根据最新版九年义务教育教材编写

CHUZHONG JIHE JIAOAN

初中
几何教案

主编 傅佑珊 胡杞

二年级

课堂教学设计丛书

KETANG JIAOXUE SHEJI CONGSHU

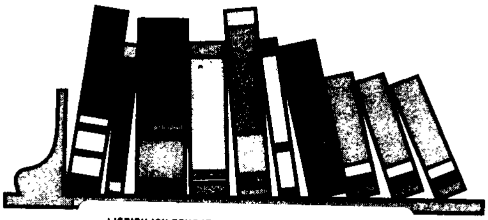
北京师范大学出版社

课堂教学设计丛书

初中几何教案

二年级

主　编　傅佑珊
　　　　胡　杞



北京师范大学出版社
·北京·

图书在版编目(CIP)数据

初中几何教案:二年级/傅佑珊主编．—北京:北京师范大学出版社,1999.10
(课堂教学设计丛书)
ISBN 7-303-02481-6

Ⅰ.初…　Ⅱ.傅…　Ⅲ.几何课-初中-教案(教育)
Ⅳ.G633.632

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 36060 号

北京师范大学出版社出版发行
(北京新街口外大街 19 号　邮政编码:100875)
出版人:常汝吉
北京师范大学印刷厂印刷　全国新华书店经销
开本:787mm×1 092mm　1/16　印张:16.5　字数:403 千字
1999 年 10 月第 1 版　1999 年 10 月第 1 次印刷
印数:1～31 000　定价:22.50 元

前 言

教学设计的目的是，系统解决如何提高教学质量，完成预期的教学目标，帮助和促进全体学生的自身发展。

本书是依据教学设计的思想，遵照九年义务教育中学数学教学大纲，认真分析了初中数学各章的目的、内容、地位、作用，对每节课的教学进行了教学设计。

本书的内容是与现行初中数学教学密切结合、同步展开的，每节课的教学设计是由教学目标、教学重点和难点以及教学过程设计组成。每节课的教学过程设计，体现了依照初中数学教学大纲精神、教学内容和初中学生的特点，从基础知识、基本技能到渗透基本数学思想方法，培养学生数学思维和能力，充分体现了在强化教学目标控制的同时，选用恰当的教学策略和方法，注重知识形成过程的教学，努力为学生创设有利的学习情景，让学生在教师的引导下，积极参与教学活动，激励学生创造性的学习，主动的获取知识，利用他们自身的潜能去完善自己。

为了协助教师更好地进行教学，本书对一些数学概念、定理、公式、法则和数学思想方法，有独到的处理，各节课都配置了一定量的例题、习题，并安排了作为前置评价和教学目标达成评价的课堂练习题，每章后都附有这一章的测试题，供教师在教学中参考、选用，以便对教学中学习进行反馈与矫正。

本书努力突出观点新颖，材料丰富、内容实用的特点。

各节课后一般都有课堂教学设计说明，目的是便于教师了解编者在教学设计中对于有关问题的认识和处理意图，为读者和编者提供了交流的空间。

本书是由北京市有丰富教学经验的特、高级教师和全国青年数学教师评优课一等奖获得者参加编写的。

几何部分是由特级教师傅佑珊老师主编。

代数部分是由胡杞研究员主编。

初中代数第一册(上)是由彭林、刀卫东、张瑞玲等老师编写；第一册(下)由彭林、刀卫东老师编写；

初中代数第二册是由李湘凤老师编写；

初中代数第三册是由陈家骏老师编写；

平面几何第一册是由陈莹、刘毛秀等老师编写；

平面几何第二册是由雷文虹、刘德伟、孙家钰等老师编写；

平面几何第三册是由洪静萍、张立平、卫常青等老师编写。

主 编

1999.9 于北京

几何　第二册

第三章 三 角 形

关于三角形的一些概念

教学目标

1．理解三角形及有关重要线段的概念、性质，掌握其画法．

2．会识别较复杂图形中的三角形的重要线段．

3．培养学生根据需要从不同的角度识别图形的能力．

教学重点和难点

三角形的概念及有关重要线段的理解和应用是重点；钝角三角形高的画法是难点．

教学过程设计

一、画图引入三角形的有关概念

1．三角形定义的教学．

师：你能一笔画出一个三角形吗？你能用语言叙述你画图得到三角形的过程吗？

让学生尝试用准确而精练的语言定义三角形，估计学生可能出现的错误说法，并想好如何修正．经学生讨论，举反例说明某些说法的错误，教师纠正，得出三角形的定义：由不在同一条直线上的三条线段首尾顺次相接所组成的图形叫三角形．

教师强调重点词语的作用，介绍"三角形的内部"、"三角形的外部"的含义，并做以下巩固练习．

判断以下说法是否正确：

①由三个角组成的图形叫三角形．

②由三条线段组成的图形叫三角形．

③由三条线段首尾顺次相接所组成的图形叫三角形．

2．三角形的顶点、边、角的教学．

教师讲解三角形的顶点、边和角的意义，并给出三角形的符号表示方法和读法．

3．分解基本图形练习．

教师解释：一个概念、定义、定理所对应的图形或由它们的复合得到的图形，我们简称为基本图形．

练习1　如图3-1，在(a)中，C 为 BE 的中点，那么共有几个三角形？其中以 $\angle ADC$ 为一个内角的三角形有哪几个？以 C 为顶点的三角形有哪几个？以 AC 为一边的三角形有哪几个？图3-1(b)中共有几个三角形？

学生回答后，教师注意引导学生总结识图时保证不重不漏的方法：找到恰当的分类标准，按一定的规律识图．如，在数图3-1(a)中所有的三角形时，可以以顶点或以边为标准划分．以边为标

准化分为例:先找以 AB 为一边的三角形,顺次按同一方向进行,再找以 AC,CD 为一边的三角形,重复的只算一次.图 3-1(b)中则可以所含图形的个数为标准划分.

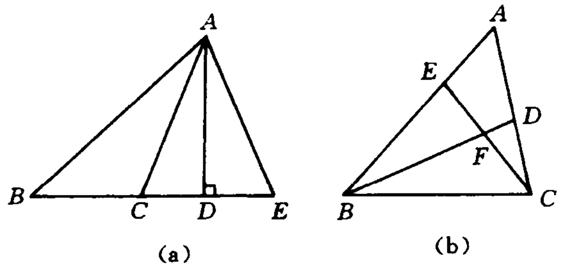


图 3-1

二、三角形中重要线段的教学

1.利用运动的思维方式得出三角形的角平分线、中线和高的定义.

在△ABC 中,将一线段的一端固定在 A 处,另一端在对边 BC(或其延长线)上运动,其中有三个特殊位置分别对应三角形的三种重要线段.要求学生找到它们的位置,会叙述它们的定义,并理解它们的符号表示方法.教师强调,它们都是连结三角形的顶点与对边(或其延长线)上一点所得到的线段.

练习 2　读句画图,并说明下列语句错在何处?

①△ABC 中,如果射线 AD 平分∠BAC,那么 AD 是△ABC的角平分线.

②过△ABC 的顶点 A 和对边 BC 的中点 D 的直线 AD 是△ABC的中线.

③若直线 $AF \perp BC$ 于 F,则 AF 是△ABC的高.

2.看图填空.

练习 3　在括号内填角或理由.

在图 3-2 中,

(1) ∵　AD 是△ABC中∠BAC 的平分线,

∴　$\angle BAD=\angle CAD$,(　　　　)

或$\angle BAC=2$(　　　),(　　　　)

或$\angle BAD=\frac{1}{2}$(　　　).(　　　　　)

(2) ∵　$\angle BAD=\angle CAD$,

∴　AD 是∠BAC 的角平分线.(　　　)

(3) ∵　(　　　)$=2\angle BAD$,

∴　AD 平分∠BAC.(　　　　　)

(4) ∵　$\angle CAD=\frac{1}{2}$(　　　　　),

∴　AD 是∠BAC 的平分线.(　　　　　)

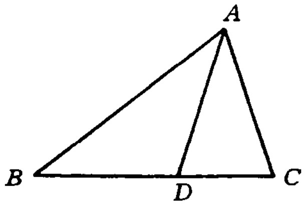


图 3-2

对于三角形的中线和高可做类似练习.使学生认识到,三角形中重要线段的定义,既可以作为判定,又可作为性质使用.

练习 4　如图 3-3,CD,CE,CF 分别是△ABC的高、角平分线、中线,则下列各式中错误的是(　　).

A.$BA=2BF$　　B.$\angle ACE=\frac{1}{2}\angle ACB$

C.$AE=BE$　　D.$CD \perp BE$

通过此题,学生熟悉角平分线、高、中线的符号表示方法.

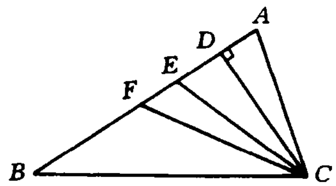


图 3-3

3.三角形的三种重要线段.

在理解三角形的角平分线、中线、高的概念的基础上,要求学生会画出它们的图形,重点是

画三角形的高.

例 1　画出下列三角形的角平分线、中线和高.(见图 3-4)

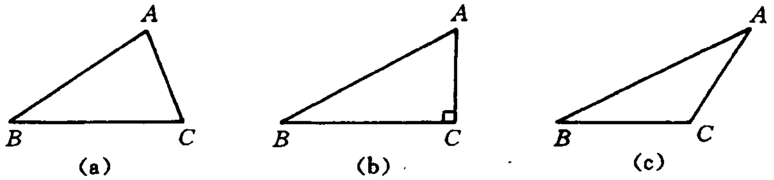


图　3-4

教师让学生上黑板板演,再进行纠正.

说明:让学生熟练掌握按定义画三种重要线段的方法.

需要让学生注意的是:直角三角形的一条直角边上的高就是另一条直角边;钝角三角形夹钝角的两边上的高在三角形的外部.(见图 3-5)

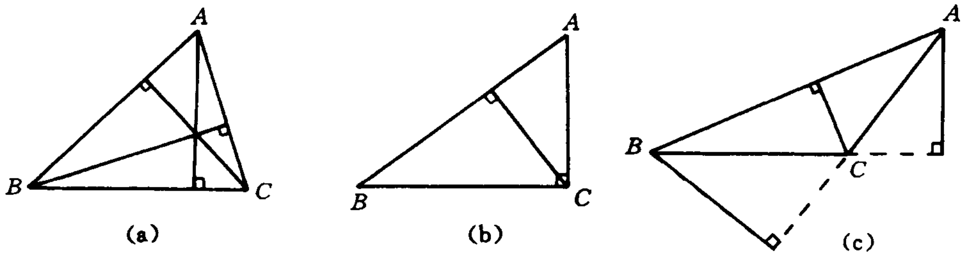


图　3-5

4. 分解基本图形练习.

练习 5　(1) 在图 3-6 中,AD 是哪些三角形的高?

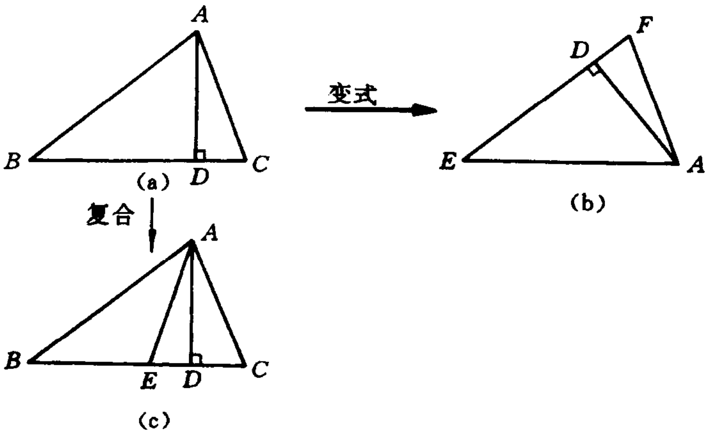


图　3-6

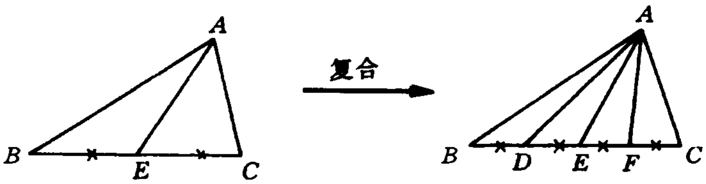


图　3-7

(2) 在图 3-7 中, AE 是哪些三角形的中线?

可类似处理三角形的角平分线.

5. 三种重要线段的应用练习.

例 2　在图 3-8 中, 已知△ABC, 用度量的方法求出△ABC 的面积的近似值. (测量时精确到1 mm)

说明:通过此题来增强学生用所学得的三角形高的知识解决问题的能力, 同时注意钝角三角形中有两条高在三角形的外部.

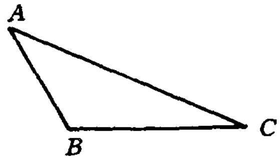


图　3-8

例 3　已知:如图 3-9, BM 是△ABC 的一条中线, $AB=5$ cm, $BC=3$ cm. 求:(1)△ABM 与△BCM 的周长之差; (2) $S_{\triangle ABM}:S_{\triangle CBM}$.

说明:通过此题, 初步培养学生运用中线的概念进行简单推理及会列代数式解决几何中计算问题的能力.

分析:(1) 利用中线的概念可得 $AM=MC$, 又利用两个三角形的公共边 $BM=BM$, 可知△ABM与△BCM 的周长之差即为 AB 与 BC 之差, 得到答案为2 cm.

(2) 利用中线的概念说明等底($AM=CM$)、等高(BH)的两个三角形(△ABM 与△CBM)面积相等.

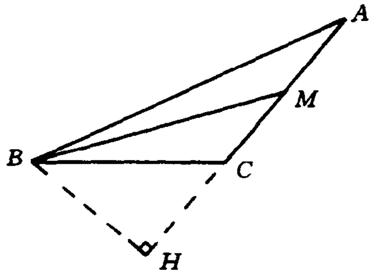


图　3-9

6. 机动练习.

练习 6　已知:如图 3-10, 在△ABC 中, BC 及 AC 边上的高 AD, BE 交于 H. 问: (1)△AHB 中夹∠AHB 的两边的高是哪些线段? (2) AB 和 AH 分别是哪些三角形的公共边? (3)∠CAD, ∠ABC 分别是哪些三角形的公共角?

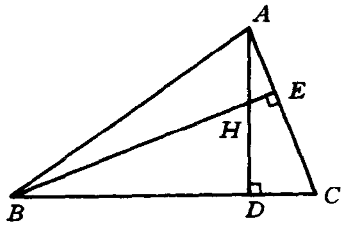


图　3-10

说明:这个例题训练学生学会从不同的角度观察、识别图形的技能, 即在一个复杂的图形中, 能识别同一元素在不同的部分图形中的身份, 从而把图形看活. 教师可将此题制作成复合投影片, 帮助学生在不同的条件下进行不同的分解.

练习 7　已知:如图 3-11, $BD=DC$, $\angle ABN=\frac{1}{2}\angle ABC$, $CE\perp AB$ 于 E, F 为 AB 上任意一点, 则 AD 是△ABC的一条________线, BN 是△________的角平分线, 还平分△________的一个内角, CE 是△________的高.

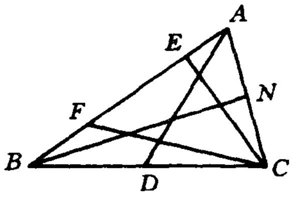


图　3-11

答:中线; △ABC; △ABD, △EBC; △CBF, △CBE, △CBA, △CFE, △CFA, △CEA.

练习 8　已知:如图 3-12, 在△ABC 中, $AB=AC=4$, P 为 BC 上任意一点, $PD\perp AB$ 于 D, $PE\perp AC$ 于 E, $S_{\triangle ABC}=6$. 求 $PD+PE$ 的值.

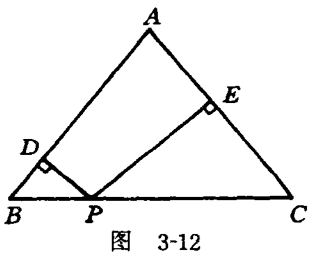


图　3-12

说明：通过此题初步渗透将三角形根据需要进行分割求面积的思想，以及几何中将一个等式可看成关于一个未知数的方程的意识.

三、师生共同小结

让学生看教师所留的板书思考：本节学完后，你对三角形有了哪些深入的了解？根据自己的经验和教训，可以提醒大家要注意哪些易错的地方？你学到了哪些你认为有价值的解题方法？

学生回答后，教师总结：

1. 三角形的角平分线、高、中线三种重要线段的定义要理解清楚，并会准确地画图，还要求在复杂的图形中能识别，不能犯类似图 3-13 中的错误.

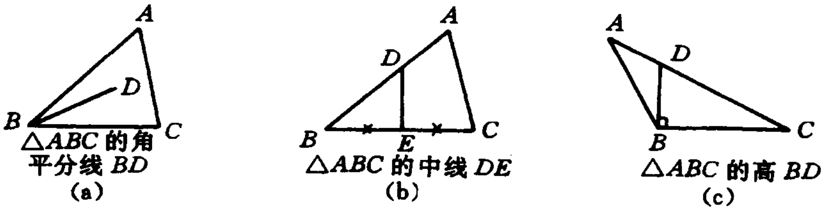


图　3-13

2. 三角形的三种重要的线段都要会用符号进行正反两方面的推理，这是使用它们解决几何问题的前提条件.

板书设计

关于三角形的一些概念		
1. 三角形的定义及符号表示	例 1	练习
2. 三角形的顶点、边、角		
3. 三角形中的重要线段	例 2	小结
(1) 角平分线　(2) 中线　(3) 高	例 3	作业

课堂教学设计说明

本教学设计需两课时完成.

1. 让学生自己叙述三角形的定义，再经学生讨论纠正，会让他们发现自己语言叙述不准确的地方，以便引起对准确表达定义的重视.

2. 三角形的角平分线、中线、高引入时采用了运动的方法，一方面强调它们都是三角形的重要线段，只是位置、作用不同而已；另一方面也可总结出它们的共同点都是连结三角形某一顶点和对边(或其延长线)上某一特殊点而成的线段.

3. 在画三角形的角平分线、中线、高时，根据学生的情况，可不要求三种三角形的角平分线、中线都画，重点放在高的画法上.

4. 本节增强了许多在复杂图形中识别基本元素和应用定义进行推理的练习，旨在逐步培养学生分解基本图形的能力和运用定义时进行文字、图形、符号三方面转换的能力. 教师可根据学生实际，将第一类型的题目制作成复合投影片，帮助学生逐步提高分解图形的能力.

5. 学生程度较好的学校可采用投影或计算机等现代化教学手段来验证有关“三角形重要线段分别交于一点及交点位置”的猜想，既可使知识的形成过程真实可信，生动形象，提高教学效率，又能增强学生的学习兴趣，充分调动学生的学习积极性.

三角形三条边的关系

教学目标

1. 会按三边的关系对三角形进行分类.
2. 理解三角形三边关系的定理及推论,并会初步应用它们来解决问题.
3. 培养方程、分类讨论的思想,渗透逻辑推理的训练.

教学重点和难点

三角形三边关系的定理和推论是重点;难点是三角形按边的关系进行分类的原则.

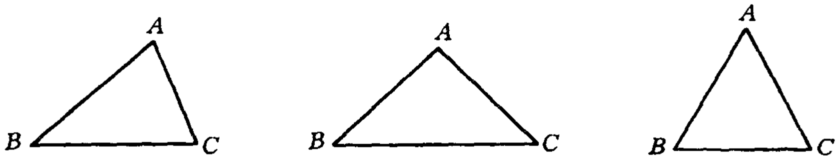
教学过程设计

一、三角形按边的关系分类

教师拿出事先准备好的三个三角形,从边的大小关系角度来让学生观察它们有什么区别?

教师注意引导学生从分类的原则——不重不漏的角度考虑三个图形的关系:

$$\text{三角形}\begin{cases}\text{三边两两互不相等　图 3-14(a)}\\ \text{至少有两边相等}\begin{cases}\text{有且只有两边相等　图 3-14(b)}\\ \text{三边两两都相等　　图 3-14(c)}\end{cases}\end{cases}$$



(a)　(b)　(c)

图　3-14

从而发现三角形按边的关系来分类只有以上三种情况.

教师给三个图中的三角形分别命名,并让学生叙述等腰三角形各部分的名称,启发学生总结三角形按边的相等关系分类如下:

$$\text{三角形}\begin{cases}\text{不等边三角形}\\ \text{等腰三角形}\begin{cases}\text{底边和腰不相等的等腰三角形}\\ \text{等边三角形}\end{cases}\end{cases}$$

强调等腰三角形是至少有两边相等的三角形,其中包括特殊情况:底边和腰相等的等腰三角形——等边三角形.因此等腰三角形与等边三角形是一般与特殊的关系,并注意对不等边三角形的理解.

(投影)**练习 1**　将以下四种三角形的代表字母填写在图 3-15 中相应的位置:

A = {三角形};

B = {不等边三角形};

C = {等腰三角形};

D = {等边三角形}.

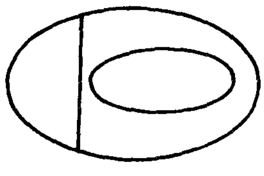


图　3-15

(投影)**练习 2**　判断下列说法的正确性.

(1) 不等边三角形指不是等边三角形的三角形.

(2) 三角形按边分有不等边三角形、等腰三角形和等边三角形.

通过此题,让学生对比等边三角形与不等边三角形的概念,纠正三角形分类时的习惯性错误.

二、动手实验,研究三角形三边的关系

1. 实验操作,深入理解三角形的定义.

(1) 让学生用事先准备好的三根木棍动手拼成三角形,量出各边的长度,并回答三角形的定义.

(2) 教师引导学生思考:不在同一条直线上的任意三条线段"都"能首尾顺次相接吗?

让学生将手中三根木棍中最短的一根截去一小段,看是否还能首尾顺次相接,是否能组成三角形.连续进行此过程,得出两点:

①有两种情况不能构成三角形.

当较短的两条线段之和小于第三条线段长时,三角线段未能首尾顺次相接;当较短的两条线段之和等于第三条线段长时,三条线段能首尾顺次相接,但未能构成三角形.

②不在同一条直线上的三条线段要能首尾相接构成三角形是有条件的,其中任意两条线段的长度之和必须大于第三条线段的长.

2. 猜想并证明三角形的三边关系定理.

(1) 继续刚才的问题,构成三角形后,三角形的三边满足什么关系?得出猜想.

(2) 启发学生利用"两点之间,线段最短"来推导定理,并写出定理的符号表示方法.

3. 演绎推理,发现推论.

师:三角形的两边之和大于第三边,那么两边之差呢?观察定理的数学表达式,如何由定理得出问题的答案?

如图 3-16,在$\triangle ABC$ 中,

$BC>AB>AC, AB+BC>AC,$　　①

$BC+AC>AB,$　　②

$AC+AB>BC.$　　③

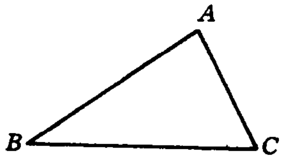


图　3-16

生:由移项可得出三角形两边之差与第三边的关系.

教师提醒学生,为使三角形两边之差为正数,在上述三个式子中,需要挑选合适的一个来证明所需要的结论.如要证明 $BC-AB$ 与 AC 的关系,需选择③式变形为 $AC>BC-AB$.由此得出:

推论 1　三角形的两边之差小于第三边.

结合三角形三边关系的定理及推论 1,可从另一角度概括出第三边的范围.

推论 2　三角形的第三边大于另两边之差的绝对值,且小于另两边之和.

(投影)练习 3　一个三角形的两边 $a=3, b=6$,能确定第三边 c 的长度吗?能确定 c 的范围吗?

若 c 为偶数,能求出 c 的值吗?

答:$\because$　$|b-a|<c<b+a$,$\therefore$　$3<c<9$.

只能求出 c 的范围,若 c 为偶数,则 $c=4,6$ 或 8.

三、应用举例,变式练习

例 1　长度为下列各组数值的三条线段能否组成一个三角形?为什么?

(1) 6,10,4　　(2) 5,4,8　　(3) 5,10,4　　(4) 5,5,8

(5) $a=2m, b=3m, c=5m-1 \quad (m>1)$

教师板书(1)、(2)的格式,让学生练习其余题目.注意总结以下两点:

(1) 事实上,当三条线段两两互不相等时,只要三条线段中较小的两条之和大于第三条,就可以判断它们能构成三角形.

(2) 等腰三角形的一腰大于底边的一半.

(投影)**练习4** 以4 cm长的线段为底,1 cm长的线段为腰,能否构成等腰三角形?以1 cm长的线段为底,4 cm长的线段为腰呢?

通过此题,让学生总结出以下结论:已知等腰三角形的三边时,若最短边大于最长边的一半,则最长边可能为底或腰;否则最长边只可能为腰.

(板书)**例2** 已知:$\triangle ABC$的周长是84 cm,$b=6(c-a)$,$a:c=7:8$.求三边a,b,c的长.

分析:将三角形三边的长看成三个未知数,题目分别提供了未知数所满足的三个等量关系,可翻译成三个方程.教师必须提早培养学生具备"列方程"的意识,而根据条件$a:c=7:8$,最好利用设比使解方程的计算简化,最后还要检验是否能构成三角形.(板书详细过程)

解 由题意得$\begin{cases} a+b+c=84 & ① \\ b=6(c-a) & ② \\ a:c=7:8 & ③ \end{cases}$

设$a=7k, c=8k$,则$b=6k$,代入①得:$a=28$ cm, b = 24 cm, $c=32$ cm.

$\because$ $28+24>32$, $\therefore$ 它们能构成三角形.

说明:也可直接用代入消元法解这个方程组.

(投影)**练习5** 一个等腰三角形周长为18 cm.

(1) 腰长的3倍比底边长的2倍多6 cm.求各边长.

(2) 已知其中一边长为4 cm,求其它两边长;若一边长为5 cm呢?

(3) (机动)若底边长是偶数,求三边长.

分析:

(1) 利用方程的观点列出关于腰长和底边长的方程组,等腰三角形的三边一般设两个未知数即可.设腰长为x cm,底为y cm,则

$$\begin{cases} 2x+y=18, \\ 3x=2y+6. \end{cases}$$

解得三边长分别为6 cm,6 cm,6 cm.

(2) 因为长为4 cm的边可能是腰,也可能是底,所以需要分类讨论.照课本过程讲解,答案为一解;当一边长为5 cm时,答案为两解:5 cm,8 cm或6.5 cm,6.5 cm.

(3) 设腰长为x cm,底边长y cm,由等腰三角形腰长和底边长的关系列出$2x>y$.结合周长$2x+y=18$,代入消x后,将y的范围缩小为$0<y<9$,再用列举法得出答案:$y=2$ cm,4 cm,6 cm,8 cm.

四、应用定理推导边的不等关系

例3(机动) 已知:如图3-17,在$\triangle ABC$中,AD为BC边中线.求证:

$$AD+BD>\frac{1}{2}(AB+AC).$$

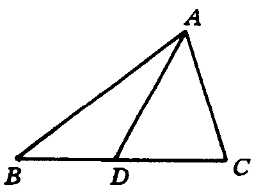


图 3-17

分析:根据所要证的不等式的结构,选择恰当的三角形来运用三角形三边关系的定理,结合不等式的性质来进行推理.

必要时可添加辅助线构造三角形运用三边关系定理.例题见补充题4(1).

证明　$\because$　AD 为 BC 边中线,

$\therefore$　$BD = DC$,(三角形中线的定义)

$\therefore$　$2(AD+BD)=2AD+2BD=(AD+BD)+(AD+DC)$.

又$\because$　在$\triangle ABD$中,$AD+BD>AB$,在$\triangle ADC$中,$AD+DC>AC$,即 $2(AD+BD)>AB+AC$,

$\therefore$　$AD+BD>\frac{1}{2}(AB+AC)$.

五、师生共同小结

1. 三角形按边如何分类?需防止什么错误?
2. 三角形三边满足什么关系?三角形中的第三边在什么范围内?
3. 如何判断三条线段能否构成三角形?
4. 计算三角形三边经常采用什么方法?需要注意什么问题?
5.(机动)怎样利用三角形三边的关系来证明三角形中线段的不等关系?

六、作业

课本第17页第6~9题.

补充题:

1. 三角形三条边的长分别是3,$1-2m$ 和8,求 m 的取值范围.(答:$-5<m<-2$)

2. 等腰三角形中,(1)如果底边长为4 cm,求腰长 a 的取值范围;(2)如果腰长为4 cm,求底边长 b 的取值范围.(答:$a>2$;　$0<b<8$)

3. 等腰三角形底边长为5 cm,一腰上中线把其周长分为两部分之差为3 cm,求腰长.(答:8 cm)

说明:注意周长的概念,它不包括中线长.得出腰长后,需检查腰长与已知底边能否构成三角形,注意腰长需要大于底边之半.

4. D 为$\triangle ABC$内任一点.求证:(1) $AB+AC>BD+DC$;(2) $DA+DB+DC>\frac{1}{2}(AB+AC+BC)$;(3) $DA+DB+DC<AB+BC+AC$.

提示:(1) 延长 BD 交 AC 于 E,在$\triangle ABE$与$\triangle CDE$中使用三边关系定理;(2) 连结 AD,在$\triangle ABD$,$\triangle ACD$ 及$\triangle BCD$中用定理;(3) 类比第(1)问,三式相加.

板书设计

三角形三条边的关系		
1. 三角形按边分类	例1	练习
2. 定理:		
内容		
数学表达式及图形	例2	小结
3. 推论1		作业
推论2		

课堂教学设计说明

本教学设计需1课时完成.

1. 三角形按边的关系分类对学生来说是难点,他们经常会把等边三角形与等腰三角形并列对待.因此,教师从三个三角形的例子正面引导学生对三角形三边的大小关系进行分类,并立即用两组练习从正、反两方面强化分类的层次性,以便有效地解决这类问题.

2. 三角形三边的关系定理与三角形的定义有着密切的逻辑联系,教师应注意让学生发现定理的形成过程,从中对学生进行逻辑思维的训练,来提高能力.

3. 利用定理或推论来证明三角形边的不等关系,可适当增加难度,教师也可将补充题改造成填空题,以便逐步培养学生会证明不等关系.

4. 各类学校学生程度不同,因此设计了一些补充题,教师则可根据学生实际情况上课选用或留作选做题.

三角形的内角和(一)

教学目标

1. 理解三角形的内角和定理的证明过程.
2. 会按角的大小对三角形进行分类.
3. 会初步运用内角和定理及推论1和方程思想进行简单计算.

教学重点和难点

三角形内角和定理及其应用是重点;三角形内角和定理证明中辅助线的添置是难点.

教学过程设计

一、实验猜想,提出问题

师:三角形中三边满足什么关系?

生:两边之和大于第三边,两边之差小于第三边.

师:那三角形的三个内角有什么关系呢?你有没有办法说明你的答案是正确的?

生甲:用量角器量出三个内角的度数,计算得出三角形的内角和等于180°.

师:度量有误差,无法得出准确答案,如何排除误差干扰呢?

生乙:用折纸法把三个内角拼在一起.

生丙:将三角形纸片的两个内角剪下来拼在第三个内角的顶点处,构成一个平角.

教师带领学生一起实验,得出猜想.

师:很好,后两种方法没有改动内角的大小,只是移动了它们的位置,就很准确地得出了三个内角的和.但是我们不可能对所有的三角形都进行拼图实验,这就需要我们用所学过的知识来证明这个猜想的成立.刚才的拼图过程给我们的证明思路提供了什么启发呢?

二、证明猜想,形成定理

1. 分析证明思路.

刚才第三种猜想答案的方法启发我们可以利用移角,结合平角及同旁内角得出180°,用平行线的性质或判定等来证明猜想.但因为移动两个角,需证明角的两边成一直线,比较困难,所以我们可以将这个过程调换一下顺序,把它改造成作平行线实现移角的目的.

师:根据平行线的性质构造同位角、内错角都能实现角度大小不变、位置改变的移角目的,从而将三角形的三个内角集中到一起或可利用同旁内角出现180°的关系.具体怎样实现呢?

生甲:延长一边(如延长 BC 到 D,作 $CE /\!/ BA$),利用同位角、内错角平移两角,凑出平角180°(见图3-18).

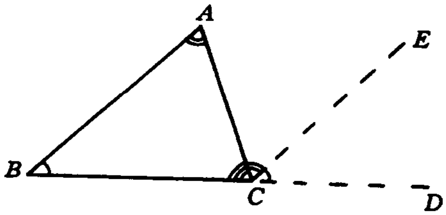


图 3-18

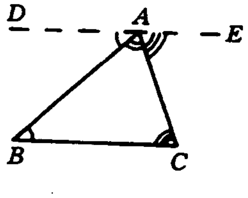


图 3-19

生乙:过一顶点作其对边的平行线(如过 A 作 BC 的平行线),利用内错角平移两角凑出平角 180°(见图 3-19).

生丙:只过顶点作射线,使其平行于对边(如作 $CD\parallel BA$),利用内错角平移一角,凑同旁内角互补出 180°(见图 3-20).

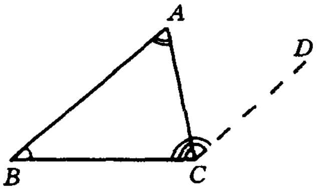


图 3-20

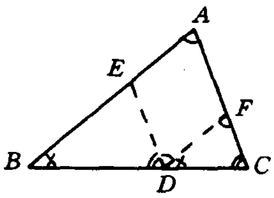


图 3-21

生丁:过一边上任意一点作另两边的平行线(如过 BC 上一点 D 作 $DE\parallel AC$ 交 AB 于 E,作 $DF\parallel BA$ 交 AC 于 F),利用同位角、内错角平移三个角凑出平角 180°(见图3-21).

教师根据情况从以上方法中选用一种来进行证明,重点分析辅助线作法的目的,并板书其中一种的详细过程,得出三角形内角和定理.

2. 分析定理的内容、作用和变形形式.

首先引导学生用语言叙述三角形内角和定理的具体内容,教师板书,并给出图形和符号表示.

其次,教师给学生分析三角形内角和定理的作用:它是三角形三个内角必须满足的条件;从另一个角度来看,它实际上提供了三个内角满足的一个等量关系,是求三角形的内角时常用到的一个方程.

最后,引导学生对定理作出以下几种常用变形:

(1) $\angle A=180^\circ-$__________;

(2) $\angle B+\angle C=180^\circ-$__________;

(3) $\frac{1}{2}\angle A+\frac{1}{2}\angle B+\frac{1}{2}\angle C=$__________;

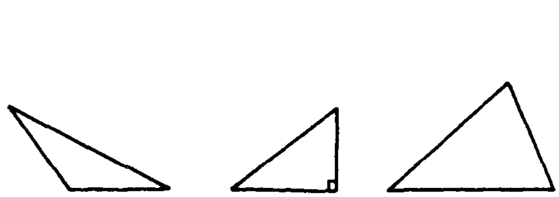
(4) $\frac{1}{2}\angle A=90^\circ-$__________;

(5) $\frac{\angle B+\angle C}{2}=$__________.

三、应用定理对三角形分类

师:利用三角形的内角和定理判断,一个三角形的三个内角中,能有几个钝角?能有几个直角?

如果学生回答有困难,教师提示:如果一个三角形中有两个内角是钝角或直角,会出现什么情况?启发学生得出“三角形的内角和会大于 180°,这与定理矛盾.因此三角形中如果有钝角或直角,那只能有一个钝角或直角.让学生画出以上两种情况(图 3-22(a),(b)),观察其中锐角的个数.



(a)　(b)　(c)

图 3-22

师:三角形中锐角的个数能有几个?

生:可以是三个(图 3-22(c)),也可以是两个(图 3-22(a),(b)),但不可能只有一个锐角.

师：还有其它情况吗？总结以上几种情况，如何对三角形按角的大小分类呢？怎样用语言叙述它们？启发学生得出各种三角形的定义.其中锐角三角形只能叙述成有三个角是锐角的三角形，而钝角三角形或直角三角形分别是有一个角是钝角或直角的三角形，还可把锐角三角形、钝角三角形合并称为斜三角形，即：

$$\text{三角形}\begin{cases}\text{直角三角形}\\ \text{斜三角形}\begin{cases}\text{锐角三角形}\\ \text{钝角三角形}\end{cases}\end{cases}$$

练习 1　判断下列说法是否正确.

(1) 三角形的三个内角中，最多有一个角是钝角；

(2) 三角形的三个内角中，至少有两个角是锐角；

(3) 等腰三角形的底角一定是锐角；

(4) 等腰三角形的顶角一定是锐角；

(5) 直角三角形的两个锐角互余.

说明：第(5)题称为三角形内角和定理的推论 1.

四、定理应用举例

1. 列方程求角度.

例 1　在$\triangle ABC$中，(1) $\angle A=52°$，$\angle B=118°$，求$\angle C$；

(2) $\angle A$ 是$\angle B$ 的 2 倍，$\angle C$ 比$\angle A+\angle B$ 大 12°，判断$\triangle ABC$ 的形状；

(3) $\angle C=90°$，$\angle A$ 与$\angle B$ 差为 20°，求$\angle B$；

(4) $\angle A:\angle B:\angle C=1:2:3$，判断$\triangle ABC$ 的形状；

(5) $\angle A=\angle B$，有一角是 50°，求另两角；若有一角是 110°呢？

分析：

第(1)题让学生直接利用定理解决“已知两角，求第三角”的问题，$\angle C=10°$.

第(2)题判断三角的形状，需先求出三个内角的度数，利用方程的思想求$\angle A,\angle B,\angle C$需要三个独立的条件，而内角和定理总能提供一个方程$\angle A+\angle B+\angle C=180°$，题目只需给出另两个条件即可.

即$\begin{cases}\angle A=2\angle B,\\ \angle C-(\angle A+\angle B)=12°,\\ \angle A+\angle B+\angle C=180°,\end{cases}$　解得$\begin{cases}\angle A=56°,\\ \angle B=28°,\\ \angle C=96°.\end{cases}$

因此三角形为钝角三角形.

第(3)题可直接使用推论 1 计算，$\angle B=35°$.

第(4)题是用比例形式出现的题目，经常设一份为 x 度，则$\angle A$ 为 x 度，$\angle B$ 为 $2x$ 度，$\angle C$ 为 $3x$ 度，$x+2x+3x=180°$，求出各角度数为 30°，60°，90°.

第(5)题已知的 50°可能为$\angle A$ 和$\angle B$，也可能是$\angle C$，需分类讨论：

①当$\angle A=\angle B=50°$时，$\angle C=180°-(\angle A+\angle B)=80°$，此时另两角为 50°，80°；

②当$\angle C=50°$时，$\angle A=\angle B=\dfrac{180°-\angle C}{2}=65°$，此时另两角为 65°，65°.

若有一角为 110°，则只能是$\angle C=110°$，因为一个三角形中不可能有两个钝角，因此答案为 35°，35°.

2. 分解图形运用定理及推论 1.