变，但这次在 V 处发生。所以当自由端 P 所经的路线反向时，圆盘的特性并不可逆。

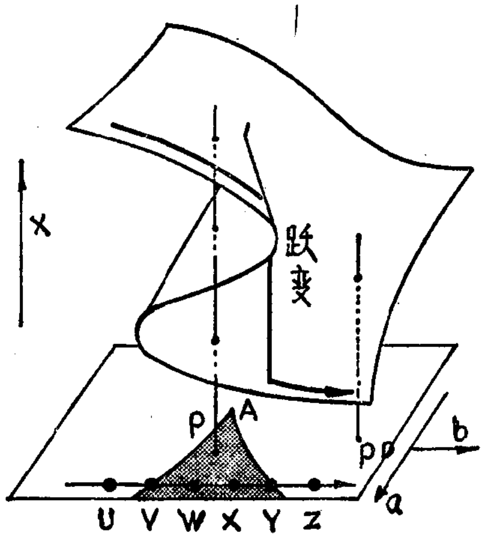

图 4 突然跃变的几何描述

为了解释这个特性，看一看 P 的位置沿 $UVWXYZ$ 路线时的能量函数 E(代表橡皮带中蓄积的能量)，其形状如图 3 所示，在菱形区域外的 U 或 Z 处，只有一个极小值；在区域内的 W 或 X 处，在极大值的两边各有一极小值，在区域边缘的 V 或 Y 处，极小值之一和极大值合并，形成拐点；一出区域外，拐点就完全消失。当 P 点由 U 处移向 Z 处，圆盘从初始的极小值处出发，由于摩擦力的作用，在整条路线上一直至 Y 处，仍停留于这一极小值，但在 Y 处，这个极小值消失了，圆盘被迫突然跃变至相隔一定距离的唯一余留的极小值。

所有这些，可以画一张平衡值 x 与自由端 P 位置的三维图形，使它以几何方式直观地看出。经数学分析，画出图 4。折迭的曲面表示平衡态。在给定的 P 点位置 (a, b) 向上引一根垂直线，和曲面相交于几个点，点的垂直高度和平衡值 x 相对应。可以看出，如果 P 点位于阴影区外，只可能有一个 x 值；如果 P 点位于阴影区内，由于曲面的折迭，就有三个值：一个在上面一叶曲面上，另一在中间，再一个在下面一叶曲面上。阴影区表示图 2 中菱形区域 $ABCD$ 在 A 点附近的一部分，为了看得清楚，图形倒置了。当 P 点沿 $UVWXYZ$ 移动，

圆盘的状态由 P 点垂直上方曲面上的一点表示。“摩擦力”使这一点尽可能地停留在同一叶曲面上，当 P 点通过 V 处时，没有什么问题；当 P 点通过 Y 处时，上面一叶曲面向下折转，而圆盘突然跃变，“从边缘落到”下面一叶曲面上。实际上所有可能发生的跃变都可以归并在这张几何图形内。

托 姆 定 理

托姆研究了一个更普遍的情况：这些系统其特性可以用一有限集的变量 $x, y, z\cdots$ 来描述，并由另一有限集的变量 $a, b, c\cdots$ 来控制。能量函数 E 随 $a, b, c\cdots$ 与 $x, y, z\cdots$ 变化，除可以进行微积分运算的条件外，这是极为普遍的。对给定的 $a, b, c\cdots$ 系统取相应于 E 的稳定值的 $x, y, z\cdots$ 的平衡值。所提的问题是：如果现在使 $a, b, c\cdots$ 变化，系统可能在平衡态的位置上显示何种跃变性质？

在齐曼机构内，特性变量 x 决定圆盘的位置，控制变量 a, b 给出橡皮带自由端 P 的位置，而跃变由图 4 的几何图形来描述。选择一个能量函数，相应于一种类似的几何图形。托姆指出如何通过图形的几何性质（更恰当一些，该是拓扑性质）来答复这个问题。

首先注意控制变量的微小变化。允许变量有平滑可逆的变化：这在数学上没有坏处，对应于在同一物理情况下物理变数的不同选择，这是常用于简化数学描述的手段。因为一切事物都发生在时空中，我们至多允许有 4 个控制变量。对特性变量的数目，没有作任何限制。

托姆定理说，除了即将解释的某些例外，经常可能作出坐标的平滑可逆变化，使在一已知点的邻域，该系统显示七种特性之一，这七种类型是基本突变，相应于选择下表列举的能量函数。伍德科克和波斯顿用计算机制图法详细地研究这些能量函数的特性（见“基本突变的几何学研究”一文，刊载于《数学讲演记录》1974 年 373 卷）。

托姆定理的例外，只是一些“无限稀有”的能量函数，通常可以忽略。齐曼机构相应于一种尖点突变。

突变类型	能量函数
折迭	$\frac{1}{3}x^3+ax$
尖点	$\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}ax^2+bx \quad (\pm)$
燕尾	$\frac{1}{5}x^5+\frac{1}{3}ax^3+\frac{1}{2}bx^2+cx$
蝴蝶	$\frac{1}{6}x^6+\frac{1}{4}ax^4+\frac{1}{3}bx^3+\frac{1}{2}cx^2+dx \quad (\pm)$
双曲脐点	$x^3+y^3+ax+by+cxy$
椭圆脐点	$x^3-3xy^2+ax+by+c(x^2+y^2)$
抛物脐点	$x^2y+y^4+ax+by+cx^2+dy^2 \quad (\pm)$

标有(±)符号的三种突变以“对偶”形式出现，具有负的能量函数。选择何种符号在数学上是不重要的，但却有对换稳定平衡和不稳定平衡的物理效果。七种数学系统对应于十种物理系统：三种“对偶”对与四种“自对偶”系统。

基本突变具有结构稳定的重要性质。结构稳定(这与平衡稳定的概念无关)的大致意义是几何特性不为能量函数的微小扰动所改变。这在物理描述上是重要的，因为所发生的任何可以认识到的、有足够规律性的现象，在经常存在的微小扰动下，必须具有某种内在的稳定性。目前结构稳定性是这一概念的最满意的表述。

极复杂的数学技巧

托姆定理的证明(见“展平的稳定性”，刊载于《数学讲演记录》1974年393卷)，涉及极复杂的现代数学技巧，假定具备所有有关的数学基础，也要用50页的篇幅进行解释。它是用比本文中使用的语言更为现代的语言来表达的，这种语言是必要的，因为只有用现代的语言才能叙说这个定理，更不必谈证明这个定理了。这些结果被推广至多于4个控制变量的系统，考虑到限制扰动的对称条件，并允许新系统在结构上是稳定的。

确切地说，突变理论是数学的一个分支，它是奇点理论的一个极为成功的特殊部分。奇点理论已经让数学家至少忙了三百年，也许还要继续这样干三百年。虽然过去几十年出现了不少新的数学理论，就数学本身而言是同等重要的，但在引起精神上的激奋外，没有一个可和突变理论相比。适当地理解突变理论可以为我们所生存的世界提供新颖而深入的见解。它还需要加以发展、检验、修改，经历一般成为可靠的科学工具的全部过程。但我毫不怀疑，突变理论已站住脚跟，但是它并非万能，也不是宇宙中的唯一事物。

光学中的突变

突变理论在光学中有一些优美的应用，尤其是在焦散现象的研究上。焦散的简单例子是日光从弯曲的咖啡杯边上反射时表面上形成的明亮的尖齿线。数学分析表明这可用尖点型突变来描述。光线在“相空间”形成折迭曲面，如投影到实际空间，就是个尖点。可以证明，在适当的假设条件下，只有和各种类型突变相对应的那些焦散现象才能够出现。日光在雨滴中按折迭型突变折射，提供了一个特别熟悉的例子：虹。在粒子散射中也发生同样的现象，只是现在“虹”是量子力学的事。当光束在形状不规则的透镜(如眼镜上有水滴)中折射时，就产生尖点。

图5所示是布里斯特尔大学的贝里所拍摄的照片。它显示了这种效应。边缘附近的条纹由于衍射效应产生，极有兴味，光的强度可用特殊函数计算，函数的定义与折迭型和尖点型突变的能量函数有关。贝里的另一张照片(图6)，显示了4个相连结的双曲脐点型突变，这是光线通过有周期性图案的玻璃片时发生的。如果窗外路灯位置适当的话，有时能在浴室窗户的毛玻璃上看到这种效应。同样，在粒子从晶体表面散射时也会发生。

贝里还指出，另一种光学效应——“光轮”(见《科学美国》231卷60页)，是托姆的任何一种突变都无法描述的焦散现象。这事实强调指出了并非“一切都是突变”。但可以认为“光轮”是在规定对称条件下所产生的一种突变。这方面目前还很少了解。

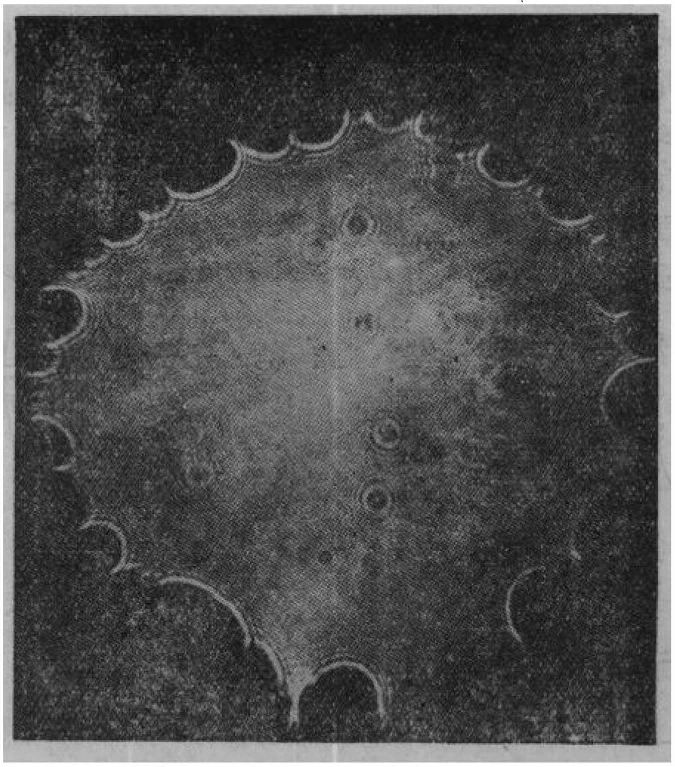

图 5 不规则透镜引起的尖点型突变

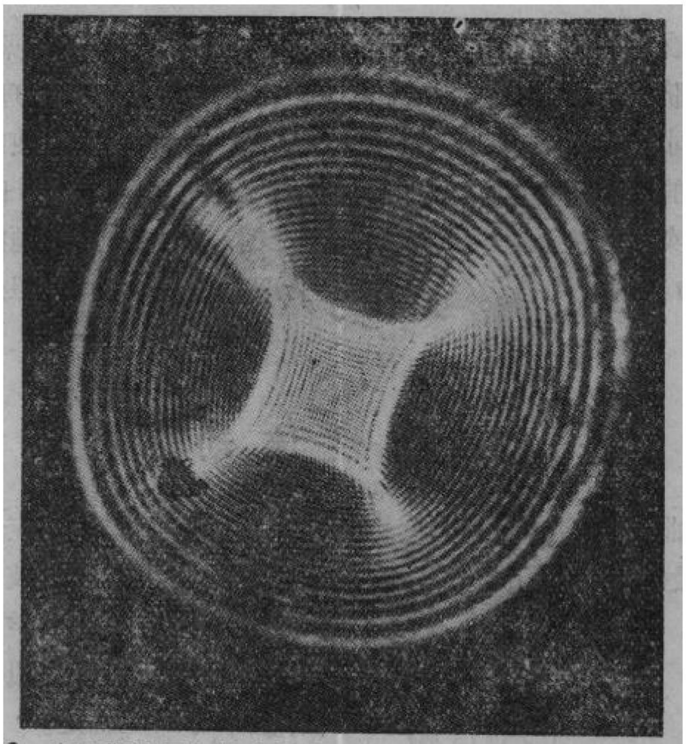

图 6 有周期性图案的玻片上折射引起的 4 个双曲脐点型突变

焦散现象的应用似乎很少实际意义，但情况并非如此。在化学中量子性的焦散很重要，光的焦散和太阳能装置的设计有关，而声波的焦散在设计声纳探测仪器上是重要的。

桥 的 崩 坍

关于弹性工程结构（如桥、梁、墩等）的稳定性，突变理论大有用处。伦敦大学院的 M. 汤

普森发展了这类结构的理论，但结果仍然和突变理论基本上相同。以低弧拱作为最简单的例子，弧拱两端固定，并在中点处加载，制造中的微小疵缺可以看作载荷离中点稍有偏移。图7所示为典型的弧拱强度（所能承受而不发生压屈的最大载荷）与疵缺程度的关系：仍然出现无处不有的尖点。由于尖点的陡削程度，即使是极小的疵缺（在制造容许公差内），也导致强度显著下降。

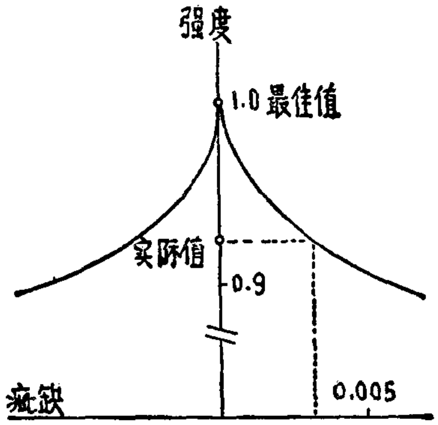

图7　疵缺如何影响弧拱的强度

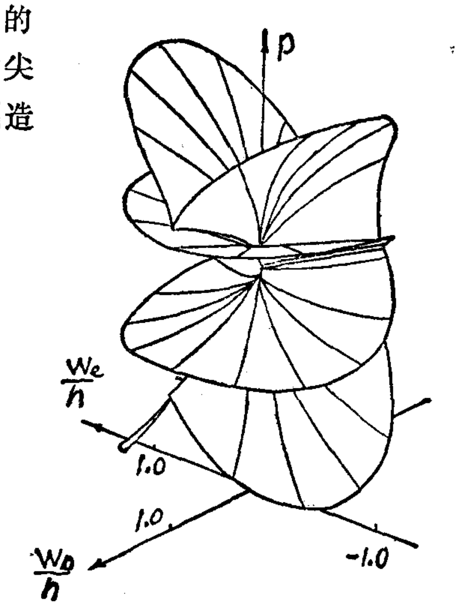

图8　双曲脐点型突变支配加劲板的强度

如J. M. T. 汤普森在《自然》杂志254卷392页中所述，类似于箱梁桥中所用的加劲板，其压屈特性可用双曲脐点表示，其中极小的疵缺会将强度降低至最大理论的三分之二左右。土木工程中常用的“同时式设计”(simultaneous mode design) 方法使结构对制造中的疵缺极为敏感。看来著名的箱梁桥崩坍（墨尔本的西门桥、图略），其根源归结为此，是很有道理的。要找到比这个更实际的突变理论的应用是困难的。如果设计问题能从突变理论的精神来处理，就会减少生命与物资的损失。可惜是突变理论最近才出现，但是至少在未来这类灾祸是可以避免的。

突变性流动

把碎波描述为双曲脐点型突变是突变理论在流体力学上的早期应用。但这不是一次成功的应用，因为齐曼最近阐明，在波碎裂后，突变理论给出了错误的波形。可是看来仍然和突变或某些有关的数学概念有关。这里有个实际教训：任何事物粗看起来是种托姆的突变，但未必一定就是。

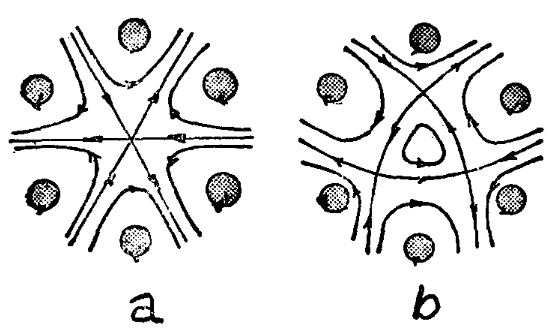

图9　6转轴水车的流动方式

但是，突变理论在流体力学上确实有令人满意的应用。二维非粘性流动的数学描述用了一种如突变理论的能量函数的函数，其结果描述了流体可能存在的流动方式和控制参数变化时流动方式的变化。这可以从贝里的例子中看出，由6个排成六角形的转轴控制着液流的流动，有关的函数为 x^3-3xy^2，流动方式如图 $9a$。这种流动实际上只在转轴转

速都相同时才产生，转速极微小的变化就会破坏流动方式。所以如果所有的逆时针转动的转轴转得稍快一些，就迭加上某些转动流动，结果就是图 9*b* 的流动方式。

将各种可能性加以分类的方法，不但要求助于托姆定理，并且还求助于定理证明的主要组成部分——"展平"(unfolding)的概念。函数 x^3-3xy^2 在结构上不是稳定的，微小的扰动就会改变流动方式，如果它"展平"至椭圆脐点型的函数族 $x^3-3xy^2+ax+by+c(x^2+y^2)$，则整个函数族是结构稳定的，函数族的扰动并不改变其几何性质。这就是说，转轴转速的扰动所得到的流动方式和相应于函数族的流动方式有相同的几何性质。运用椭圆脐点型的具体计算可以解决产生何种流动方式，同样还能解决从一种转变为另一种的方法。还有，可以给多出的项以物理意义，函数 x^2+y^2 代表纯粹的转动流动，而 x 项与 y 项分别代表沿 y 轴与 x 轴的均匀流动。所以函数族对应于纯粹的 6 转轴控制的流动，加上一些转动流动，再加上一些均匀流动。除图 9*a*, 9*b* 外，还有其他 7 种可能的流动方式（零流动不算），而突变理论预测其他的不会发生。预测的实验验证正在进行，希望这一类分析将有助于阐明与湍流有关的效应。

胚 胎 发 育

突变理论最初是托姆作为形态发生（即事物的形态变化，特别是生物学方面的）的一般理论而创立的。他认为，虽然生物学者发现了丰富的实验事实，但他们没有打算把某些事实综合为完备的理论。他写的一本书《结构稳定与形态发生》(1972 年)，概括了他的想法。但在阅读这本书时，要记住他写的只是一个大纲，许多具体细节省略了或是猜测性的。因而不能希望理论的各方面都实用。其范围很广泛，很难简洁地予以证明。他的想法是为形态发生过程定性地建立数学模型（这儿拓扑学起作用），并推演出这些模型应具有的性质，机体的生长可看作一系列渐变，为生物化学的突跃所触发，并转而触发生物化学的突跃。而且和机体现实形态的大规模变化相联系。

由特例来掌握所考虑的内容是比较容易的。齐曼提出，细胞组织分化为各种类型必须在一边界上发生，边界形成，向一边移动，最后稳定下来（见"演化生物学中的原波与次波"，刊载于《生命科学中的数学讲演集》1974 年 7 卷）。这一原波引起细胞变化的次波，次波隔一段时期后可以探测得出，并引起形态学上的变化。这个想法的基础就是图 10 的显而易见的突变图。垂直坐标表示细胞的生化状态：这是成千个生化量浓度、梯度、动力变量及所需要的其他量的综合。就突变理论而言，这种变量有多少，究竟是些什么量，是无关重要的，为简单起见，

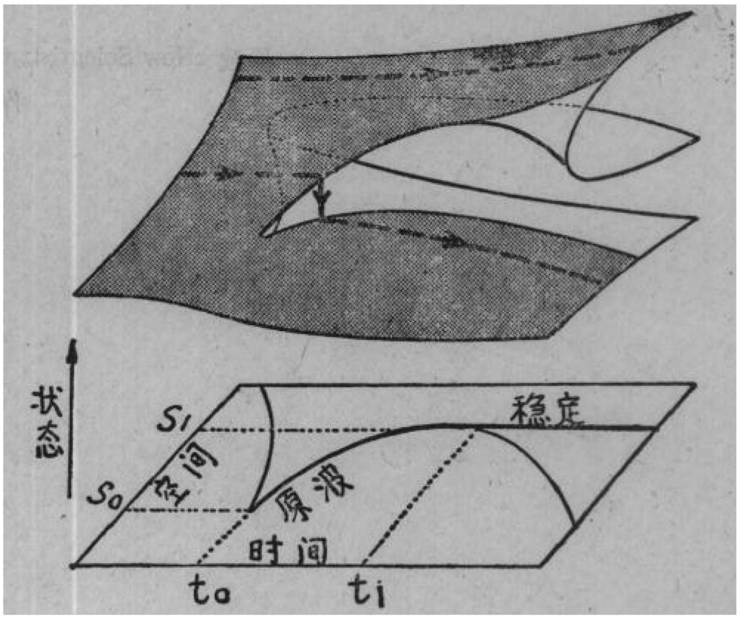

图 10 尖点型突变的流动引起原波，原波从初始位置出发，最终达到稳定

图中只用了一个变量，这样也便于理解。水平坐标是细胞中的时空坐标，为简单起见，空间只有一维。折迭曲面需要有两叶，因为我们假定发生分化。

细胞中某一点状态的变化，当时间变化时，由间断曲线上两个代表点表示，在某些点，突跃至下面一叶，其他点就没有突跃。细胞内各点所画出的曲面就是这阴影区域，阴影区域的边界，投射至时空平面，表示原波，原波从时间 t_0 及位置 s_0 出发，在 t_1 时移动至位置 s_1，并在这位置稳定。

齐曼把这个想法应用于两栖类胚胎的发育，结果可概述如下：最初的单细胞反复分裂，直至形成约有 10,000 个细胞的球团，球团自身折皱，这个过程称为"原肠胚形成"，形成以后发育成消化道的原肠胚，其次发生神经折皱，并形成管道，以后形成脊髓与脑。同时形成"脊索"与"体节"，脊索是和神经管平行的圆柱体，体节是沿着二边排成二列的一小群细胞。图11是鸡胚胎的体节，以后脊索和体节都会消失，体节发育为脊骨、肌肉与部分皮肤。

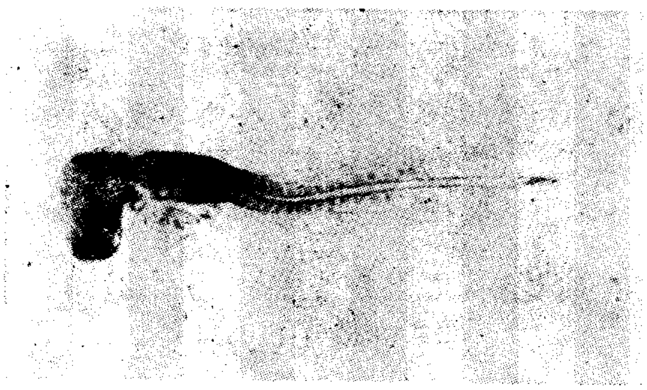

图 11 鸡胚胎中体节的形成，体节是从头部向后移动的、黑色、成对的肋状波

体节从前端开始，依次形成。齐曼说明如何将这过程描述为一系列原波。这些原波从按某种"钟"(定时机制)迭加在一个波上的小波发展而来。这就形成一张图，看上去象一系列复制的图 11 按梯级排列。这个理论给出了体节的大小，数目，生成时刻的精确的详情细节，还有其他许多情况，看来和实验符合。并且它还作出大量可以由实验检验的预测。例如，减慢原波波速，会形成数目较少、间距较大的体节。据说库克用重水减慢化学变化，初步结果和预测一致。

不管数学理论如何优美，只有它和实验符合，才能在科学上有用，现时前面讲的那个理论看来已通过了检验。早先齐曼的另一个有关神经冲动的突变理论，看来在这方面并不很成功。

原载《New Scientist》68 卷 976 期(1975, 11, 20). 447～453 页

作者 I. 斯图尔特　　译者 汪　宁

纯粹数学与其它科学有关系吗？

纯粹数学绝不是什么形而上学的一个奥秘的分支，它过去是、而且仍在继续不断地与其它科学起着强有力的、自然而深远的相互影响。

通常做讲演或写文章时，选取什么样的题目也大有讲究，可以达到做广告或吸引人的目的。有的人所选用的题目，暗示着他所要讲的内容恰恰是读者们本来就很感兴趣的东西，这样就给他的题目带上某种含有魅力的气氛；要不然就是因读者的某种先入之见而利导之，使其不知不觉地接受某种观点。本文所选用的题目，其意图则恰恰相反——所用的只是普通的语言，但又摸不透其用意，以免读者的思路落到流俗的见解上去。这样做的目的是想起个激发的作用，不是从情绪上激发，而是想激发读者去用心思考；用的是通常的语言，但又不用通常的表达方法，以这个作为一个引子，以向读者阐明，我们习惯上按着习以为常的范畴进行思考，往往会误入歧途。本文的目的是想要明确说明(后面将详细论述)，我们对于称之为数学的那部分知识与实践的世界，通常所采用的分析方法，其实只足以把我们的眼睛蒙住了，而看不到数学世界的许多最重要方面的真面目。

我的标题中包含着一个明显的诤论，或者正如我们后面将看到的，更确切地说，包含着几层诤论。首先的也是最明显的一个诤论是：所谓纯粹数学这东西(重点在前面那个形容词纯粹)，难道不是严格地指数学里面与其它科学，或者说，与其本身的自治领域以外的东西毫不相干的那一部分数学活动吗？很多人都抱有这种看法，包括许多数学家本身在内，而这种看法在英国著名数学家哈代(G. H. Hardy)于三十多年前发表的自传体作品"一个数学家的辩解"中，曾经最善辩地向人们提出过。我认为这种看法是错误的，至少是很片面的。为了说明这个问题，我得给纯粹数学另下一个一般性的定义：纯粹数学乃是数学活动的一部分，它并不明确地或立即考虑到它对人类其它的知识活动领域或实践上的直接应用。这样一个新的定义指出了数学的短期的可以预料得到的应用与其长期的意想不到的应用之间的差别。

让我举一个著名的例子来说明这一点。公元前200年，希腊几何学家阿波洛尼乌斯(Appollonius of Perga)写了一部名著"圆锥曲线论"。虽然阿波洛尼乌斯本人在希腊的数学天文学方面的贡献很大，然而他的这部关于圆锥曲线(椭圆、抛物线、双曲线)的几何学论著，却是纯粹数学(从严格的意义上讲)领域内的探讨，在古代世界中，既没有考虑过、也没有出现过如何把该书中的成果加以应用。过了一千八百年之后，直到1604年，德国的数学家和数学物理学家开普勒(Johannes Kepler)读了阿波洛尼乌斯的这部著作，才把它应用到光学及抛物镜的研究中去。1609年开普勒提出了他那光辉的天体运动理论(古代理论中的焦点函数之功，不可没也)，认为行星的轨道乃是椭圆形的，而不是象前人所说的用本轮和均轮来描述的，从而给牛顿的引力理论打下了主要的基础。

这个例子当然是个极端的例子，因为事实上纯粹数学里面的大多数重要的成就，很少有等了一千八百年之久才得到应用的。然而我们可以很肯定地说，圆锥曲线这个数学理论，其

后来应用范围之宽广，看来等了一千八百年也是值得的。作为通例（与有些人的看法相反），我敢说随着数学与科学活动的势头之增大，纯粹数学得到应用的速度也就越快。例如，1860年初创时作为纯粹数学的一部分的矩阵理论，经过了六十年，直到1925年方才作为描述原子系统中矩阵力学的基本数学工具得到了应用。张量计算是十九世纪七十年代意大利几何学家们创立的，直到二十世纪头十年内，才由爱因斯坦把它应用到相对论，成为相对论的基本数学工具，其间相隔三十多年。微分及积分算子的本征函数展开理论，是希尔伯特(David Hilbert)于1906～1910年间创立的（从1840年斯多姆-刘维尔(Sturm-Liouville)理论的基础发展出来的），到1927年应用于波动力学，其间历时二十年。

关于数学的意想不到的应用，我想从历史上举一个突出的例子，虽则这个例子具有稍为不同的特点。1931年，年轻的奥地利数学家哥德尔(Kurt Gödel)证出了他那著名的不完备性定理，这是数理逻辑发展史上最伟大的成就之一。如果天下有哪个数学定理够得上称为是纯粹而又纯粹的定理，那么这个定理就是。德国大数学家希尔伯特在回答勃劳威尔(L. E. J. Brouwer)学派的批评时，曾经提出一个纲领，用逐步构造过程来证明如整数系那一类经典的数学系统的相容性。哥德尔运用了无与伦比的逻辑技巧，证明了这种证明是不可能的，而且恰恰相反，这种过程只能证明数学乃是不相容的。

哥德尔的伟大的抽象逻辑工作，产生了惊人的结果。杰出的英国青年数学家图灵(Alan Turing)分析了哥德尔关于逐步过程究竟能得到什么结果的论述中的形式技巧，发现这种过程所得出的结果——一般的递归函数论——，与在一个一般机器上计算的结果，完全是一码事。后来冯·诺意曼(John von Neumann)及另外一些数学家，便是根据图灵的分析，并在这种思路的启发下，开始了现代意义上的数字计算机的理论设想和分析。追本溯源，我们今天对一般的可计算性问题及其更深入的分析的理论依据，都植根于哥德尔在1931年的那篇论文中初次耕耘过的数理逻辑土壤中。

从上面这些例子中，我们能得出哪些结论呢？根据多方面的经验看来，应该有下面这几点：

1. 在科学知识的进展中，数学概念或技巧可能有什么样的用处，与这种概念或技巧问世之前人们所能预见的用处，很少相干；

2. 这种用处，与促使创造这种技巧或概念的动机，不论其为纯粹的还是应用的性质，没有什么相干，与其逻辑的或形式上的抽象化程度，也没有什么相干；

3. 数学的概念或技巧，只有当它们最后能搞成简单的、而且在各种各样的场合下都便于运用的形式时，才有用处。要把它们从原来刚出现时的形式，变成上述的形式，可不是一件容易的事，往往要求非常高度的创新才能，方能做到。我们不能只靠那些过去应用过的数学概念与技巧，否则就不能作出意义重大的创新。

如果我们用一个工业上的比喻来说，那么数学（特别是纯粹数学）就好比是科学中的机器工具工业，我们不能只使用过去所创造出来的工具，除非我们认为科学不会再有重要的新问题需要解决了——哪有那么回事！

当代的数学研究

如果我们考察一下当代数学理论研究的各个领域，就可以看到，大凡按着其本身的目标

向前进展而且搞得最活跃最富有成果的那些领域，往往也就是与各门科学的今后发展的联系最为明显而潜在的意义最为重大的那些领域。下面打算举出一些比较突出的例子。上面已经不很明显地提到了一个例子，即根据图灵关于机器的概念而进行的关于计算过程理论的研究。关于可计算性的理论，其基本问题是这样的：已知一个问题，问这个问题能不能用若干步骤来解决，这些步骤的数目，不能比这个问题的各个组成部分的数目的一个固定幂次增长得更快。这种关于计算的错综性的研究，其基本的成就，完全与哥德尔的精神相符合——即有些简单的、重要的、用显式提出的基本问题，是无法用这样的方法来解决的。

这里顺便提一下，关于自动机的理论——即一般机器如何运转的抽象描述——这里面有好几门非常抽象的代数逻辑理论都应用上了，例如范畴代数便是其中之一，它乃是原来把代数应用于拓扑学而发展起来的一门非常一般的代数逻辑理论。

再举一个例子，关于拓扑学与微分方程的长期(即渐近)性质之间的关系。从牛顿时代以来，我们关于物理过程的基本定律，都是用微分方程的形式来表述的——即把一个物理系统的状态变数的变化率，用该系统的已知状态来表示的方程。例如，含两个变数 x 及 y 的系统，其形式是

$$\frac{dx}{dt}=f(x, y)$$

$$\frac{dy}{dt}=g(x, y)$$

在第一次世界大战前的十年中，法国大数学家和数学天文学家彭加勒 (Henri Poincaré) 采用了一个方法，用两个描述方程解在 t 变得很大时的终极性质的未知函数

$$x=x(t), \quad y=y(t)$$

对这套方程进行分析。他证明了：如果我们把每一对这样的函数作为一个点绘在 (x, y) 平面上，那么其结果或则是收敛于一个奇点 (x_0, y_0)，在这个点上 $f(x_0, y_0)=0$ 及 $g(x_0, y_0)=0$；或则收敛于一个极限圆，它是一个解 $\{u(t), v(t)\}$，能使 $u(t+T)=u(t)$, $v(t+T)=v(t)$。他还给出了一些奇点与极限圆间的相互关系必须满足的条件(例如，每一个极限圆至少含有一个奇点)。所得的成果(彭加勒-班狄克生理论)在其后的几十年中，被应用到科学及工程的许多方面的问题上去，特别是应用于伺服机构及控制过程上，近年来它又成为表述发育生物学模型的主要数学工具之一。彭加勒-班狄克生理论推广到两个以上变数的情况是：

$$(x_1, \cdots\cdots, x_n)$$

$$\frac{dx_j}{dt}=f_j(x_1, \cdots\cdots, x_n) \quad (1\leqslant j\leqslant n)$$

这方面的研究是近二十年来才认真开始的，并提出了拓扑学方面的意义重大的困难。这方面最重要的成果是斯梅尔(Stephen Smale)在莫尔斯-斯梅尔系统的理论中得到的。在泛函微分方程的研究中，所遇到的困难甚至更大。

微分方程解系所具有的渐近性质，还可以从另一个角度，即概率论的角度来考虑。近代的概率论是在勒贝格积分与测度理论的基础上发展起来的一门精确而极为成熟的数学分支。勒贝格积分与测度理论是法国数学家勒贝格(Henri Lebesgue)于1902年创立的，其目的是为了解决一个很困难的纯粹数学问题，即找出一套简单的办法，来求出非常一般的实函数的富里哀系数的积分与计算的问题。本世纪概率论的发展，利用了柯尔莫哥洛夫(Kolmogorov, 俄)、维纳(Nobert Wiener, 美)、勒维 (Paul Levy, 法) 这些纯粹数学家的观

念与技巧。1931 年柏克贺夫(George Birkhoff)及冯·诺意曼把头两个各态历经定理证出来了,这样,波尔兹曼(Ludwig Boltzmann)与吉布斯(J. W. Gibbs)的各态历经假设经过多年的争论后,终于用明晰的数学表达式经过证明肯定下来了。这个关于多分量力学系统的长期性态的假设,把一个在相空间的常能量曲面 Ω 上动点 $u(t)$ 的函数 f 的时间平均数与空间平均数联系了起来:

$$T^{-1}\int_0^T f\{u(s)\}ds \to \int_\Omega f(\omega)d\omega$$

各态历经(或称度量可递性)系统的一个重要例子,便是伯努里(Bernouilli)试验的模型,其最简单的形式,便是掷铜元的统计结果。约从 1960 年起,柯尔莫哥洛夫和他的学生们,特别是西奈(Jakov Sinai),把熵这一物理概念很巧妙地加以推广,用来作为研究概率系统变换的一个数学工具。各态历经理论的这一新的已臻成型的发展,给我们深一步分析力学系统的统计性态提供了工具。由西奈创始的、后来由美国数学家奥恩斯坦(Donald Ornstein)完成的工作,获得了惊人的结论:从很少几个比较原始的统计假定出发,可推知(从概率的观点来说)任何这样的体系,都与贝努里试验的某个标准系统完全等价。

自十八世纪以来,连续形式的物理现象(波动、扩散、以及平衡状态的现象等)都是用偏微分方程的形式来描述的——表述状态变数在空间各个方向上及时间上的变化率的方程。关于偏微分方程的解案的纯粹数学理论,特别是还要进一步满足解在其上定义的给定的时空区域内的边界条件的解案的问题,是德国大数学家黎曼(B. Riemann)于上一世纪五十年代开始研究,并与当时的数学分析中整个方法与概念体系相结合而发展起来的。特别是自从第二次世界大战以来,偏微分方程的理论又有了飞速的新发展,这与它和另外两大部门数学理论的相互影响有很大的关系。第一个是(线性)泛函分析——具有规定的范数、或拓扑的函数的无穷维矢量空间,以及在这种空间上的线性算子或映象——理论。所谓线性是指如果

$$T(c_1x_1+c_2x_2)=c_1T(x_1)+c_2T(x_2)$$

那么 $T: X\to Y$ 就称为线性映射。法国数学家许瓦兹(Laurent Schwarz)运用这些基本观念,创立了一门新的数学理论,叫做分布论,或称广义函数论,通过它就可以生成偏微分方程之解的新的类,并给偏微分方程解的计算,提供了更有效的手段。第二个这样的理论,是富里哀变换的理论。这个理论是在第二次世界大战之前由普郎歇雷尔(Michel Plancherel),博赫纳(Salomon Bochner),维纳(Nobert Wiener),卡尔门(Carleman)等人创立的。所谓 n 维情况下的富里哀变换是:

$$\hat{f}(\xi)=F(f)(\xi)=(2\pi)^{-n/2}\int_{R^n}\exp(-i\langle x,\ \xi\rangle)f(x)dx$$

其中

$$\langle x,\ \xi\rangle=x_1\xi_1+\cdots+x_n\xi_n$$
$$x=(x_1,\cdots,x_n),\quad \xi=(\xi_1,\cdots,\xi_n)$$
$$dx=dx_1\cdots dx_n$$

凡是偏微分方程的所有各种普通类型的经典问题,都能用这些手段来求解,既简单而又系统化。有许多新的类型的偏微分方程,需要以较复杂的理论(例如多复变解析函数论)为基础,也已着手在研究。近年来并已创造出一些极为巧妙的手段,能很快地把问题和解进行变换。这种手段如伪微分算子的理论,其形式为