

机 构 学 译 文 集

机 构 学 译 文 集 编 写 组



机 械 工 业 出 版 社

机构学译文集

机构学译文集编写组 编译

*

机械工业出版社出版 (北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业登记证出字第 117 号)

北京市密云县印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{16}$ · 印张 $16 \frac{3}{4}$ · 字数 412 千字

1982 年 10 月北京第一版 · 1982 年 10 月北京第一次印刷

印数 0,001—5,000 · 定价 2.10 元

*

科技新书目: 19-59

统一书号: 15033 · 5151

目 录

第一章 机构结构理论	1
§1 机构的运动自由度	1
§2 三到五个构件运动链的关连矩阵	12
第二章 平面连杆机构	18
§1 应用曲线选配法设计四杆机构	18
§2 用点位重合法综合多变量函数机构	27
§3 再现点轨迹的六杆机构的综合	34
§4 可调摆杆机构的研究	45
第三章 空间连杆机构	50
§1 空间机构分析统一理论的基础	50
§2 论对偶数、对偶矢量和对偶矩阵在瞬时空间运动学中的应用	58
§3 利用交错轴四杆机构最优再现轨迹	66
第四章 凸轮机构	74
§1 凸轮系统的设计: 单自由度模型的动态综合与分析	74
§2 具有任意残留振动特性的凸轮设计	81
§3 驱动轴的挠性对凸轮机构动力特性的影响	91
§4 避免机械结构危险激振的高速凸轮设计的一种通用计算机辅助方法	101
第五章 间歇运动机构	107
§1 链传动的间歇运动机构	107
§2 串联式槽轮机构	112
§3 槽轮机构的分度精度	117
第六章 行星齿轮机构	127
§1 齿轮机构的装配条件	127
§2 不等速非圆行星齿轮机构的研究	132
第七章 组合机构	146
§1 齿轮连杆机构的运动综合	146
§2 再现函数的齿轮五杆机构多点分隔位置设计	161
§3 双齿轮曲柄机构的计算	173
§4 凸轮连杆机构的设计——在结构上无误差地再现给定的运动轨迹和函数	179
§5 从动杆周期停顿的凸轮-差动机构	187
§6 利用电子计算机综合凸轮-行星机构	193
第八章 机构动力学	198
§1 弹性构件机构动力学	198
§2 具有柔性附加滑块的曲柄滑块机构运动弹性体动力学分析	204
§3 弹性四杆机构的集中质量模型分析法	209
§4 在基础上的平面机构动平衡	214

IV

§ 5	直杆四杆机构力和力矩的完全平衡	217
§ 6	用平衡重量进行力平衡的一般原理	225
第九章	机构最优化设计	232
§ 1	不等式约束的连杆曲线最优设计	232
§ 2	非线性规划和随机法求解最优化综合问题	242
§ 3	用等式约束和不等式约束的惩罚函数法进行再现函数的四杆机构最优化设计	256

第一章 机构结构理论

§ 1. 机构的运动自由度

(美国) C. Bagei

一、导 言

为了证实机构能否成立和正确识别机构, 以及为了正确决定机构的运动自由度数 and 驱动机构所需的输入量数, 常常需用活动度公式。在机构活动度方面的工作, 早期的可追溯到 Chebyshev^[1], Grübler^[2~4], 和 Malytsheff^[5]。但是, Bricard^[6] 第一个指出了 Malytsheff 活动度公式一般还不是充分的准则。Kutzbach 活动度公式是一个有了很大改进的公式, 因为该公式考虑了加给机构一般运动的公共约束数以及运动副中可能有的消极自由度^[7, 8]。Kutzbach 活动度公式还能用于计算各封闭环路都有同样公共约束数的多环路机构的活动度。此外, 该式没有考虑在多环路机构中由于某些尺寸对称而引起的多余封闭约束。

Kraus^[9~11] 利用 Kutzbach 活动度公式发展了他自己的平面机构、球面机构和空间机构的数综合方法。近年来许多学者以各种形式提出了类似于 Kutzbach 公式的活动度公式^[12~22], 这些公式是在运动副中没有消极自由度的前提下导出的。在这些公式中, Kolchin^[18] 在其分类法中所采用的公式具有通用的形式, 但是他没有充分说明在公式中引入的计算被约束掉的自由度数目的参数。

本文将叙述 Kolchin 参数的组成部分, 以建立通用形式的活动度公式, 借以计算为驱动机构所需的输入量数, 公式考虑了机构的不同环路中有不同的公共约束数、运动副中的消极自由度、多余自由度和多余封闭环路组。

二、活动度公式

由 n 个构件 k 个环路组成的机构, 其运动自由度数可由下式计算:

$$F = F_i + F_r = F_0 + M + F_c - F_p \quad (1)$$

式中 F_i ——为驱动机构或使所有构件发生动作所需的输入量数;

$F_r = \sum_{j=1}^{n-1} f_{rj}$ ——机构中的全部多余自由度数;

f_{rj} ——第 j 个构件的多余自由度数。

$$F_0 = q(n-1) - \sum_{i=1}^r (q-1)N_i \quad (2)$$

式中 q 表示在机构的运动空间内一般刚体位移的分量——三个转动和三个移动——中所能实现的部分。 $q=6$ 表示机构的构件在这个空间内可以实现一般刚体位移的六个分量, $6-q$ 代表机构各环路位移的最少公共约束数。

$r = (q - m_{\min} - 1)$ 是在机构空间内运动副所能有的最多自由度数。 $m_{\min}$ 是在机构空间内各环路中的最少公共约束数。 N_i 代表允许相邻构件间实现 i 个运动度的运动副数。 $i = (q-1)$ 代表运动副在机构空间内所能有的最多有效自由度数。 $i=5$ 表示运动副所能有的

最多自由度数,例如球面-平面副。

当 $q=6$, $m_{\min}=m_{\max}=0$ 时,式(2)即是 Malysheff 活动度公式。

$M = \sum_{j=1}^k m_j$ 是机构中的全部公共约束数, m_j 是在第 j 个环路中的公共约束数,或即一般刚体运动分量中不能实现的部分, m_j 的最大值为 $(q-2)$, 因为 $m_j=(q-1)$ 意味着第 j 个环路的作用如同第一类运动副。

$F_o = \sum_{j=1}^{N_g} (k_{oj}-1)$ 是机构中多余封闭约束总数, N_g 是有多余封闭约束的环路组数, k_{oj} 是在第 j 个有多余封闭约束的环路组中的环路数。

$F_p = \sum_{j=1}^{N_p} f_{pj}$ 是机构运动副中的全部消极自由度数, f_{pj} 是第 j 个运动副的消极自由度数, N_p 是机构中的运动副数。 f_{pj} 至多可以是第 j 个运动副的类别数,如果是这种情况,则该运动副把构件刚性联接。

平面机构和球面机构以及运动副轴线不共面的全移动副机构的空间有 $q=3$, m_j 最多为一。此时活动度公式为:

$$F = F_i + F_r = 3(n-1) - 2 \times N_1 - N_2 + M + F_o - F_p \quad (3)$$

当 $F_o=0$, $M=km$, 即是在机构空间内所有各环路都有同样的公共约束数,并注意到环路数、构件数和运动副数之间的关系为:

$$n-1+k=N_p$$

于是式(1)可写成(如同文献[18]):

$$F = F_i + F_r = (q-m)(n-1) - \sum_{i=1}^{q-m-1} (q-m-i)N_i - \sum_{j=1}^{N_p} f_{pj} \quad (4)$$

或

$$F = F_i + F_r = b(n-1) - \sum_{j=1}^{N_p} (b-h_j) \quad (5)$$

式中 $b=(q-m)$ 是在机构的位移中可以实现的一般运动分量数, $h_j=i-f_{pj}$ 是第 j 个运动副的有效自由度数, i 是第 j 个运动副所允许的运动自由度数。当 $q=6$ 时,式(5)就是 Kutzbach 活动度公式。如果在 Kutzbach 活动度公式中除有约束外,令 $F_p=0$, 则有 $h_j=i$, 以及

$$F = F_i + F_r = (6-m)(n-1) - \sum_{i=1}^{6-m-1} (6-m-i)N_i \quad (6)$$

这就是 Artobolevskii-Dobrovolskii 活动度公式。

Kolchin^[18] 在其分类法中把式(1)写成如下形式:

$$F = F_o + H \quad (7)$$

式中 H 是 Kolchin 氏参数。根据式(1), Kolchin 氏参数为:

$$H = M + F_o - F_p \quad (8)$$

为了直接给出驱动机构所需的输入量数,式(1)可写成如下形式:

$$F_i = F_o + B \quad (9)$$

式中

$$B = M + F_o - F_p - F_r \quad (10)$$

在下文中将分别叙述式(10)中有关各项。

三、多余自由度

在某些几何条件下有多余自由度存在,但它们不影响输入-输出传动关系。利用类别低的运动副代替一些有关的运动副,就可消除多余自由度。但是假如有多余自由度的构件被用来驱动其它环路时,则多余自由度就可能变成有效自由度。例如在单环路机构中的两个球面副就能引起附加的运动自由度。假如两个球面副不在同一构件上,如图 1-1a)所示的 $RSRS$ 机构(这里符号 R 和 S 分别代表回转副和球面副),则需要两个输入量以驱动机构,假如其中的一个球面副被用带槽的球面副(二类副)来代替,以消除 BC 杆和 CD 杆绕轴线 BD 回转的自由度,则这个机构就只需要一个输入量。当两个球面副在同一构件上时,如在图 1-1b)所示的 $RSSR$ 机构中那样,则带有这两个球面副的那个构件具有一个围绕着通过球面副中心的轴线旋转的多余自由度。这个机构需要一个输入量。如果这个构件被用于驱动另一个环路,则多余自由度就变成有效自由度。类似上述,如将其中的一个球面副用带槽的球面副来代替,且带槽球面副上的销钉轴线不是沿着该构件的轴线,那末就可以消除这个多余自由度^[23]。当构件上的一个具有回转自由度的运动副,如回转副、圆柱副(O)、转-移副(R_P)的回转轴线,与该构件上另一个运动副的回转自由度的轴线重合时,也能产生多余回转自由度,如图 1-2a)和 1-2b)所示的 $CCSR$ 和 $RCSR_P$ 机构。多余移动自由度在下述情况下将会产生:当同一构件上的两个运动副的移动自由度的轴线平行或共线时,例如两个圆柱副或两个移动副、或一个移动副与一个圆柱副的轴线平行时;或一个转-移副的移动自由度的轴线与一个圆柱副或一个移动副的轴线、或者与另一个转-移副的移动自由度的轴线平行时。

$RCCC$ 机构及其参数示于图 1-3a)。关于这个机构的运动分析可参阅文献[23]。当 $\beta_0=0$ 时,连杆有一个多余的移动自由度。但是,活动度要求 $\alpha_0=\delta_0$ 和 $\lambda_0=0$, 如图 1-3b)所

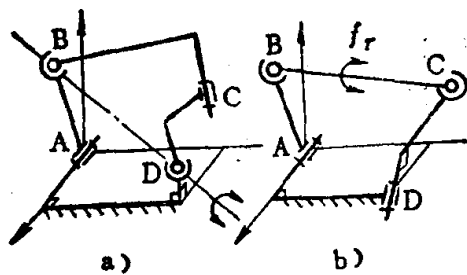


图 1-1 $RSRS$ 和 $RSSR$ 机构
a) $RSRS$ b) $RSSR$

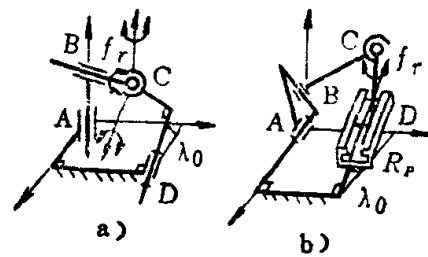


图 1-2 有多余回转自由度的 $CCSR$ 和 $RCSR_P$ 机构
a) $CCSR$ b) $RCSR_P$

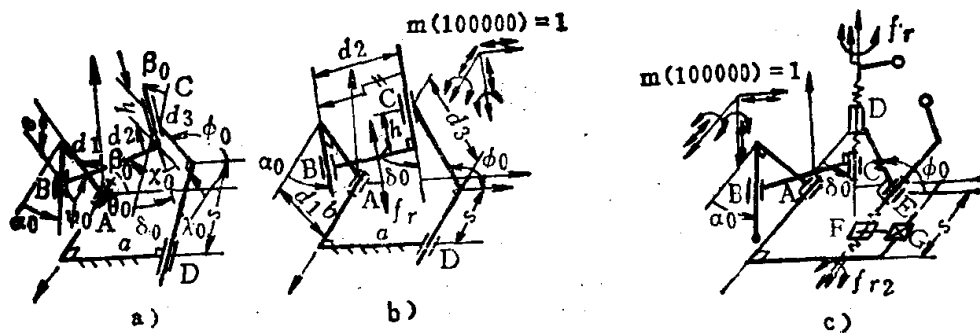


图 1-3 a) $RCCC$ 机构; b) 有一个多余移动自由度的 $RCCC$ 机构;
c) 有多余螺旋运动自由度的 $RCRS_{RS,P}$ 机构
a) $RCCC$ b) $RCCC$ c) $RCRS_{RS,P}$

示。类似地,当 $\delta_0=0$ 时,输出杆有一个多余的移动自由度;于是活动度要求 $\alpha_0=0$, $\beta_0=\lambda_0$ 或 $\lambda_0=0$, $\alpha_0=\beta_0$ 。必须注意、在图 1-8 所示的三环路七杆机构中, $RCCC$ 机构的连杆的多余移动自由度是如何变成有效自由度的。

在下述情况下将产生多余的螺旋运动自由度: 当一个运动副的移动自由度平行于另一个轴向螺旋副的轴线或垂直于一个平面螺旋副(凸轮或象车床卡盘中用的螺旋副)的轴线时, 或当一个运动副的回转运动的轴线与平面螺旋副或轴向螺旋副的轴线共线时。在这些情况下, 螺旋副的作用在单环路机构中就象回转副或移动副一样, 而当带有螺旋副的构件去驱动其他的环路时, 这些运动副就成为有效的螺旋副。图 1-3c)所示的 $RCRS_0RS_0P$ 机构(S_0 和 P 分别表示轴向螺旋副和移动副), 其几何形状与图 1-3b)中的 $RCCC$ 机构一样, 但有两个多余的螺旋运动自由度。构件 CD 和 EF 可以绕它们的轴线回转, 而不影响输入杆和输出杆的位置。为了观察螺旋运动之所以成为多余自由度, 读者可以每次引入一个多余自由度; 当在 D 处引入螺旋副时把 AG 杆固定; 在 F 处引入螺旋副时把 AB 杆固定。螺旋副 D 和 F 的作用分别与回转副和移动副一样。但是当 CD 杆和 EF 杆去驱动其他环路的构件时, 这些轴向螺旋副就成为有效的了。

倘若运动副的用以描述其运动自由度的参数变成不能肯定, 则该运动自由度即为多余^[24, 25]。必须注意观察文献[23~25]所给出的 $RCCC$ 机构的直线位移 h 和 S 的表达式(当 $\beta_0=0$ 以及 $\delta_0=0$ 时)。

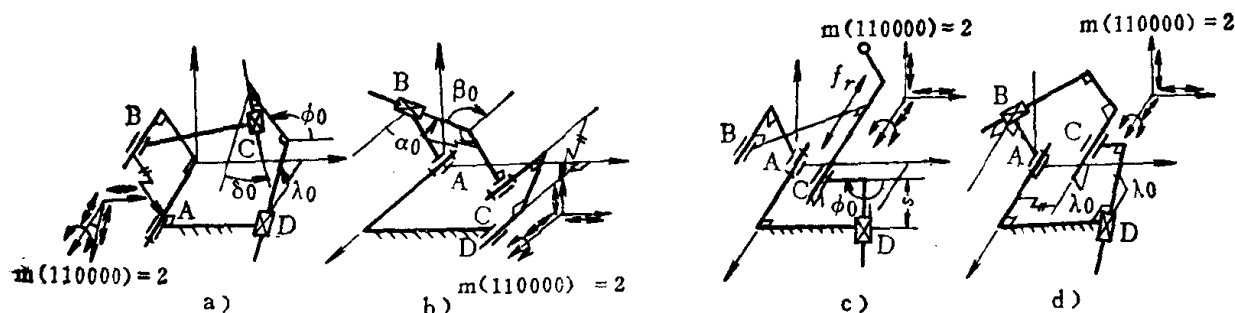
四、消极自由度

由于某些几何约束(消极约束)而被破坏了(失去作用)的运动副的自由度称为消极自由度。消极自由度决不能被利用。但在实际上并不用类别低的运动副取代具有消极自由度的运动副, 而还是让消极自由度以及多余自由度保留在机构中, 因为这将有利于设计、运用和润滑。例如在图 1-1b)所示的 $RSSR$ 机构中宁可用球面副, 而不用带槽球面副; 在图 1-2a)的 $CCSR$ 机构中, B 处的运动副宁可用圆柱副, 而并不用移动副代替以消除多余自由度。

消极自由度将用下面的符号表示, 以使机构名实正确相符。 C^{-t} , S^{-t} , R_p^{-t} 等等分别表示有 t 个消极自由度的圆柱副、球面副和转-移副等等, 假如具有消极自由度的运动副未被低类运动副代替的话。

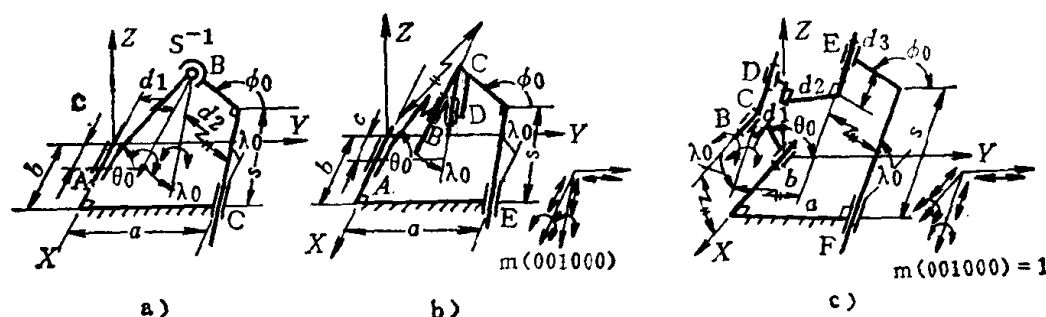
为了查看运动副所允许的相对运动自由度是否为消极自由度, 以及在什么条件下变为消极自由度, 就必须研究位移参数的一阶导数, 这个参数是用以描述该自由度所许可发生的位移。如果保持机构的几何比例不变以及不论输入参数为何值, 这一阶导数总等于零, 则这个自由度就变成消极自由度, 这个运动副的作用就象低类副一样。如果一类副的自由度变为消极自由度, 则此运动副所联接的两个构件就成为刚性联接。

Verkhovskii^[26]、Bruevich^[27] 和 Bushgens^[28] 利用把位移参数的导数(速度)化为零的原则去找出在什么条件下 $RCCC$ 机构的运动副中的移动自由度变为消极自由度。他们在 Bennett 机构、球面机构和平面机构中获得成功。后来 Dimentberg^[24, 25, 29] 利用形式不同的同样原则, 以寻找不论输入参数为何值时位移参数保持不变的条件, 研究了在 $RCCC$ 机构的各个运动副中引入消极自由度的可能性。当 $RCCC$ 机构中的交角 $\alpha_0=0$ 或 π 时, 图 1-3a)中运动副 C 和 D 的回转自由度变得无用, 因而 $RCCC$ 机构就变成 $RCPP$ 机构, 如图 1-4a)所示。在文献[23]的速度表达式中应能观察到这一点。在 $RCCC$ 机构中, 当 $\delta_0=0$ 时, 除输出构

图 1-4 在旋转运动方面有两个公共约束的 $RCCC$ 机构的一些有约束的演化a) $RCPP$ b) $RPRC$ c) $RCCP$ d) $RPCP$

件的位移自由度为多余的以外,机构其余所有的位移的一阶导数都等于零,即机构变成了移动副,而当输出杆的一个圆柱副被代以回转副时,机构就变成桁架。但是当 $\alpha_0 = 2\pi$ 或 $\lambda_0 = n\pi$ 时,机构仍可运动。在后一种情况下, B 处运动副的回转自由度是无用的, $RCCC$ 机构就成为 $RPRC$ 机构,如图 1-4b)所示。运动副有消极自由度的许多机构可以由满足使导数等于零的条件而获得。

当 $\alpha = \beta = 0$, $\delta_0 = \lambda_0$ 时就可得到带有多余自由度的 $RCCP$ 机构,如图 1-4c)所示。当 $\alpha_0 = \beta_0 = 90^\circ$ 以及 $\delta_0 = \lambda_0$ 时, B 和 D 处运动副的回转自由度变成无用,这样就得到 $RPCP$ 机构,如图 1-4d)所示,其中若 $\delta_0 = \lambda_0 = 90^\circ$,则 C 处的运动副就变成回转副。在图 1-3a)所示的 $RCCC$ 机构中,若回转副被移动副(其运动副轴线保持不变)所代替,则所有圆柱副的回转运动都变成无用的了,于是就得到 $PPPP$ 机构,其中 b 是输入位移。

图 1-5 $CS^{-1}C$, $CRRC$ 和 $RRRRC$ 机构a) $CS^{-1}C$ b) $CRRC$ c) $RRRRC$

在判别机构时球面副似乎易引起误解。例如考虑图 1-5a)所示的 $CS^{-1}C$ 机构^[30],它被称为零族机构,按 Kolchin 的分类法,它是 6/0 组^[18,31]。如果对于球面副所许可的位移进行运动分析,可以看到,球面副只能绕两个轴线回转。在机构的任何位置时,这两个轴线都平行于输入运动副和输出运动副的轴线,如图 1-5a)所示。于是球面副的一个回转自由度就变成无用,它的作用就如二类副 S^{-1} 一样。球面副可用两个回转副代替,这样便形成 $CRRC$ 机构,如图 1-5b)所示。 C 点处在球面副的中心,而 BCD 在空间作平行于其自身的运动。

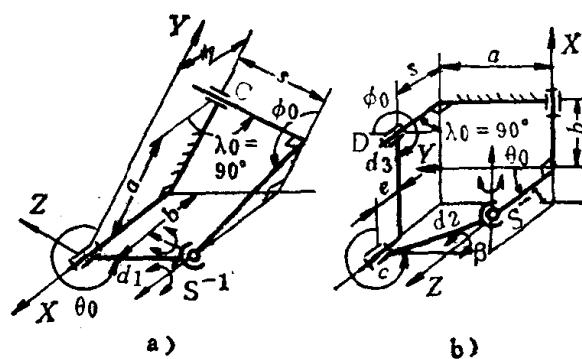


图 1-6 文献[34]中建议作机构用的两种桁架

a) RCS^{-1} 运动链 b) $RS^{-1}RR$ 运动链

在 $RSRC$ 机构中, 当输出杆的两个运动副轴线的夹角为 $n\pi$ 时, 球面副有一个消极自由度^[32, 33]。球面副的其余两个回转自由度是围绕平行于输入轴和输出轴的轴线而转动。于是 $RSRC$ 机构变成 $RS^{-1}RC$ 机构, 其中运动副 S^{-1} 可用两个回转副代替而形成如图 1-5c) 所示的 $RRRC$ 机构。当 $b_0 = (n+1)\pi/2$ 和 $\lambda_0 = n\pi$ 时以及当 $d_1 = d_2$, $d_3 = 3$, $b_0 = \lambda_0$, $b \sin \lambda_0 = e \sin \lambda_0$ 时, 球面副也变成 S^{-1} 副, 在后一种情况下, 机构变成 $RS^{-1}RP$ 机构^[33]。

显然要做到真实地判别一个机构, 就需要进行全面的运动分析, 以及研究机构中各运动副所许可的每一个运动自由度。由于运动副中的消极自由度未被发现而导致机构识别错误, 桁架也可能被判别为机构。作为后一种情况的例子, 可考虑图 1-6a) 和 b) 所示的 RCS 和 $RRRS$ 运动链, 它们分别是资料 [34] 中的图 14 和 13。两种运动链都只允许球面副有两个回转运动自由度(如图所示)。 RCS 运动链可得自图 1-5a) 的 $CS^{-1}C$ 机构, 只需把其中 A 处的圆柱副改为回转副, 并让 $c=0$, $\lambda_0=90^\circ$ 即可。从两条途径确定球面副中心的位置, 就可得出 $CS^{-1}C$ 机构的环路矢量:

$$\begin{Bmatrix} c \\ d_1 \cos \theta_0 \\ d_1 \sin \theta_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b - S \cos \lambda_0 + d_2 \sin \lambda_0 \sin \phi_0 \\ a + d_2 \cos \phi_0 \\ S \sin \lambda_0 + d_2 \cos \lambda_0 \sin \phi_0 \end{Bmatrix} \quad (11)$$

从速度矢量的分量可得:

$$d_2 \dot{\phi}_0 (\cos \lambda_0 \operatorname{ctg} \theta_0 \sin \phi_0 - \cos \phi_0) = -\dot{c} \sin \lambda_0 \quad (12)$$

$$\dot{\theta}_0 = \frac{d_2}{d_1} \frac{\sin \phi_0}{\sin \theta_0} \dot{\phi}_0 \quad (13)$$

$$\dot{S} = (d_2 \sin \lambda_0 \cos \phi_0 \dot{\phi}_0 - \dot{c}) / \cos \lambda_0 \quad (14)$$

因为方程式 (12) 左侧 $\dot{\phi}_0$ 的系数在机构的各个位置时不会变为零, 因此很明显当 c 与 λ_0 无关时, $CS^{-1}C$ 机构变为桁架。当 $\lambda_0 = \pm 90^\circ$ 和 c 是常量时, 不需作运动分析, 即可从方程式 (11) 的第一式得出 $\phi_0 = \text{常数}$, 于是从第二式及第三式得出 θ_0 和 S 是常量。这样, 图 1-6a) 所示的运动链是一个桁架。

从方程式 (12)、(13) 和 (14) 可以看出, 当 $\lambda_0 = 0$ 时, $CS^{-1}C$ 机构的各运动副的所有回转自由度全都变成消极的, 机构就变成移动副。当 $a=0$ 时, 球面副的全部三个回转自由度都变成消极的, 因而只有当 $d_1 = d_2$, 才能把构件联接起来。这样, 机构就变成圆柱副。

图 1-6b) 所示的 $RS^{-1}RR$ 运动链可从 $RSRC$ 机构演化而得: 将后者 D 处的圆柱副(图 1-5c) 中 F 处的运动副) 用回转副代替, 并使 $\lambda_0 = 90^\circ$, $\delta_0 = 0$ 。从文献 [33] 的方程式 (14)、(12) 和 (13), 可以看到, 在这些尺寸下

$$\dot{S} = d_1 \cos \theta_0 \dot{\theta}_0 \quad (15)$$

如果用回转副代替圆柱副而使输出位移 S 为常量, 则 $\dot{\theta}_0 = \dot{\phi}_0 = \dot{\lambda}_0 = 0$, 这意味着图 1-6b) 所示的 $RS^{-1}RR$ 运动链是桁架。

为了说明图 1-6 的 RCS^{-1} 和 $RS^{-1}RR$ 运动链并不是机构, 毋需进行速度分析, 只需观察在辅助平面上的运动几何关系就可以了。辅助平面的位置为: 在 RCS^{-1} 运动链中垂直于圆柱副的轴线, 在 $RS^{-1}RR$ 运动链中垂直于 A 处的回转副轴线。

图 1-2b) 中的多余回转自由度可以用把 B 处的圆柱副代以移动副的办法来消除。这样, 原机构就变为 $CPS^{-1}R$ 机构, 如图 1-7a) 所示。

在机构运动转化中的传递能力可以用于决定消极自由度和多余自由度。如果机构处于任

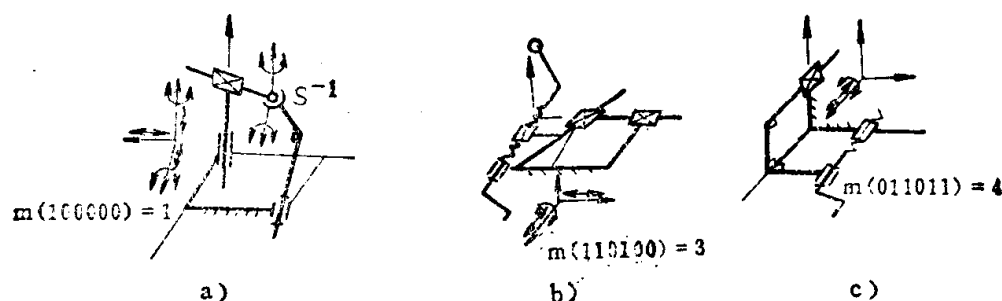


图 1-7 有公共约束的 $CPS^{-1}R$, RS_aPP 和 RS_aP 机构

a) $CPS^{-1}R$ b) RS_aPP c) RS_aP

何位置时输入杆施加给连杆的力, 或即连杆力, 对输出力总没有影响, 即是力-力传递能力为零^[23], 则输出运动副有消极移动自由度或输出杆在输出移动方向上有多余移动自由度。如果不论机构在什么位置, 连杆力或连杆力矩(输入杆施加给连杆的力矩)都不能影响输出力矩, 即是力-力矩、力矩-力矩、力(力矩)-力矩传递能力为零, 则输出运动副具有消极回转自由度或输出杆具有绕输出转动的轴线的多余回转自由度。例如在 $RCCC$ 机构中, 当 $\delta_0 = 0$ 时, 力-力传递能力消失, 亦即意味着输出杆有多余移动自由度。

五、公共约束

在单环路机构中, 位移可用三个轴线不共面的基本旋量来描绘, 这些旋量的回转分量和移动分量组成机构中运动构件相对于固定构件的一般运动的六个分量。固定构件的运动副的轴线是两个基本旋量的轴线。如上一节所讨论的那样, 某些几何条件会给运动副带来消极自由度, 从而限制了机构的活动度。这样的几何条件也破坏三个基本旋量的某些分量。三个基本旋量的被破坏了的分量的数目就是加给构件位移的公共约束数, 以符号 m 表示。Hunt^[35, 36]和 Waldron^[37~39]把具有公共约束的机构称为过度约束的机构。机构中任何构件都不可能在被破坏了的的基本旋量的分量方向上产生位移。设 m 被规定为:

$$m(R_1 R_2 R_3, T_1 T_2 T_3) = \sum_{j=1}^3 (R_j + T_j)$$

式中 R_j 和 T_j 分别表示三个基本旋量的被破坏了的回转分量和移动分量。如相应的旋量分量被破坏, 则 R_j 和 T_j 为一, 否则为零。 m 最多为 5, 这意味着是一类副。图 1-5a) 所示的 $CS^{-1}C$ 机构, 当 $\lambda_0 = 0$ 时就是这种情况。

有约束的运动有 19 种类型, 按 Artobolevskii 组的符号 iR/jT (表示该组中构件的运动能有一般刚体运动的 i 个回转分量和 j 个移动分量), 这 19 种类型运动是 (000, 000), $3R/3T$; (100, 000), $2R/3T$; (000, 001), $3R/2T$; (110, 000), $1R/3T$; (100, 100), $2R/2T$; (010, 100), $2R/2T$; (000, 110), $3R/1T$; (111, 000), $0R/3T$; (110, 100), $1R/2T$; (110, 001), $1R/2T$; (100, 101), $2R/1T$; (100, 011), $2R/1T$; (000, 111), $3R/0T$; (111, 100), $0R/2T$; (110, 110), $1R/1T$; (110, 011), $1R/1T$; (100, 111), $2R/0T$; (111, 110), $0R/1T$ 移动副; (011, 111), $1R/0T$ 回转副。

例如在 $1R/2T$ 组中有两种型式的有约束的机构。运动副具有回转自由度的平面机构属 (110, 001) 型, 而图 1-7(b) 所示的 RS_aPP 机构属 (110, 100) 型。球面四杆机构属 (000, 111) 型, $4P$ 机构属 (111, 000) 型, 全部运动副为移动副的平面机构属 (111, 100) 型。图 1-4 所示的

RCP , $RPRC$, $RCCP$ 和 $RPCP$ 机构属 (110, 000) 型。图 1-5b) 和 1-5c) 所示的 $CRRC$ 和 $RRRC$ 机构以及 $CS^{-1}C$ 和 $RS^{-1}RC$ 机构(其位移分别与前者一样)属 (001, 000) 型。图 1-7a) 所示的 $CPS^{-1}R$ 机构也是 (001, 000) 型, 图 1-7c) 示出的 RS_aP 机构, 它有四个公共约束, 属 (011, 011) 型。

对于每一个机构都存在着球面指标(球面映象)。机构的对偶回路矢量的实部决定了球面映象的几何关系。如果球面映象有和球面机构一样的活动度, 则机构的构件可以有一般刚体位移的三个回转分量。如果不论在任何几何条件下, 具有球面映象几何关系的球面机构的活动度都被破坏, 则该机构有公共回转约束。对于 $RCCC$ 机构^[23] 和 $RSRC$ 机构^[33], 当某些角度尺寸为 $n\pi$ 时, 必须注意其球面映象。若取基本旋量的轴线作为坐标轴, 则在该坐标系中的对偶回路矢量的对偶部的任何一个分量若保持恒定, 则该机构在一般刚体位移的那一个分量的方向上有公共移动约束。例如, 研究一下图 1-7b) 所示的 RS_aPP 机构的对偶回路矢量。在那样的情况下, 机构的对偶回路矢量的实部和对偶部都与球面映象的位移相一致, 于是机构的位移是球面位移, 机构有三个公共移动约束, 这就是 Bennett 机构的情况。当对偶回路矢量的实部的三个分量变为常量时, 机构有三个公共回转约束。

当在机构的所有运动转化中, 在机构的一切位置上, 若仅仅存在力矩-力矩的传递能力, 则说明机构可作球面运动, 它在直移运动方面有三个公共约束。类似地若在所有运动转化中仅有力-力的传递能力, 则机构不能有回转运动, 它在回转运动方面有三个公共约束。

作为例子, 现在来决定 $RCRS_aRS_aP$ 机构(图 1-3c) 和 $CRRC$ 机构(图 1-5b) 的运动自由度和输入量的数目。在 $RCRS_aRS_aP$ 机构中, $n=7$, $N_1=6$, $N_2=1$, $F_r=2 \times (\text{轴向螺旋自由度})$, $F_c=F_p=0$, 以及 $m=1$ (在回转运动方面, 如同图 1-3b) 所示的 $RCCC$ 机构中的一样), 于是

$$F = F_1 + 2 = 6(7-1) - 5 \times 6 - 4 \times 1 + 1 + 0 - 0 = 3$$

$$F_i = 1$$

在 $CRRC$ 机构中, $n=4$, $N_1=2$, $N_2=2$, $m=1$, $F_r=F_c=F_p=0$

$$F = F_i + 0 = 6(4-1) - 5 \times 2 - 4 \times 2 + 1 + 0 - 0 = 1$$

研究图 1-8 所示的三环路七杆空间机构, 此处 $n=7$, $N_1=6$, $N_2=2$, $N_3=1$, $F_c=0$; 由于几何关系, 球面副的一个回转自由度是消极的, 因而 $F_p=1$ 。各环路有不同的公共约束, $m_1=2$, $m_2=1$, $m_3=4$ 。于是

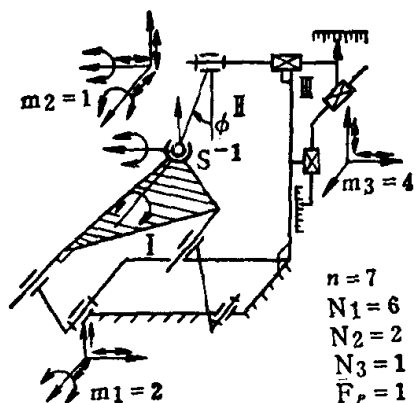


图 1-8 三环路七杆机构, 有消极自由度, 在不同环路中有不同的公共约束

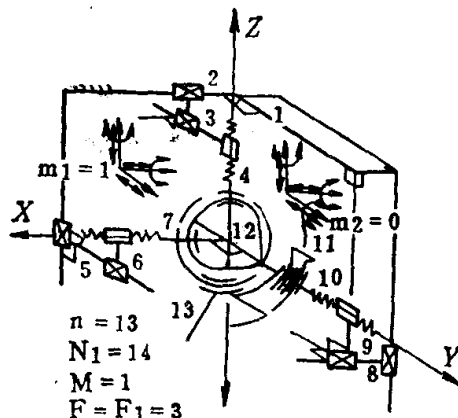


图 1-9 十三杆-副机构, 杆 13 和杆 1 之间的相对运动有三个轴向螺旋自由度

$$F = F_i = 6(7-1) - 5 \times 6 - 4 \times 2 - 3 \times 1 + (2+1+4) - 1 = 1$$

图 1-9 示出了两环路、十三杆-副机构, 它的构件 13 相对于构件 1 可以有三个轴向螺旋运动自由度, 反之亦然。构件 11 和 12 上的运动副是回转副, 好象沿着球的大圆的滑动副一样。在图示位置时, 联结构件 7 和 12、11 和 13 的回转副的回转轴线沿着 Z 轴, 联结构件 4 和 12、10 和 11 的运动副的轴线沿着 X 轴, 联结构件 12 和 13 的运动副的轴线沿着 Y 轴。在这一运动副-机构中, 其中一个环路在旋转运动方面有一个公共约束, 如图所示。因而有 $n=13$, $N_1=14$,

$$F = 6(13-1) - 5 \times 14 + 1 = 3$$

在这个运动副-机构中破坏某些运动副的自由度, 可以形成许多运动副-机构, 以实现单个运动副所不可能产生的两个构件之间的相对运动自由度。这个运动副-机构可以简化成回转副或移动副。

六、多余封闭约束

在多环路机构中, 当相邻环路具有某些尺寸约束从而使在相邻环路中处于对称位置上的构件产生同样的位移, 这些相邻环路间的多余部分起作用的结果就形成多余封闭约束。这种机构的所有环路都有同样的形状和同样的公共约束数。为了使 Kutzbach 活动度公式能准确计算这种机构的运动自由度数, 必须另外添加构件。具有这种多余封闭几何关系的机构是多余封闭机构^[40]。多余封闭约束数比多余封闭环路数少一。在平面机构中多余封闭条件可由观察得出: 由于一系列长度相同的平行构件联接到同一构件上, 如图 1-10a) 所示的三环路平面机构一样, 在这机构中即使去掉任何两个两运动副构件, 连杆的位移仍保持不变。Roberval 尺度机构, 用许多 Roberval 机构构成的 Buchanan 机构以及放大尺机构都是有多余封闭约束的平面机构的例子。

多余封闭条件由平面机构中的线性尺度(如图 1-10a)所示机构中的两运动副构件的长度和平行性)以及空间机构中的线性尺度和角度来决定。

图 1-10b) 所示的八杆平面机构, 所有的联接处都是单回转副, 它有 5 个多余封闭环路。但是当去掉 AL 杆的 BL 部分和 HL 杆的 KL 部分, 也即是去掉铰链 L 时, 机构具有三个多余封闭环路 $CEJK$, $EFIJ$, $FGHI$ 。若在此机构中 AL 杆由 AB 和 BL 杆组成, BG 杆由 BC 和 OG 杆组成, 则在 B 和 O 两点处是复合铰链。在这种情况下, 所有构件运动时仍平行于它们的初始位置。但是环路 $ABOD$ 和 $BOKL$ 不再有多余封闭联接, 因而机构仅有三个多余封闭环路: $CEJK$, $EFIJ$, $FGHI$ 。

图 1-10c) 示出了另一个八杆平面机构, 它有五个多余封闭环路 $ABCD$, $OIGH$, $GFJK$,

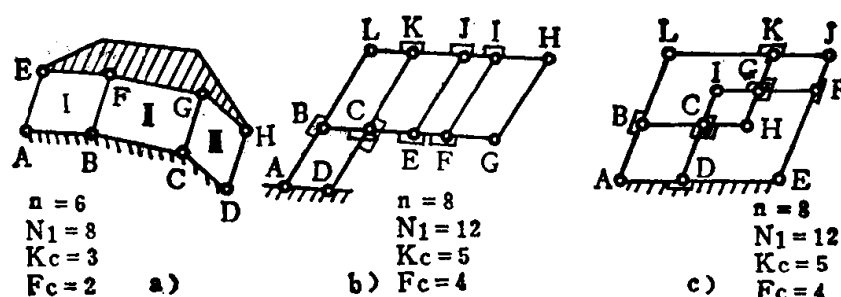


图 1-10 有多余封闭条件的平面机构

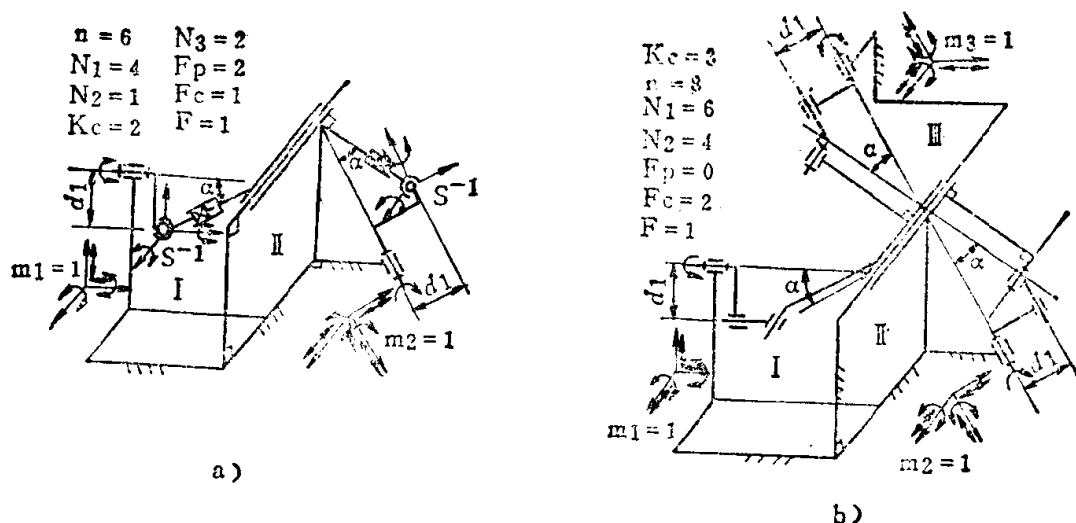


图 1-11 多余封闭的多环路空间机构

a) 两环路六杆机构 $F_c=1$ b) 三环路八杆机构, $F_c=2$

$BCIGKL$ 和 $DEFGHC$ 。假如去掉 H 和 I 点处的铰接以去掉环路 $CIGH$, 则不管 C 和 G 处是否形成复合铰链, 多余封闭约束即被除去。假如仅去掉 I 处的铰接, 则有三个多余封闭环路 $ABCD$, $DEFGHC$, $GFJK$ 。

图 1-11a) 和 b) 示出了有多余封闭约束的六杆和八杆空间机构。多余封闭由尺度 d_1 和 α 决定, 这两个尺度对各环路都是一样的。如果任何一个尺度在任何一个环路中是不相同的话, 机构就变为桁架。倘若在任一环路中 α 与主动环路中的同向(或反向), 则输出的旋转运动与输入的旋转运动同向(或反向)。任何数量的环路可以用同法添加到这些机构上。在这两个机构中每一个环路都有一个公共回转约束。在六杆机构中每一个球面副有一个回转自由度是消极的。 $F_r=0$, 驱动机构所需的输入量数目按式(1)可得:

$$\text{对于六杆机构} \quad F_i = 6(6-1) - 5 \times 4 - 4 \times 1 - 3 \times 2 + (1+1) + 1 - 2 = 1$$

$$\text{对于八杆机构} \quad F_i = 6(8-1) - 5 \times 6 - 4 \times 4 + (1+1+1) + 2 = 1$$

其它的多余封闭机构的例子可在文献[41]的图 26~50 中看到。

作为一般形式的活动度方程式的说明, 考虑图 1-12 所示的八环路十七杆空间机构, 此处 $N_1=12$, $N_2=7$, $N_3=4$, $N_4=1$ 。环路 VI 中的连杆有一个多余自由度, $F_r=1$ 。在环路 I 和 II 中每一个球面副有一个消极回转自由度, 环路 III 中的球面-圆柱副有两个消极回转自由度。这样, $F_p=4$ 。各环路中的公共约束为: $m_1=m_2=m_7=m_8=1$, 在旋转方面: $m_3=m_4=m_5=2$, 在旋转方面: $m_6=0$; 于是 $M=10$ 。环路 VII 和 VIII 的机构是多余封闭机构, 多余封闭条件由尺度 b 和 d_1 决定。同样, 环路 IV 和 V 的机构也是多余封闭机构, 其多余封闭条件由尺度 a 和 λ_0 以及 A 、 B 、 C 、 D 、 E 和 H 处的运动副轴线的平行度决定。这样 $F_s=(2-1)+(2-1)=2$, 根据式(1)

$$F = F_i + F_r = 6(17-1) - 5 \times 12 - 4 \times 7 - 3 \times 4 + 2 \times 1 + 10 + 2 - 4$$

$$F = F_i + 1 = 2$$

$$F_i = 1$$

为了说明式(3)的用途, 考虑图 1-13 所示的十环路十七杆平面机构, 此处 $N_1=25$, $N_2=1$ 。环路 V 和 VI 都有一个公共约束, 限制了在平面机构的运动范围内的转动。于是 $M=2$ 。环

在 $(6-m_{\min})$ 领域内, 级 $(6-m_{\min})/(0, 0, 0)$ 或 $(6-m_{\min})/(0, 0)$ 的机构是基本机构。例如图 1-3a)、1-4a) 和 1-7o) 的 $RCCC$ 、 $RCPP$ 和 RS_4P 机构分别属于级 $(6-0)/(0, 0)$, $(6-2)/(0, 0)$ 和 $(6-4)/(0, 0)$, 四杆平面或球面机构属于级 $(6-3)/(0, 0)$ 。

级 $(6-0)/(0, 0)$ 或 $(6-0)/(0, 0, 0)$ 的基本机构是一般空间机构, 例如 $RCCC$ 机构(图 1-3a), $\delta_0 \neq 0$ 的 $RSRC$ 机构^[5] 和十三杆-副机构(图 1-9)。

八、结 论

当一系列构件被用一系列运动副联接起来形成机构时, 某些构件数或运动副类型以及机构的某些尺度组合, 可以对整个机构或机构中某些环路形成有约束的几何条件, 它可能给某些构件带来多余自由度, 破坏为运动副所许可的某些相对运动自由度, 即是给运动副带来消极自由度以及把机构中的某些环路组多余封闭起来。此外, 引入消极自由度, 甚至引入多余自由度, 一般说来, 都伴随着引入公共约束。因为任意形成的机构, 如前面许多例子所说明的那样, 可能受到任一种这样的几何约束, 因此为了保证所谓的机构确实是机构, 以及假如它是机构, 为了判别它是否正确地与运动副的类型、公共约束的类型以及机构的级相一致, 都必须进行完整的机构位移分析和速度分析。

用一般形式表示的活动度公式(1)或公式(9), 可用于计算单环路或多环路机构的自由度数以及驱动该机构所需的输入量数, 不论该机构是否有消极自由度、多余自由度、在不同环路中的不同公共约束以及多余封闭环路组。如前述所示, 倘若式(10)中的 B 能正确决定, 则机构的输入量数可正确算出。这就需要发现所有的对机构各单独环路中构件的位移以及对环路组的位移有约束影响的几何条件。在空间机构中要做到这一点不是容易的事, 对于有复杂几何关系的单环路机构决定三个基本旋量及其所可能有的分量、以及在某些环路组中决定控制其多余封闭条件的几何关系则更不容易。

作者希望本文的内容将有助于检验机构的活动度以及有助于发展一般形式的数综合技术。

上海工业大学张耀芳译自 Trans.ASME(B), 1971, Vol. 93, No. 1, p. 140~148。

§ 2. 三到五个构件运动链的关连矩阵

(罗马尼亚) A. Raicu

一、绪 论

在连杆机构的结构综合中, 存在如下的课题:

“找出所有的用 n 构件连接而成的模型, 由此, 构成一定活动度的机构”。

对于这一课题, 以往的一个长时期内, 曾有许多研究者从事过这方面的工作, 而目前仍然是科学工作者之间研究、议论和喜欢讨论的课题。

下面, 仅仅分析构件间的连接, 而不考虑活动度问题, 解决这一课题, 取决于连接的型式, 因此, 本文所叙述的方法及杆件所形成的图形, 不仅适用于研究衍架结构图, 还特别适用于机构的研究。

二、运动链关连矩阵的定义

不久前，运动链关连矩阵已由一些专著下过定义，但是，目前这一方法的优点还没有得到充分的应用。

在叙述运动链关连矩阵前，先要了解元素仅为0或1的方阵，方阵中的这些元素，相应地表示运动链的构件间“有”或“没有”连接存在，而构件则由矩阵的行和列表示，方阵的阶数等于构件的数目。

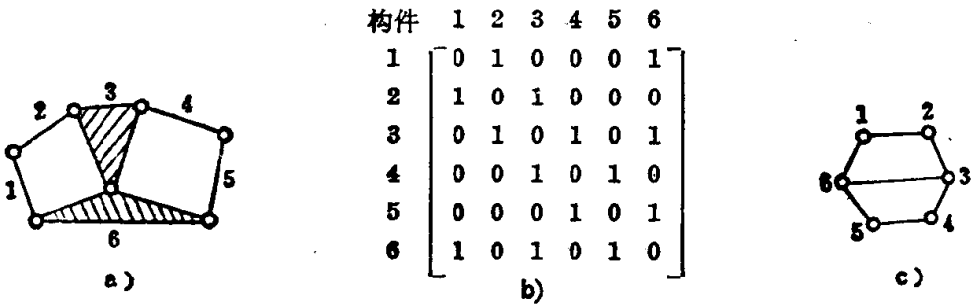


图 1-14

举例来说，如图 1-14a)所示的运动链，它包括了不同级的运动副，为了对称起见，方阵的第一行及第一列表示构件 1，第 2 行及第二列表示构件 2...等等，图 1-14a) 所示运动链的关连矩阵如图 1-14b) 所示，而相应的“图”*如图 1-14c)所示。

三、nc 型的变形

我们知道“nc 型”的变形，是指一组由 n 个构件、 o 个不同运动副组成的所有可能的运动链。例如“0405 型”的变形，表示由 4 个构件、5 个运动副组成的所有可能的运动链。

如在运动链中，以 n_i 表示构件的数目，这些构件与相关构件以 i 个不同运动副相连接，由此，可得出如下关系式：

$$\begin{aligned} n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + \dots + n_{n-1} &= n \\ 2n_2 + 3n_3 + 4n_4 + \dots + (n-1)n_{n-1} &= 2o \end{aligned} \tag{1}$$

此处 n 和 o 分别表示构件和运动副的总数。

对于给定的 n ，运动副 o 的数目也满足如下条件：

$$n = c_{\min} \leq o \leq c_{\max} = n(n-1)/2 \tag{2}$$

在这公式的基础上，可列出表 1-1。表中列出了 nc 型所有可能的结构变形。这就是说，运动链的变形由 n 与 o 所确定。

表 1-1

构 件 数 n	3	4	5
最少运动副数 $c_{\min}$	3	4	5
最多运动副数 $c_{\max}$	3	6	10
nc 型的变形总数 v	1	3	11

注：这里打引号的“图”，是以“图论”角度而言的图。