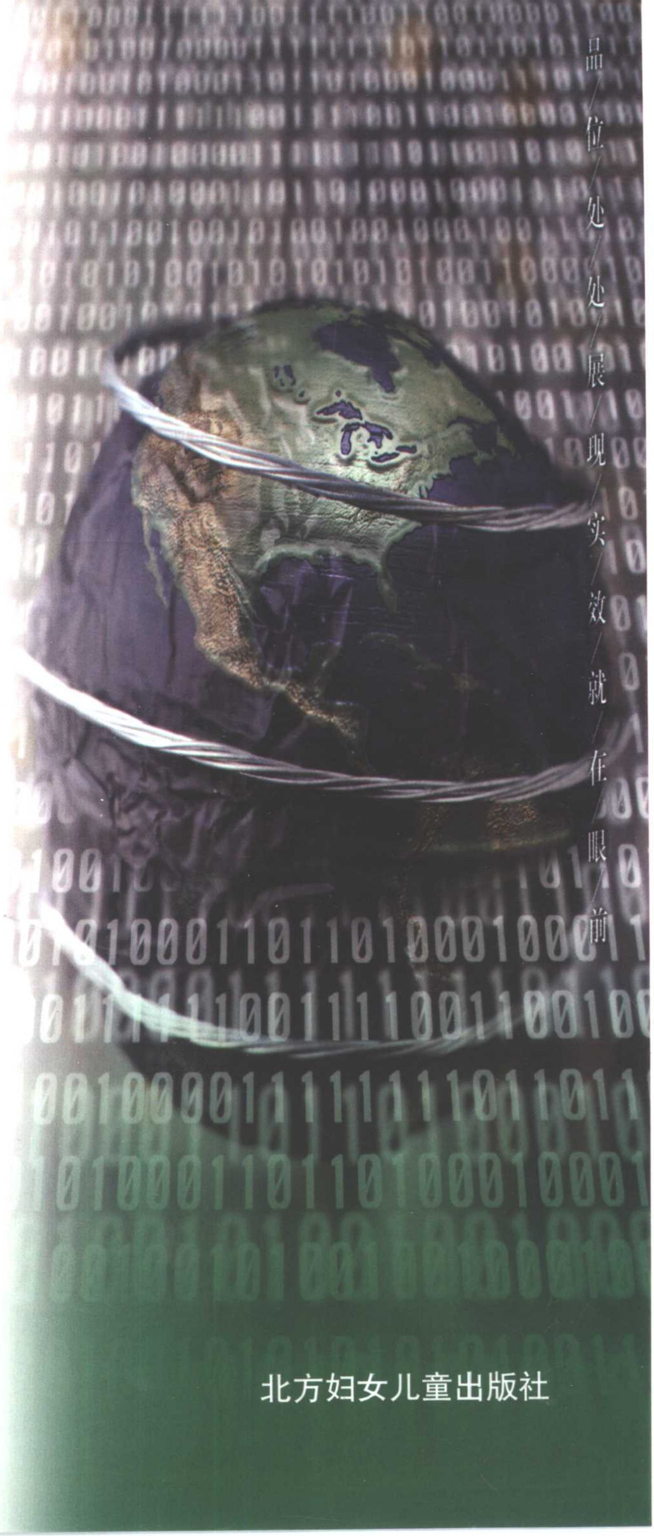
创新与应用题演练

初二数学

一



5元教辅

5元

WUYUANJIAOFU

北方妇女儿童出版社

创新与应用题演练

初二数学（一）

5 元教辅

5元

WUYUANJIAOFU

Strong

思创图书工作室 策划
王 磊 主编
北方妇女儿童出版社 出版

主　编　王　磊
作　者　王　磊　周　鹤　赵忠军

图书在版编目（CIP）数据

创新与应用题演练．初二数学／王磊主编．—长春：北方妇女儿童出版社，2001.11
（五元教辅）
ISBN 7－5385－1964－5

Ⅰ.创...　Ⅱ.王...　Ⅲ.理科(教育)—课程—中学—教学参考资料　Ⅳ.G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 073877 号

创新与应用题演练·初二数学(一)

主　　编　王　磊
责任编辑　王振营
出 版 者　北方妇女儿童出版社
发 行 者　北方妇女儿童出版社文教图书发展中心
地　　址　长春市人民大街 124 号出版大厦 11 层
电　　话　0431－5678573
印　　刷　长春市人民印刷材料厂印刷
开　　本　1／32 850×1168(毫米)
印　　张　4.5

2001 年 11 月第 1 版第 1 次印刷
ISBN 7－5385－1964－5／G·1186
定价:5.00 元

22/01

出版说明

本丛书是专门为中小学生设计的。

全套丛书均取材于中小学生们感兴趣的、考试中分值较高而学生们又不易掌握的内容。每册书内容集中，实时性强，易掌握。因此，本丛书体例广泛，不局限于某一种单一的编写体例。同时，本丛书体现着一个基本原则：只要是学生们感兴趣的，考试中出现的，能提高学习能力和素质的，就是我们要推出的。

这是一套开放的、创新的丛书，我们的体例和体系具备了一个“新陈代谢”、“源源不断”的机制。继首批推出26种，受到广大读者的欢迎后，本次推出的24种，同样是经过我们和专家精选的作品，至今汇成的50股涓涓的源头之水，仍会不停地流淌，仍将不断加入新的细流。

和我们的产品一样，我们是一个年轻、开放、创新的集体，我们将听取来自方方面面的、对我们、对我们的图书具有积极意义的建议和意见，以使我们和你们共同成长壮大，为丛书的使用者、经营者带来惊喜。

思创图书

5 元教辅

5元

WUYUANJIAOFU

品位处处展现·实效就在眼前

策划／思创图书工作室

责任编辑／王振营

装帧设计／思创图书工作室

发行／文教图书发展中心

ISBN 7-5385-1964-5

9 787538 519648 >

ISBN 7-5385-1964-5/G·1186

定价：5.00元

目　录

代　数

第一章　因式分解

一、创新思维与灵活应用

典例精析 1　把 $4(a-b)^3-b(b-a)^2$ 分解因式

方法导引　可利用 $(a-b)^3=-(b-a)^3$，也可利用 $(b-a)^2=(a-b)^2$

解：解法 1：$4(a-b)^3-b(b-a)^2$

$=4(a-b)^3-b(a-b)^2=(a-b)^2[4(a-b)-b]$

$=(a-b)^2(4a-4b-b)=(a-b)^2(4a-5b)$

解法 2：$4(a-b)^3-b(b-a)^2$

$=-4(b-a)^3-b(b-a)^2=(b-a)^2[-4(b-a)-b]$

$=(b-a)^2(-4b+4a-b)=(b-a)^2(4a-5b)$

解后评注　本题虽小，但比较容易发生错误，又有不同解法，这说明，小题也必须仔细审．坚持仔细审题(包括从不同角度观察与思考题目)，既能提高思维的周密性，减少错误的发生，又能提高思维的灵活性，从解题的角度讲，能通过比较找到比较简捷的解题方法．

典例精析 2　在一条宽阔的马路上，整齐地排列着十个花坛，每个花坛都栽种了丁香树和各种颜色的花卉．每个花坛的形状都像操场上的跑道圈那样两端呈半圆形，连结两个半圆的边缘部分是直的．已知每个花坛的宽都是 6 米，每个花坛边缘直的部分的长分别是 36 米、25 米、30 米、28 米、25 米、32 米、24 米、24 米、22 米和 32 米，试求出这些花坛的总面积．

方法导引　可以把每个花坛都看作是一个长方形与两个半圆的和，即一个长方形与一个圆的和，圆的半径为 3 米．

解：解法 1：计算出每一个花坛的面积，然后把十个面积的数值相加(计算略)．

解法 2：$(36\times6+\pi\cdot3^2)+(25\times6+\pi\cdot3^2)+(30\times6+\pi\cdot3^2)+(28\times6+\pi\cdot3^2)+(25\times6+\pi\cdot3^2)+(32\times6+\pi\cdot3^2)+(24\times6+\pi\cdot3^2)+(24\times6+\pi\cdot3^2)+(22\times6+\pi\cdot3^2)+(32\times6+\pi\cdot3^2)$

$=(36\times6+25\times6+30\times6+28\times6+25\times6+32\times6+24\times6+24\times6+22\times6+32\times6)+10\times\pi\cdot3^2$

$=(36+25+30+28+25+32+24+24+22+32)\times6+10\times\pi\cdot3^2(*)$

$=278\times6+90\pi\approx1951(米^2)$

解后评注 (1)两种解法的繁简程度相差很多，解法2所以简便是因为在局部上使用提公因式法进行了因式分解.

(2)对解法2中"*"式求10个长度和的运算，应该利用加法的交换律与结合律.

(3)凭借想像力，设想每个花坛的两端部分离开中间部分各组成一个圆，而十个花坛的中间部分顺次首尾相接，形成一个很长的长方形，这样重新组合并不改变总面积，按照这样的设想，可以直接列出解法2中的"*"式，使计算得到更大的简化.

(4)本题实际上是一道算术题，如果将题目中的宽度和每个花坛边缘直的部分的长分别改为m米和a_1米，a_2米，a_3米，……，a_{10}米，那么就完全成为代数题了. 由此可以看出，提公因式法的正确性既是因为它逆用乘法分配律，又是因为它是从许许多多实际问题的解决中抽象概括出来的办法，正确性得到过无数次检验.

典例精析3 有如下判断：

①如果一个多项式中的每一项都含有因式$2ab^2$，那么就可以通过提取$2ab^2$完成这个多项式的因式分解.

②把一个多项式通过提取公因式化为一个单项式与一个多项式的乘积的形式，那么原来的多项式与提取公因式后作为一个因式的多项式的项数相同.

③能利用分组分解法进行因式分解的多项式都是四项式.

④把一个四项式用分组分解法分解因式，应该适当地把某两项结合为一组，把另外两项结合为一组. 所谓"适合"，就是要能保证继续提取公因式.

在以上判断中，正确的有 ( )

A.1个　　B.2个　　C.3个　　D.4个

方法导引 仔细观察如下两个多项式，就能认识到结论①是不正确的；$2a^3b^2+2a^2b^2+2a^2b^3$与$2a^3b^2-4a^2b^3+2ab^4$在上面第一个多项式中，各项都含有因式$2ab^2$，但是如果要把这个多项式因式分解，应提取的公因式却是$2a^2b^2$，而不是$2ab^2$.

把上面第二个多项式分解因式时，提取$2ab^2$(它的各项确定都含有因式$2ab^2$)之后，并不是因式分解的完成. 正确过程如下：

$2a^3b^2-4a^2b^3+2ab^4=2ab^2(a^2-2ab+b^2)=2ab^2(a-b)^2$.

确认②是正确的.

结论③不正确，下面两个多项式的项数都多于4，但是都可以用分组分解法进行因式分解：

$ax-ay+bx-by+cx-cy$；$x-y+x^2-2xy+y^2$.

结论④也不正确. 比如把多项式$a^2-2ab+b^2-c^2$分解因式，就不能把它分为各含有两项的两组，而应该把前三项结为一组，把第四项c^2视为另一组.

答：选A.

解后评注 1. 解此题容易由于考虑不周而发生错误，分析这样的题目有益于提高我们思维的周密性.

2. 上面说明结论①、③、④不正确，所用的方法是“举反例”，使用这一方法的关键，在于能举出适当的例子，进行这方面的练习能提高我们思维的广阔性.

3. 本题又一次告诉我们在进行因式分解时要注意一些问题，比如，运用提公因式法时，要把能够提取的因式全部提出，提公因式后还要考虑再运用其他方法继续分解. 又比如，在观察一个多项式能否运用分组分解法分解因式时，思路要开阔，不能只注意多项式的项数是否为 4，不能只考虑两项两项地分组.

典例精析 4 分解因式：

(1) $(m-2n)^2-a(2n-m)^3$　　(2) $(a+b+c+d)^2-(a-b-c-d)^2$

(3) $(a-b)^2-2(a^2-b^2)+(a+b)^2$　　(4) $(a+2b)^2-(a-3b)^2$

方法导引 以上几个小题的共同特点是题目比较长，原因是每个小题中都有小括号，括号内又都是多项式. 因此，既要从整体上把握所给式子的特点，又要观察每个小括号内的多项式的特点，特别要注意同一小题中各小括号内多项式之间的关联.

第(1)小题中两个小括号内的多项式可谓“互为相反数”，可利用提公因式法.

第(2)小题中每个小括号内的式子都比较长.

第(3)小题中，中间一个小括号内的式子可以分解，且恰好等于两端两个小括号内的式子的乘积.

第(4)小题中，把 $a+2b$ 与 $a-3b$ 各视为一个整体，就可以利用平方差公式进行分解了. 也可以先利用完全平方公式把 $(a+2b)^2$ 和 $(a-3b)^2$ 展开，然后再看是否有完成因式分解的可能.

“从整体上把握所给式子的特点”，在这里就是把每个小括号看作是另外某个字母，这样一来，式子的结构就简单了，比如第(2)小题中可以把 $a+b+c+d$ 视为 m，把 $a-b-c-d$ 视为 n，原题就变为 m^2-n^2，由此立即知道该题可以利用平方差公式分解因式.

在第(3)小题中，不妨把 $a-b$ 视为 m，把 $a+b$ 视为 n，由前面分析，应该把 a^2-b^2 视为 mn. 从而知原式可利用完全平方公式进行分解. 不过这个小题中每个小括号内的式子都只有两项，小括号外的指数都是 2，所以把每个小括号都利用完全平方公式展开，也不失为一条思路.

解：(1) $(m-2n)^2-a(2n-m)^3=(m-2n)^2+a(m-2n)^3$

$=(m-2n)^2[1+a(m-2n)]=(m-2n)^2(1+am-2an)$

(2) $(a+b+c+d)^2-(a-b-c-d)^2$

$=[(a+b+c+d)+(a-b-c-d)][(a+b+c+d)-(a-b-c-d)]$

$=2a\cdot(2b+2c+2d)=4a(b+c+d)$

(3) $(a-b)^2-2(a^2-b^2)+(a+b)^2$

$=(a-b)^2-2(a+b)(a-b)+(a+b)^2$

$=[(a-b)-(a+b)]^2=(a-b-a-b)^2=(-2b)^2=4b^2$

另解：$(a-b)^2-2(a^2-b^2)+(a+b)^2$

$=(a^2-2ab+b^2)-2(a^2-b^2)+(a^2+2ab+b^2)$

$=a^2-2ab+b^2-2a^2+2b^2+a^2+2ab+b^2=4b^2$

(4) $(a+2b)^2-(a-3b)^2$

$=[(a+2b)+(a-3b)][(a+2b)-(a-3b)]$

$=(a+2b+a-3b)(a+2b-a+3b)=5b(2a-b)$

另解： $(a+2b)^2-(a-3b)^2=(a^2+4ab+4b^2)-(a^2-6ab+9b^2)$

$=a^2+4ab+4b^2-a^2+6ab-9b^2=10ab-5b^2=5b(2a-b)$

解后评注 在上面分析与解题的过程中，几次把一个代数式看作是一个整体，一个字母，这种想法极有应用价值，体现了所谓“整体思想”，这里再举一个应用整体思想的例子.

解方程组 $\begin{cases}x+y=16,\\10x+20y=250\end{cases}$(这是解人教版初一代数课本中的一道应用题所列的方程组)，可以将第2个方程化为 $10(x+y)+10y=250$，

然后将 $x+y=16$ 代入，得 $160+10y=250$， $y=9$

这样处理方程组的方法叫作“整体代入”，其基本想法与本例题的分析如出一辙.

本例题第(3)小题的第二个解法，是先进行了与因式分解相反的变形，可谓“以退为进”，对于解这道小题来说，这一途径并不重要，如果要把式子

$4a^2-4(ab+4)+b^2$

分解因式，不走“以退为进”的途径，即不选把 $-4(ab+4)$ 展开，恐怕就只好“望题兴叹”了.

“以退为进”在数学中的应用，并不只限于因式分解.

2. 在考试中，常以选择题考察学生对因式分解这一章的掌握情况. 读者应力求能够选择适当的角度解选择题. 这需要善于多角度思考问题.

典例精析5 把下列各式分解因式

(1) $(1-a^2)(1-b^2)-4ab$ (2) $ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)$

方法导引 (1)题形式上仅有两项，且无公因式可提，也不具备使用平方差公式的条件. 由此想到“以退为进”的解题策略，先做多项工的乘法运算. 把 $(1-a^2)(1-b^2)$ 乘开后，得 $1-a^2-b^2+a^2b^2$，并由此联想到完全平方公式，能不能添上“$2ab$”使得原式能利用公式法分解因式呢？下面给出的解法就是沿这样的思路找到的.

第(2)题也无公因式可提，由题目中的小括号想到可以把其中两个或三个括号展开再进行观察，看能否找到分解因式的途径，比如是否可以适当分组等.

解：(1) $(1-a^2)(1-b^2)-4ab=1-a^2-b^2+a^2b^2-4ab$

$=1-2ab+a^2b^2-a^2-2ab-b^2$

$=(1-2ab+a^2b^2)-(a^2+2ab+b^2)$

$=(1-ab)^2-(a+b)^2=[(1-ab)+(a+b)][(1-ab)-(a+b)]$

$=(1-ab+a+b)(1-ab-a-b)$

(2) $ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)$

$=ab(a-b)+b^2c-bc^2+c^2a-ca^2$

$=ab(a-b)+(b^2c-ca^2)-(bc^2-c^2a)$

$=ab(a-b)+c(b^2-a^2)+c^2(a-b)$

$=(a-b)[ab-c(a+b)+c^2]$

$=(a-b)(ab-ac-bc+c^2)$

$=(a-b)[(ab-bc)-(ac-c^2)]$

$=(a-b)[b(a-c)-c(a-c)]=(a-b)(b-c)(a-c)$

另解： $ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)$

$=ab(a-b)+bc[(b-a)+(a-c)]+ca(c-a)$

$=ab(a-b)-bc(a-b)+bc(a-c)-ca(a-c)$

$=(a-b)(ab-bc)+(a-c)(bc-ca)$

$=b(a-b)(a-c)+c(a-c)(b-a)$

$=b(a-b)(a-c)-c(a-c)(a-b)=(a-b)(a-c)(b-c)$

解后评注 (1)上面题目难度较大，解法的综合性较强，其中第(1)题和第(2)题的第一个解法都用到了所学过的三种因式分解方法，还利用了多项式乘法．一般来说，题目的难度越大，越需要综合运用所学过的知识与方法．

(2)上面解题过程表明，对于较复杂的多项式使用分组分解法时必须注意分组方法的灵活性．直接分组有困难时，可以先做乘法，展开后再重新考虑分组，发现分组不当时，应立即改换另外的分组方法，有时，分组方法不同还会导致解题的繁简程度有很大差异．

(3)在第(1)题的解题过程中，把 $-4ab$ 变形为“$-2ab-2ab$”，在第(2)题的第二个解法中把 $(b-c)$ 变形为 $(b-a+a-c)$ 即 $[(b-a)+(a-c)]$，这种处理方法被称为“拆添项法”．在后面的竞技平台题中，还有能应用这种方法的题目．

(4)上面第(2)题是 a、b、c 三个字母的循环式，保留其中一部分，展开其他部分后重新组合，找到公因式，是将这类式子因式分解的比较通用的办法，但未必是最好的办法．

2. 发挥思维的创造性，灵活地将整式变形，解决难度较大的因式分解等与恒等变形有关的问题．

典例精析 6 屏幕上有一个长方形，它的大小随某种因素的变化而变化，可以用式子 $x^4+2x^3+7x^2+6x+8 \quad (x>0)$
来表示，它的长与宽都可以表示为关于 x 的二次三项式，试求出这个长方形的长的表达式．

方法导引 如果能把表示长方形面积的式子分解为两个二次三项式的乘积的形

式，就可以使“真相大白”了.

解： $x^4+2x^3+7x^2+6x+8=x^4+2x^3+x^2+6x^2+6x+8$

$=x^2(x^2+2x+1)+6x(x+1)+8$

$=x^2(x+1)^2+2\cdot 3x(x+1)+3^2-1$

$=[x(x+1)+3]^2-1=(x^2+x+3-1)(x^2+x+3+1)$

$=(x^2+x+2)(x^2+x+4)$

可见，这个长方形的长可以表示为 x^2+x+4

解后评注 上面解的过程综合运用了几种因式分解方法，技巧性也比较强，通过此题，看一看自己是否具备了进行这样的因式分解的能力.

典例精析 7 将下列式子因式分解：

(1)$x^2+7x+12$；　　　(2)$2x^2+19x+24$

问题 1：为使下列各式可以因式分解(在整数范围内)，a，b 分别可以取哪些整数？试尽可能多地写出 a，b 的可能取值：(1)$x^2+ax-18$；(2)$2x^2+bx+24$.

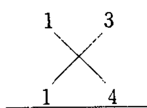
问题 2：对于整数系数的二次三项式 ax^2+bx+c，如果系数 a、c 已知，要使这个二次三项式可以因式分解(在整数范围内)，b 的可能取值的个数有什么规律？

问题 3：为使式子 x^2+7x+p 可以因式分解(在整数范围内)，p 可以取哪些值

问题 4：试比较问题 1 和问题 3 有什么共同点和不同点.

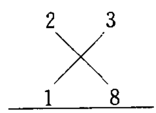
解：

$x^2+7x+12=(x+3)(x+4)$



$3+4=7$

$2x^2+19x+24=(2x+3)(x+8)$



$2\times 8+3=19$

解后评注 这两个问题答案惟一，通过十字相乘法即可分解

问题 1：解：a 的所有可能取值为 ± 17，± 7，± 3；

b 的所有可能取值为 ± 49，± 26，± 16，± 14，± 19

问题 2：解：至少有以下几个规律：

(1)b 可能的取值总是正负成对的，因此 b 的可能取值个数必为偶数，例如问题 1 中的 a 有 6 种不同取值，b 有 10 种不同取值.

(2)当 $a=1$ 时，如果 c 共有 n 个因数(包括 1 和 c 本身)，那么 b 共有 n 种不同的取值.事实上，由排列组合知识可知 n 必为偶数，把 c 分解成两个因数的乘积，共有 $\frac{n}{2}$ 种不同的分解方法，考虑到每种分解方法对

应于两种 b 的不同取值(一正一负),故 b 共有 n 种不同的取值.

(3)当 $a\neq 1$ 时,b 的可能取值个数不大于 c 的因数个数与 a 的因数个数之积,例如在问题 1 的第(2)小题中,$a=2$ 共有 2 个因数,$c=24$ 共有 8 个因数,$2\times 8=16$,而此时 b 的可能取值个数为 $10<16$,其原因是对应于 a,c 的不同分解方法,b 的取值可能相等.

例如 $1\times 8+2\times 3=2\times 4+1\times 6=14$

问题 3:解:p 的可能取值有无穷多个,其一般表达式为

$p=n(7-n)$,(n 为任意整数,且 $n\neq 0,n\neq 7$)

特殊地,如果要求 p 取正整数,那么 p 的可能取值只有 6,10,12 三种

问题 4:解:(1)共同点:两个问题都是是讨论二次三项式 x^2+px+q 在整数范围内的因式分解问题;在系数 p、q 之中有一个是已知数,另一个是待确定的数;

(2)不同点:问题 1 中 q 是已知数,若 $q=m\times n$(m、n 均为整数),则 $p=m+n$,因为 q 的分解方法是有限的,所以 p 可取的整数值也有限;问题 3 中,p 是已知数,若 $p=m+n$(m,n 均为整数),则 $q=m\times n$,因为 p 表示为两个整数的方法是无限的,所以 q 可取的值有无限多个.

典例精析 8 已知 x^4+4x^2+3x+4 有一个因式为 x^2+ax+1,求 a 值及另一个因式.

方法导引 由于 x^4+4x^2+3x+4 是四次式且有一因式为 x^2+ax+1,则另一因式也是二次三项式且二次项系数为 1,常数项为 4. 设一次项系数为 b,用待定系数法求 a,b.

解:设另一因式为 x^2+bx+4,则

$$x^4+4x^2+3x+4=(x^2+ax+1)(x^2+bx+4)$$
$$=x^4+(a+b)x^3+(ab+5)x^2+(4a+b)x+4$$

则 $\begin{cases}a+b=4\\ ab+5=3\\ 4a+b=3\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=1\\ b=-1\end{cases}$ $\therefore$ $a=1$,另一因式为 x^2-x+4.

典例精析 9 利用因式分解计算:

$$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{9^2}\right)\left(1-\frac{1}{10^2}\right)$$

解:原式:$=\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdots$

$\left(1+\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1+\frac{1}{10}\right)\left(1-\frac{1}{10}\right)$

$=\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{2}{3}\times\cdots\times\frac{10}{9}\times\frac{8}{9}\times\frac{11}{10}\times\frac{9}{10}=\frac{1}{2}\times\frac{11}{10}=\frac{11}{20}$

解后评注 本题中利用因式分解把每个括号里都拆成两个分数之积，结果发现在这个分数连乘的算式中，出现了一些互为倒数的因数，相互约分了．这里难点是判断哪些因数没有约分，规律是凡是形如$\left(1+\frac{1}{n}\right)$的分数都能与它后面的第三项约分，凡是形如$\left(1-\frac{1}{n}\right)$的因数都与它前面的第三项约分，没有约分的因数肯定成对出现．（一般处在对称位置上）．

典例精析 10 已知△ABC的三边为a、b、c，且$a^2+b^2+c^2=ab+bc+ac$，证明此三角形为等边三角形．

方法导引 此题考查分组分解法，及等边三角形的判定．

解：∵ $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ac$，

∴ $2a^2+2b^2+2c^2=2ab+2bc+2ac$

∴ $(a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(c^2-2ac+a^2)=0$

即 $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$

∴ $a-b=b-c=c-a=0$，即 $a=b=c$ ∴ △ABC为等边三角形

解后评注 要证三角形为等边三角形，即要证$a=b=c$，可转证$a-b=b-c=c-a=0$，从条件等式的特征，联想到完全平方公式考虑配方．本题用到的拆项、分组、配方，非负数的性质，都是很常用的一些方法，技巧．

典例精析 11 若$3x^2-x=1$，求$6x^3+7x^2-5x+2001$的值

解：∵ $3x^2-x=1$ ∴ $3x^2-x-1=0$

∴ 原式$=6x^3-2x^2-2x+9x^2-3x-3+2004$

$=2x(3x^2-x-1)+3(3x^2-x-1)+2004=2004$

解后评注 从条件等式中解出x再代入计算，显然太繁，可考虑将多项式通过拆项、分组、提公因式，化为含$3x^2-x-1$的形式，再整体代入求值．本题的解法可称为构造零值多项式法，本题也可通过竖式除法得原式$=(2x+3)(3x^2-x-1)+2004$

二、创新与应用题演练

1. 利用因式分解计算：$\dfrac{2^{2000}}{2^{2000}-2^{2001}}$
2. 设a为自然数，试判断$3+3a+a(a+1)$是质数还是合数？并说明理由．
3. 一化工厂生产化学药品ab^2袋，另一化工厂生产同种化学药品ba^2袋，而第三家化工厂生产此种化学药品$\dfrac{ab}{2}$袋．则这三家化工厂总计生产此种化学药品多少袋？（a、b为化工厂生产数量保密代码）．

4. 在边长为 16.7 米的正方形的农田里，修建一个边长为 3.3 米的正方形池塘，问还剩农田多少平方米？

5. 在一块直径为 13.4 cm 的圆形铁板上，钻一个直径为 6.6 cm 的圆孔，求剩下铁板的面积为多少 cm^2.

6. 证明：$(x+a)(x+2a)(x+3a)(x+4a)+a^4$ 是完全平方式.

7. 某商场有四层，第一层有商品 $(a+b)^2$ 种，第二层有商品 $a(a+b)$ 种，第三层有商品 $(a+b)b$ 种，第四层有商品 $(a+b)^3$ 种，则这商场共有商品多少种？

8. 求证：$a^4+b^4+c^4-2a^2b^2-2a^2c^2-2b^2c^2$，能被 $a+b+c$ 整除.

9. 分解因式 $(x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+15$.

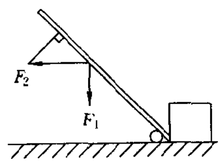
10. 写出一个二项式，再把它分解因式（要求：二项式含有 m 和 n，系数次数不限，并能先用提取公因式法再用公式法分解）.

11. 已知 x 的多项式 $2x^3-x^2-13x+k$ 因式分解后有一个因式为 $(2x+1)$，(1) 求 k 的值，(2) 将多项式因式分解.

12. 已知 $x^2+5x-990=0$，试求 $x^3+6x^2-985x+1011$ 的值

13. 已知 $x^3+x^2+x+1>0$，求 $1+x+x^2+x^3+\cdots+x^{2000}$ 的值

14. 如右图所示有 F_1、F_2 两力臂，力臂 F_1、F_2 的分解可用 a、b、c 代替，F_2 的力臂长为 b 与 c 的和且与 a 的 2 倍的积，F_1 的力臂长为 b 与 c 的和的 3 倍，试用因式分解法比较力臂 F_1 与 F_2 的大小（已知 $1.5<b+c<a<3$）



15. 甲、乙两地相距 869 千米，一辆卡车从甲地驶向乙地，第一天行驶了全程的 46%，第二天行驶了全程的 54%，问卡车两天共行了多少千米？

16. M 国股民吉姆星期六买进某公司股票 1000 股，每股 27 元，付了 5‰的手续费和 1‰的交易税，问吉姆收益多少钱？

17. 已知 $7^{24}-1$ 可被 40 至 50 之间的两个整数整除，求这两个整数.

18. 计算 $1998\times19991999-19981998\times1999$

19. 证明四个连续自然数之积不是平方数.

20. 已知 $a+b+c=0$，求证：$a^3+a^2c+b^2c-abc+b^3=0$

21. 已知三条线段长分别为 a、b、c，且满足 $a>b$，$a^2+c^2<b^2+2ac$，试判断以 a、b、c 为边能否构成三角形，并证明你的结论.

22. 已知 $a^4+b^4+c^4+d^4=4abcd$，求证：$a=b=c=d$.

23. 时刻表上的算题：

小明的爸爸去苏杭旅游，带回一张从杭州到无锡的旅游列车运行时刻表（如下），爸爸说："对照同一列车（原来称游 12，现在称游 204）时刻的变化，可以分析出车速调整后的情况."并让小明回答：在杭州——上海，上海——苏州，苏州——无锡的 3 个区间中，哪一个区间车速提高最大，提高了多少？（取整数）

站名 \ 车次	游 12	游 204	公里数
杭州	7:40 开	8:42 开	0
上海	11:19(到)42(开)	11:10(到)32(开)	201
苏州	12:52(到)13:08(开)	12:38(到)12:46(开)	285
无锡	13:44(止)	13:22(止)	327

小明通过认真思考,很快回答了爸爸的问题,同学们,你能解决吗?

24. 计算$\frac{2001^3-2\times2001^2-1999}{2001^3+2001^2-2002}$

三、参考答案

1. $\frac{2^{2000}}{2^{2000}-2^{2001}}=\frac{2^{2000}}{2^{2000}(1-2)}=-1$

2. $3+3a+a(a+1)=(3+3a)+a(a+1)=3(a+1)+a(a+1)=(a+1)(3+a)$

$\because$ a 为自然数,$\therefore$ $(a+1)(3+a)$是合数,$3+3a+a(a+1)$也是合数.

3. 三家生产的化学药品合计为:$ab^2+ba^2+\frac{ab}{2}=ab\left(a+b+\frac{1}{2}\right)$袋.

4. 解:$16.7^2-3.3^2=(16.7+3.3)(16.7-3.3)=20\times13.4=268$(米^2)

答:略

5. 解:$\left(\frac{13.4}{2}\right)^2\cdot\pi-\left(\frac{6.6}{2}\right)^2\cdot\pi=6.7^2\pi-3.3^2\pi=\pi(6.7+3.3)(6.7-3.3)=\pi\times10\times3.4=34\pi$

6. 证明: $(x+a)(x+2a)(x+3a)(x+4a)+a^4$

$=(x+a)(x+4a)(x+2a)(x+3a)+a^4$

$=(x^2+5ax+4a^2)(x^2+5ax+6a^2)+a^4$

$=(x^2+5ax+4a^2)^2+2a^2(x^2+5ax+4a^2)+a^4$

$=(x^2+5ax+4a^2+a^2)^2=(x^2+5ax+5a^2)^2$

故$(x+a)(x+2a)(x+3a)(x+4a)+a^4$是一个完全平方式

解后评注 本题若直接将括号都展开太困难,不难发现,若$(x+a)$与$(x+4a)$结合乘开,$(x+2a)(x+3a)$结合展开,都含有$x^2+5ax+4a^2$,把它看成整体再展开,便得到关于$x^2+5ax+4a^2$的一个二次三项式.

7. 这商场共有:$(a+b)^2+a(a+b)+(a+b)b+(a+b)^3=(a+b)[a+b+a+b+(a+b)^2]=(a+b)[2(a+b)+(a+b)^2]=(a+b)(a+b)(2+a+b)=(a+b)^2(2+a+b)$

答:略

8. 证明: $a^4+b^4+c^4-2a^2b^2-2a^2c^2-2b^2c^2$

$=a^4+2a^2b^2+b^4+c^4-2a^2c^2-2b^2c^2-4a^2b^2$

$=(a^4+2a^2b^2+b^4)+c^2-2c^2(a^2+b^2)-4a^2b^2$

$=(a^2+b^2)^2-2c^2(a^2+b^2)+c^4-4a^2b^2$

$=(a^2+b^2-c^2)^2-4a^2b^2$

$=(a^2+b^2-c^2+2ab)(a^2+b^2-c^2-2ab)$

$=[(a+b)^2-c^2][(a-b)^2-c^2]$

$=(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(a-b-c)$

$\therefore$ $(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(a-b-c)$能被 $a+b+c$ 整除

故 $a^4+b^4+c^4-2a^2b^2-2a^2c^2-2b^2c^2$ 能被 $a+b+c$ 整除.

9. 方法导引 本题形式复杂,似乎难于下手,若作换元变换,即设 $y=x^2+8x+7$,代人原式即可化简,从而达到目的,此法在分解因式中经常用到,务必要会用.

解:设 $y=x^2+8x+7$,则

原式$=y(y+8)+15=y^2+8y+15=(y+3)(y+5)$

$=(x^2+8x+10)(x^2+8x+12)=(x^2+8x+10)(x+6)(x+2)$

10. 如 $a^2b-4b=b(a^2-4)=b(a+2)(a-2)$

此类题属创新题之列,是中考新题型,要求学生在学习过程中活学活用,善于运用知识自编题.

11. 解:(1)由题意,当 $2x+1=0$,即 $x=-\frac{1}{2}$时,有 $2x^3-x^2-13x+k=0$

即 $2\left(-\frac{1}{2}\right)^3-\left(-\frac{1}{2}\right)^2-13\left(-\frac{1}{2}\right)+k=0$,

$\therefore$ $k=-6$

(2)设 $2x^3-x^2-13x-6=(2x+1)(x^2+mx-6)$

则 $2x^3-x^2-13x-6=2x^3+(2m+1)x^2+(m-12)x-6$

$\because$ $2m+1=-1$,$\therefore$ $m=-1$

则 $2x^3-x^2-13x-6=(2x+1)(x^2-x-6)=(2x+1)(x+2)(x-3)$

解后评注 (1)因为 n 个整式相乘,只要其中有一个因式为 0,积必为 0,所以得此解法. (2)因为 $2x^3-x^2-13x-6$ 有一个因式为$(2x+1)$,则另一因式必为二次式,通过分析原多项式的最高次项的系数和常数项知另一因式必为(x^2+mx-6)这样的形式,不妨把另一因式设出来,并将每个因式分解彻底.

12. 解: $x^3+6x^2-985x+1011$

$=(x^3+5x^2-990x)+(x^2+5x-990)+2001$

$=(x^2+5x-990)(x+1)+2001=2001$

解后评注 从条件等式中解出 x,再代人代数式计算,显然是不可取的思路,这里可考虑采取整体代人的方法求值,为此须将多项式整理成用 $x^2+5x-990$ 表示的形式.

13. 解: $1+x+x^2+x^3+\cdots+x^{2000}$

$=1+x(1+x+x^2+x^3)+x^5(1+x+x^2+x^3)+\cdots+x^{1997}(1+x+x^2+x^3)$