

815

数值分析

J. B. 斯卡勃罗著

科学出版社

215
9
1

數 值 分 析

J. B. 斯卡勃羅著

陳蓋民 余介石譯

學 出 版 社

1958

NUMERICAL MATHEMATICAL ANALYSIS

J. B. Scarborough
Third Edition, 1955

內 容 簡 介

本書共分十八章，第一章闡述了近似計算的準確度；第二章至第六章為插值法，是後文的預備知識；第七、八兩章論數值微分法與積分法；第九、十兩章論數字代數方程數值解法；第十一、十二、十三章論微分方程、積分方程的數值解法，主要用逐次逼近法；第十三章至十六章是實驗數據的數學工具；第十七章闡述了經驗函數的調和分析；第十八章論聯立綫性方程各種解法。

原書說理淺顯，一般認為是初學善本。譯本根據1955年的第三版譯出，原書中提到的一些重要參考資料，已從其它書中查明補入，以便初學。

數 值 分 析

J. B. 斯卡勃羅著
陳蓋民 余介石譯

*

科學出版社出版 (北京朝陽門大街117號)
北京市書刊出版業營業許可證出字第061號

科學出版社上海印刷廠印刷 新華書店總經售

*

1958年12月第一版	書號：1563 字數：511,000
1958年12月第一次印刷	開本：850×1163 1/8
(滬)0001—2,924	印張：18 1/4

定價：(10) 3.30 元

(26075) = K49
序

應用數學要在最後給出數值的結果。應用數學中任何一門的學生都須熟練數學分析的數值方面的一定知識，去補充他通常的數學準備的不足。尤其他應該能估計所得到的任何數值結果的可靠性。本書的目的在於系統地、儘可能清晰地陳述一些求數值結果用的最重要的原理、方法和程序，以及估計這些結果準確度的方法和手段。本書僅涉及一些基本原理和程序而不是計算方面的專著。由於這個緣故，對於計算形式很少予以注意。因為我認爲讀者要做許多特種的計算，他會想出自己的式樣的。

全書的編排方式可以簡要地敘述如下：每一個主要的題目或論題都先簡短地講一下“它整個是什麼”，然後再扼要地講一下這個題目的主要理論。以這個理論作爲基礎，用最簡單最直接的式樣把程序和公式推導出來。同時只要可能的話，把校驗或估計結果準確度的公式和方法也作出來。然後，再把剛才推導出來的公式和程序應用在不同的例題中，去指導讀者如何使用它們。最後，用適當的例題仔細地指出這公式的限制以及與程序有關的一些缺陷。凡加入註釋和注意的地方，都是因爲它們對所考慮的題材將給出深入一步的提示。

所有論題的論述都儘可能使其淺易而不失其嚴謹性，在有些地方好像解說得太囉嗦了。由於本書原是爲了使讀者花最小的勞動即能讀懂，所以對這些囉嗦的地方或可告於無罪。況且由講授某些論題的經驗中可以知道，即使是好學生也須從教師、教科書或其他方面取得相當大的幫助。我企圖在書中各處，於學生碰到一些困難之前，先加以清除，這樣就可以不需要教師或其他的知識來源了。爲了使書中各章節儘可能地容易閱讀起見，我有意識地避免不用某些論題中所特有的記號，並且也不用符號法和差分商法去推導插值標準公式。要讀懂全書各章節，只需要初等微積分課程範圍內的知識就夠了。

書中較重要的公式都用黑體字編號。以便和次要的有所區別。

凡是只費最小的勞動而能獲得數值結果的工作者，他必定具備着所有能減輕工作勞力的輔助工具。除了計算尺、計算機和對數表等輔助工具外，計算工作者將會發覺，巴羅 (Barlow) 的平方、立方等各表¹⁾和斯密士孫 (Smithson) 的數學表在實用上是必不可少的。克累爾 (Crelle) 的“計算表”、劍克和愛姆德 (Jahnke and Emde) 的函數表及約當 (Jordan) 的“Opus Palatinum” (七位自然正弦、餘弦表) 在許多地方也有它們的價值。

在編寫本書時，我曾經查閱了以前在這方面的著作家的大部分著作。我衷心的感激其中許多著作家在概念和方法方面的幫助；而我最感激的是已故的偉大的卡爾·倫及 (Carl Runge) 的一些著作，無疑地他對數值分析的貢獻遠超過自高斯 (Gauss) 以來的其他任何人。其他著作家著作的參考文獻在各處正文和腳註中都已註明。

對於美國海軍學院允許我使用原來我為工程數學 (1925, 1926) 而編寫的一些有著作權的資料，美國海軍大學的愷爾斯 (Kells) 博士對我部分初稿有益的批評以及約翰·霍浦金斯印刷所 (Johns Hopkins Press) 和喬治·班塔出版公司 (George Banta Publishing Company) 在本書排版和印刷方面熱忱的合作，都愉快地致以謝意，永誌不忘。

J. B. 斯卡勃羅

1930年11月於馬里蘭州安那波里

1) 有中譯本，已由科學出版社出版——譯註。

第二版序

在這一校訂版中，把第一版中已經發現的錯誤與誤刊都予以改正，還加入了相當多的新材料並刪去前一版中小部分的材料。

前版中數值積分一章，現已重寫並擴充到可觀的程度。一切關於常微分方程數值解法的材料，已完全改編且從各方面加以補充。對於開始求解的方法更加以注意；適合於這個目標的一切最好方法也都詳加討論。

新材料的主要部分計有：論綫性方程組的解的準確度；論數值積分法的新材料；論常微分方程數值解法的新材料，其中包含外彈道方程的推導等各一節；較長的一章講偏微分方程的數值解法；較短一章講積分方程的數值解法。在各處還加入了其它小量的新材料。

在所有新材料中，正如老材料一樣，在各處和各方面都力求論證明晰而易懂，使之沒有可誤解的地方。雖然在第一版中已力求極端清楚，然而在這次再版中對這方面仍給予更多的注意。

各章末的習題有所變更並且作了相當的補充，大多數的習題都給出了答案。

在過去的十五年中，計算工作者已獲得巨大的革命性的助力。由國家標準局主編的好多本 W. P. A. 表¹⁾，適合了長期以來的真正需要；許多計算如果按照舊法用手寫算和用手搖計算機來作在勞動與時間上是不許可的，然而現在用大的自動計算機來演算就很簡易而迅速，這樣很多本的數值表，幾個星期就可以做出來；最後，還有一種重要的期刊“數值表和其他計算輔助資料” (*Mathematical Tables and Other Aids to Computation*) 在計算工作上起了計算資料流通所的作用，使全世界的計算工作者可以跟得上這項工作的進展。計算工作者應當儘可能利用這些輔助資料。因此，把這一時期中，在計算數值結果的技巧方面所取得的巨大進展，說成是世界史上任何其他十五年中所沒有過

1) W. P. A. 係 Works Projects Administration 三字之縮寫——譯註。

的說法，似乎是毫不誇大的。但願這種進步能繼續下去！

世界上各地的讀者曾誠懇地指出第一版中的錯誤和誤刊，我願意向他們致謝。將來的讀者如把本版中的錯誤和誤刊通知我，我將非常感激。

我對於寇利(A. E. Currier)和沙斯羅(S. S. Saslaw)兩位教授曾把他們的卓越的數學分析知識供我運用，還有荷梅(J. M. Holme)教授把圖繪到最後形式，也是樁很卓越的工作。我很愉快地向他們幾位致以謝意，永誌不忘。

最後我要向約翰·霍浦金斯印刷所和富路斯特公司(J. H. Frust Company)致謝，因為他們對我提出的關於印刷本書的一些願望給予熱忱的合作。

J. B. 斯卡勃羅

1950年8月

第三版序

這一版主要是前一版的擴大。新加的材料主要含有行列式中誤差的一節，與聯立綫性方程數值解法的一章。在第二版中已經發現的所有誤排和錯處均已改正，還作了一些小的修訂。

近年來，因為自動計算機的廣泛使用，綫性方程組的數值解法已成為一個極重要的科目。在本書新加的一章中，詳細地討論了關於解這種方程的幾個最好方法，並用數字的例子來說明。這些討論力求簡單而明瞭。

在這裏，我要向國家標準局(National Bureau of Standards)摩銳斯·紐門博士(Dr. Morris Newman)表示感謝，因為他使我注意到度量衡局中所用的反演矩陣法，並且對有關這個方法的一些地方作了解釋。本書讀者曾懇切地使我注意到第二版中的若干錯處與誤排，我也當感謝他們。

最後，約翰·霍浦金斯印刷所的所長，對這一版的印行賜予關切、鼓勵與合作，謹在此致以謝意。

J. B. 斯卡勃羅

1955年9月

目 錄

第 一 章

近似計算的準確度

1. 引言	1
2. 近似數和有效數字	1
3. 數的抹尾	2
4. 絕對誤差, 相對誤差和百分誤差	4
5. 相對誤差與有效數字之間的關係	4
6. 誤差的一般公式	9
7. 誤差公式在算術基本運算和對數方面的應用	10
8. 要所得結果比所用數據更準確, 一般是不可能的	20
9. 對於計算結果準確度的進一步考慮	23
10. 用公式或複雜算式求值時的準確度	25
11. 由列表函數決定自變量的準確度	29
12. 級數近似法的準確度	32
13. 綫性聯立方程的解的準確度	39
14. 最後的注意	46
習題 I	47

第 二 章

插 值 法

差分. 插值法的牛頓公式

15. 引言	52
16. 差分	54
17. 在列表數值中一個誤差的影響	58
18. 差分和導數的關係	60

19. 多項式的差分.....	61
20. 牛頓向前插值公式.....	64
21. 牛頓向後插值公式.....	67
習題 II	71

第 三 章

插 值 法

中 心 差 分 公 式

22. 引言.....	73
23. 斯特靈插值公式.....	73
24. 貝塞爾插值公式.....	79
習題 III	87

第 四 章

拉格朗日公式. 反插值法

I. 插值法的拉格朗日公式

25. 引言.....	89
26. 拉格朗日公式.....	89

II. 反插值法

27. 定義.....	92
28. 拉格朗日公式法.....	92
29. 逐步求近法.....	93
30. 級數逆演法.....	95
習題 IV	99

第 五 章

插值公式的準確度

31. 引言.....	101
-------------	-----

32. 牛頓公式(I)和拉格朗日公式中的餘項	102
33. 牛頓公式(II)的餘項	103
34. 斯特靈公式的餘項	104
35. 貝塞爾公式的餘項	105
36. 餘項公式摘要	106
37. 由表格作綫性插值的準確度	111
習題 V	112

第 六 章

具有兩個自變量的插值法

三 角 插 值 法

38. 引言	113
39. 重複使用單插值法的二重插值法	113
40. 二重或二向差分	118
41. 二重插值法的一般公式	120
42. 三角插值法	127
習題 VI	129

第 七 章

數值微分法與積分法

I. 數值微分法

43. 數值微分法	130
-----------------	-----

II. 數值積分法

44. 引論	133
45. 對於等距縱標的一般求積公式	133
46. 辛卜森規則	134
47. 韋德爾規則	135
48. 中心差分求積公式	140
49. 高斯求積公式	146

50. 羅伯陀公式.....	154
51. 契比謝夫公式.....	157
52. 求和與求積的歐拉公式.....	159
53. 用求積公式時應注意的地方.....	162
54. 機械求體積法.....	165
55. 平截台與平截台公式.....	169
習題 VII.....	172

第 八 章

求積公式的準確度

56. 引言.....	175
57. 辛卜森規則中固有誤差的公式.....	175
58. 韋德爾規則中的固有誤差.....	181
59. 中心差分公式(48.1)與(48.3)的餘項.....	181
60. 高斯、羅伯陀與契比謝夫等公式的固有誤差.....	183
61. 歐拉公式中的餘項.....	184
習題 VIII.....	185

第 九 章

數字代數方程及超越方程的解法

I. 一個未知數的方程

62. 引言.....	186
63. 根的近似值的求法.....	186
64. 插值法, 即試位法.....	188
65. 在放大的比例尺度下用遞次描圖求解.....	190
66. 牛頓-雷扶生法.....	192
67. 牛頓-雷扶生法的幾何意義.....	194
68. 牛頓-雷扶生法的固有誤差.....	195
69. 代數方程的一個特別程序.....	198
70. 疊代法.....	198
71. 疊代法的收斂條件.....	200

72. 疊代法的幾何意義.....	201
-------------------	-----

II. 幾個未知數的聯立方程

73. 關於聯立方程的牛頓-雷扶生法.....	203
74. 對於聯立方程的疊代法.....	206
75. 幾個未知數情況下疊代法的收斂條件.....	208
習題 IX	210

第 十 章

用葛利費根值平方法解代數方程

76. 引言.....	212
77. 葛利費方法的原理.....	212
78. 根值平方過程.....	213
79. 情況 I. 所有的根皆實數並且不相等.....	215
80. 根值平方方程中係數的驗算公式.....	219
81. 情況 II. 複根.....	221
82. 情況 III. 等值的實根.....	230
習題 X	233

第 十 一 章

常微分方程的數值解

I. 一階方程

83. 引言.....	234
84. 歐拉方法及其修正.....	234
85. 逐次近似的畢加爾方法.....	238
86. 近似多項式的使用.....	242
87. 開始求解的方法.....	249
88. 區間 h 的折半.....	256
習題 XI	258

II. 二階方程及聯立方程組

89. 二階方程.....	259
---------------	-----

90. 特殊的二階微分方程	263
91. 聯立方程組	269
92. 收斂的條件	272

III. 外彈道的微分方程

93. 最簡單的情形——平坦地面而重力加速度是常量	273
94. 普遍情形, 考慮空氣密度隨高度而變動	276
95. 求開始值的各種方法	276

IV. 微分方程的其它數值解法

96. 米尼法	291
97. 倫及-庫塔方法	297
98. 驗算, 誤差與準確度	301
99. 某些一般性的說明	302
習題 XII	304

第十二章

偏微分方程的數值解法

100. 引言	306
---------	-----

I. 差商與差分方程

101. 差商	307
102. 差分方程	308

II. 疊代法

103. 用疊代法解差分方程	311
104. 用差分方程求解的固有誤差	318
105. 保形變換在某些問題上的應用	320

III. 張弛法

106. 用張弛法解差分方程	323
107. 三角形網絡	328
108. 整塊張弛	329

109. 疊代法與張弛法比較	332
----------------	-----

IV. 瑞來-立慈方法

110. 引言	334
111. 振動弦	334
112. 矩形膜的振動	341
113. 三種方法的評價	346

第十三章

積分方程的數值解法

114. 積分方程一定義	348
115. 常微分方程的邊界值問題, 格林函數	349
116. 綫性積分方程	355
117. 非綫性積分方程與邊界值問題	360

第十四章

誤差正態定律與最小二乘法原理

118. 觀測和量度中的誤差	371
119. 偶然誤差規律	371
120. 落在給定界限內誤差的概率	372
121. 概率方程	374
122. 獨立量的綫性函數的誤差定律	378
123. 概率積分和它的求值	383
124. 打靶的概率	386
125. 最小二乘法原理	390
126. 加權觀測	391
127. 剩餘	393
128. 一組直接量度的概值	394
129. 剩餘的誤差定律	395
130. 理論與實踐的一致	399
習題 XIII	400

第十五章

量度精密度

131. 直接與間接量度	402
132. 精密度與準確度	402

I. 直接量度

133. 精密度的量度	402
134. 各種精密度測度間的關係	406
135. μ , σ 與 γ 的幾何意義	406
136. 概然誤差與權的關係, 算術平均數與加權平均數的概然誤差	408
137. 從剩餘求精密度測度的計算	410
138. 幾組量度在各組的 P. E. 已給定時的併合	412
習題 XIV	418

II. 間接量度

139. 已知獨立變量的 P. E., 求它的任何函數的概然誤差	419
140. 間接量度的兩個基本問題	422
141. 一些觀測與量度的棄去	428
習題 XV	429

第十六章

經驗公式

142. 引言	431
143. 圖解法即選點法	431
144. 平均法	436
145. 最小二乘法	442
146. 加權剩餘	450
147. 非綫性公式——一般情形	454
148. 當兩個變數皆含有誤差時常數的決定	459
149. 求公式的最佳類型	463
習題 XVI	465

第十七章

經驗函數的調和分析

150. 引言.....	468
151. 12 個縱標的情形	468
152. 24 個縱標的情形	479
153. 雜事項.....	484
習題 XVII	488

第十八章

聯立綫性方程的數值解法

I. 用行列式的解法

154. 數字行列式的求值.....	489
155. 克拉茂規則.....	495

II. 陸續消去未知數的解法

156. 用帶頭係數相除法.....	498
157. 高斯方法.....	500
158. 高斯法的另一方式.....	503

III. 用矩陣反演的解法

159. 定義.....	506
160. 矩陣的加法與減法.....	507
161. 矩陣的乘法.....	507
162. 矩陣的反演.....	512
163. 用矩陣法求方程的解.....	524

IV. 疊代解法

164. 可用疊代解法的方程組.....	526
165. 疊代過程的收斂條件.....	530
166. 總結的註和進修的參考.....	531
習題 XVIII	532

附錄：論任意階微分係數	534
附表：概率積分數值表	542
索引	547
習題答案	566