

职 业 高 级 中 学 数 学

教学参考书

第 二 册

全国职业高级中学数学教材编写组 编著

国家教委
规划教材

职 业 高 级 中 学 课 本

数 学

第 二 册

全国职业高级中学数学教材编写组 编著

SHUXUE



人民教育出版社

国家教委规划教材

职业高级中学数学

第 二 册

教学参考书

全国职业高级中学数学教材编写组 编著

人民教育出版社

21.117

国家教委规划教材

职业高级中学数学

ZHIYE GAOJI ZHONGXUE SHUXUE

第二册

教学参考书

JIAOXUE CANKAOSHU

全国职业高级中学数学教材编写组 编著

*

人民教育出版社 出版发行

(100009 北京沙滩后街 55 号)

全国新华书店经销

人民教育出版社 印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/32 印张 8 字数 200 000

1997 年 12 月第 1 版 1999 年 5 月第 2 次印刷

印数 2 001—8 000

ISBN 7-107-12333-5 定价 5.70 元
G·5443(课)

如发现印、装质量问题,影响阅读,请与出版社联系调换
(联系地址:北京市方庄小区芳城园三区 13 号楼 100078)

说 明

这本教学参考书是根据 1998 年秋季开始使用的新编职业高级中学数学课本第二册编写的教师教学用书。

这本教学参考书的编写原则是：

(一) 努力体现新编职业高级中学数学教材的指导思想，帮助教师钻研教材，理解教材的编写意图。(二) 从当前职业高级中学教学实际出发，根据教学内容尽力指出教材中的难点、重点，帮助教师克服教学中的一些困难。(三) 明确各章的教学要求。(四) 尽力吸收职业高级中学数学的教学经验。

这本教学参考书每章包括教学要求；教材分析和教学建议；测验题及答案；习题的答案、提示与解答等 4 部分。

第二册教材共分五章。各章知识有一定的独立性。第八章：用向量法和坐标法学习直线与二次曲线的性质，使学生进一步掌握向量法和坐标法；第九章：使用向量代数和综合推理两种方法学习空间图形的性质。第十章：学习数列和数学归纳法。通过这一章的学习，可巩固和提高学生的代数运算技能。第十一章：学习排列组合知识，提高学生的计数能力。第十二章：学习概率统计初步知识，培养学生应用数学的能力。

每章的核心内容是，第八章：直线方程和二次曲线的概念；第九章：空间平行、垂直与度量性质；第十章：等差数列、等比数列的性质；第十一章：加法原理和乘法原理；第

十二章：统计知识的初步应用。在教学中要紧紧抓住这些核心内容，以达到精简实用的目的。

这套教材的教学要求的确定，主要依据国家教委1997年颁发的三年制《职业高级中学数学教学大纲》。“大纲”中的教学要求分A、B两组，这套教材的教学要求，主要按B组编写。教材中，必学内容的练习、习题分A、B两组，按A组要求教学的专业要适当降低要求，只要求学生完成A组练习和习题。

本书在教材分析和教学建议中，先介绍本章的内容结构，说明编写意图和编写指导思想，并指出教学的重点和难点，然后分小节进行内容分析，并提出教学建议。测验题是一份课堂考试卷，可在学生自测的基础上进行，它反应了教材对本章教学的基本要求。由于各专业教学要求不同。这份考试卷仅供参考，教师可根据实际情况另拟考试题目。习题的答案、提示与解答部分，一般简单题只给答案，中等题只给提示，难题给出解答，一般只给出常规解法。

在课本说明中，已对全套教材的结构、编写指导思想作了阐述。下面就第二册教材内容结构以及如何贯彻这套教材的指导思想再作如下说明，以帮助教师理解教材。

这套教材，把学习数学的基本思想方法与数学知识放在同样重要的地位，第一册教材涉及到的数学方法：设未知数列方程、不等式及求解问题，待定系数法，数形结合，函数关系的建立与研究方法，配方法等在第二册教材中都得到了加强。第二册又重点学习了坐标法、向量法、统计推断等方法及其应用。教师要重视上述基本思想方法的教学，在教学中要经常有意识地讲解上述方法的应用。

在教学中,要贯彻“温故而知新”的原则.职业高中贯彻这一原则有一定的困难.但要使学生学好数学,教学中非得贯彻这一原则不可.根据职业高级中学学生的实际状况和数学教学对基础知识的要求较高,基础不好难于继续学习的特点,在教材编写中,主要采取循环方式编写来贯彻这一原则.由于单纯性复习效果不好,对学生的心理影响也不利,教材采用了在讲新内容的同时,紧密结合新知识复习旧知识.教师在教学中还要根据学生的具体情况,灵活地设计教案,以新带旧搞好课堂教学,提高教学质量.

第二册达到B教学要求,总共课时数约为128课时,完成A要求的教学课时数约为96课时.各类专业,都要完成大纲规定的必学内容,但教学要求可以不同.要求数学能力较高的专业也可提高要求,适当增加课时,拓宽、加深本册内容的学习.

编写组成员:王永琛、李洪举、张安录、张景源、钟致诚、陈学礼、苏汉翔、刘德荣、黄宁生、徐一冰、顾平声、高存明、梁锡焜、戴升华、舒鸿斌.

参加本书编写工作的有:顾平声、陈学礼、戴升华、张景源、王华跃、刘德荣、高存明、鲍珑.

主编:高存明.审定:陈宏伯、鲍珑.

责任编辑:鲍珑.

这本教学参考书一定存在不少缺点、错误,恳切希望教师、教研人员和有关专家提出意见,以便再版时修改、订正.

全国职业高级中学数学教材编写组

1997年4月

目 录

第八章 平面解析几何	1
I 教学要求	1
II 教材分析和教学建议	1
一 曲线与方程	4
二 直线方程	9
三 圆的方程	16
四 椭圆、双曲线和抛物线	19
III 测验题	24
IV 习题答案、提示和解答	28
第九章 立体几何	53
I 教学要求	53
II 教材分析和教学建议	53
一 平面的基本性质	56
二 空间的平行关系	60
三 空间向量	65
四 垂直、夹角和距离	70
五 空间图形性质的应用	74
III 测验题	75
IV 习题答案、提示和解答	79
附录 多面体和旋转体	99
第十章 数列和数学归纳法	125

I	教学要求	125
II	教材分析和教学建议	125
一	数列	127
二	数学归纳法	132
III	测验题	134
IV	习题答案、提示和解答	136
第十一章 排列、组合与二项式定理		147
I	教学要求	147
II	教材分析和教学建议	147
一	排列与组合	150
二	排列、组合的应用	156
三	二项式定理	157
III	测验题	159
IV	习题答案、提示和解答	160
第十二章 概率与统计初步		166
I	教学要求	166
II	教材分析和教学建议	166
一	概率初步	173
二	用样本估计总体	196
三	假设检验与线性回归	211
四	概率与统计的应用举例	220
III	测验题	221
IV	习题答案、提示和解答	225

第八章 平面解析几何

I 教学要求

1. 理解曲线与方程的关系, 会根据曲线的特征性质选择适当的直角坐标系, 求曲线的方程.

2. 掌握二元二次方程的解法, 会求曲线的交点.

3. 掌握直线参数方程和定比分点公式.

4. 熟练掌握直线斜率的概念, 会根据已知条件求直线的斜率, 掌握直线方程的点斜式、两点式及斜截式.

5. 理解直线与二元二次方程的关系, 掌握直线的一般方程及其几何意义.

6. 掌握两条直线垂直与平行的条件, 会根据直线方程求两条直线的夹角和点到直线的距离.

7. 掌握圆的标准方程和一般方程与移轴公式.

8. 掌握椭圆、双曲线和抛物线的标准方程及其性质.

II 教材分析和教学建议

本章教材是在学生已掌握平面几何知识与平面直角坐标系、平面向量、两点距离公式及基本初等函数等知识的基础上学习的. 解析几何是在坐标系的基础上, 用坐标表示点, 用方程表示点的轨迹——曲线(包括直线), 通过研究方程的性质, 进一步研究曲线的性质. 因此可以说, 解析几何是用代数的方

法研究几何问题的一门数学学科,由于向量是数形结合的有力工具,我们在本章教材中将充分应用坐标法和向量来研究直线、圆和其他二次曲线.本章教材的主要内容有:曲线与方程、直线、圆、椭圆、双曲线、抛物线、极坐标(作为附录).

这些内容共分四大节.第一大节是“曲线与方程”.教材通过实例引入曲线和方程的概念,并通过曲线所确定的点集中的点和方程的解一一对应关系,建立曲线和方程的对应关系.接下来,着重讨论了由曲线求方程的方法和步骤,这是解析几何的主要问题之一,也是学习以后各节的基础.教材中还进一步运用向量法求曲线方程,充分利用了向量这个有力的工具,作为利用方程来研究曲线的第一个课题.

第二大节是“直线方程”.直线是最简单的、也是最基本的几何图形.教材首先运用向量法推导出定比分点公式,接着又用向量法导出直线的参数方程,并由直线的参数方程推出直线的点向式、两点式,运用向量法再导出直线的点法向式.又通过二元一次方程与直线的对应关系,总结出直线方程的一般形式,然后由两点式引入直线的斜率与倾斜角的概念,再导出直线的点斜式.教材还通过对直线的点法向式的讨论,推导了两条直线平行、垂直的条件、两条直线的夹角公式.最后,利用向量的内积与法向量的单位向量导出点到直线的距离公式.

第三大节是“圆的方程”.这一节主要研究了圆的标准方程与一般方程,再由向量的加、减法运算导出坐标轴平移公式,并通过化简圆的方程,使学生理解平移变换的意义和作用,也促进了学生对公式的记忆.另外,提前讲授坐标轴的平移,可以使学生在后面的学习中有较多的反复练习机会.

第四大节是“椭圆、双曲线和抛物线”.这一节主要研究了椭圆、双曲线、抛物线的标准方程和几何性质.利用方程研究曲线的几何性质,画出方程的图形是解析几何的第二个基本问题,教材在安排学习椭圆、双曲线、抛物线时,通过具体的方程对这个问题做了详细的阐述.

本章附录是极坐标,其中介绍了极坐标系、曲线的极坐标方程,以及极坐标方程与直角坐标方程的互化,椭圆、双曲线、抛物线的统一的极坐标方程.有条件的学校可安排一定的时间向学生介绍,作为选学内容,从而扩大学生的知识面;也可结合专业,引导学生把所学到的解析几何知识用到实际中去.

本章教学的关键是:使学生正确理解和掌握曲线与方程的关系.重点是直线和圆的方程及其应用.难点是如何通过曲线的方程研究曲线的性质.

本章的教学时间约需 32 课时,具体分配如下(仅供参考):

8.1	曲线与方程的概念	约 1 课时
8.2	求曲线的方程	约 2 课时
8.3	曲线的交点与二元二次方程组	约 2 课时
8.4	定比分点公式	约 2 课时
8.5	直线的方程	约 2 课时
8.6	直线与二元一次方程	约 1 课时
8.7	直线的斜率	约 1 课时
8.8	两条直线的位置关系	约 2 课时
8.9	两条直线的夹角	约 1 课时
8.10	点到直线的距离	约 1 课时
8.11	圆的标准方程	约 2 课时

8.12	圆的一般方程	约 2 课时
8.13	坐标轴的平移	约 1 课时
8.14	椭圆	约 3 课时
8.15	双曲线	约 3 课时
8.16	抛物线	约 3 课时
	小结与复习	约 3 课时

一 曲线与方程

8.1 曲线与方程的概念

1. 曲线和方程的关系是学习解析几何的基础. 正确理解并掌握求曲线的方程的方法是学好本章的关键.

2. 建立曲线方程的概念, 要涉及点集与二元方程的解集的元素间的一一对应关系, 比较抽象. 因此, 教材在复习平面直角坐标的基本知识、点的轨迹(或集合)的基础上, 从分析二次函数 $y=x^2$ 的图象与方程 $y=x^2$ 的关系入手, 概括出一般曲线 c 与方程 $f(x, y)=0$ 的关系.

(1)“曲线 c 上的点的坐标都是方程 $f(x, y)=0$ 的解”, 说明曲线 c 上所有的点的坐标都满足方程 $f(x, y)=0$, 也就是说, 曲线 c 上不存在不满足方程 $f(x, y)=0$ 的点.

(2)“以方程 $f(x, y)=0$ 的解为坐标的点都是曲线 c 上的点”, 说明坐标适合方程 $f(x, y)=0$ 的所有的点都在曲线 c 上.

只有同时具备上述两个条件, 才能保证曲线的点集与方程的解集一一对应, 才能称为“曲线的方程”和“方程的曲线”. 为了使学生完整地理解曲线与方程之间的对应关系, 还可举

实例从反面加以说明.

例 1(1) 点在方程的曲线上的充要条件是该点的坐标是方程的解. 因此, 判定一个点是否在曲线上, 只要判定该点的坐标是否是这个曲线方程的解. 点 M_1 、 M_2 是否在方程 $x^2 + y^2 = 25$ 的曲线上, 只要把点的坐标代入方程, 看它是否是方程的解.

(2) 用曲线方程的定义说明以原点为圆心、半径等于 5 的圆的方程为 $x^2 + y^2 = 25$, 需要说明在曲线上的点的坐标是方程的解, 以及坐标是方程 $x^2 + y^2 = 25$ 的解的点在这条曲线上. 本例题的目的是使学生熟悉曲线方程的定义.

8.2 求曲线的方程

1. 在求方程之前, 必须首先建立坐标系, 使平面上的点和有序实数对建立一一对应. 由于几何曲线可以看作是某些共同特性的点集, 因而可以建立曲线与方程之间的对应关系. 这样就可以将研究曲线的几何问题, 转化为研究方程的代数问题. 关于坐标系, 在具体问题中有两种情况: 一是题目中已给出了坐标系(如教材中的例题); 二是原题中没有给出坐标系, 这时就要自己选择坐标系. 坐标系选取恰当, 可使运算过程简单, 所得结果也简单. 对此, 有些专业可在本节的最后再加举以下例题, 以加深学生的理解, 但对此不应要求过高, 在以后的教学过程中, 还会不断地提高学生对曲线与方程关系的理解.

例 已知点 P 分别与两个定点 A 、 B 所连直线互相垂直, 求点 P 的轨迹方程.

[解法一]: 取通过 A 、 B 两定点的直线为 x 轴, AB 的中

点 O 为坐标原点, 建立直角坐标系(图 8-1). 如果设 $AB=2r$ (r 为大于 0 的常数), 则 A, B 两点的坐标分别为 $(-r, 0)$ 与 $(r, 0)$.

点 $P(x, y)$ 在曲线上, 且不与 A, B 重合的充要条件是 $PA \perp PB$. 应用勾股定理得, $PA^2 + PB^2 = AB^2$, 就是

$$(x+r)^2 + y^2 + (x-r)^2 + y^2 = 4r^2.$$

$$\text{化简得} \quad x^2 + y^2 = r^2 \quad (x \neq \pm r). \quad (1)$$

这就是点 P 的轨迹方程.

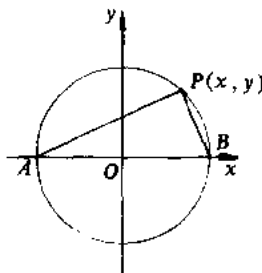


图 8-1

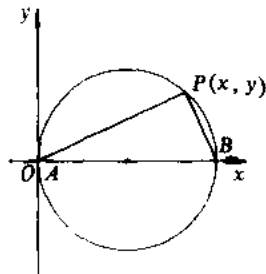


图 8-2

[解法二]: 取通过 A, B 两定点的直线为 x 轴, A 为原点, 建立直角坐标系(图 8-2). 如果设 $AB=2r$ ($r>0$, 常数), 则 A, B 两点的坐标分别为 $(0, 0), (2r, 0)$.

点 $P(x, y)$ 在曲线上 (P 与 A, B 不重合) 的充要条件是

$$PA^2 + PB^2 = AB^2 \quad (PA \neq 0, PB \neq 0),$$

$$\text{就是} \quad (\sqrt{x^2 + y^2})^2 + [\sqrt{(x-2r)^2 + y^2}]^2 = (2r)^2,$$

$$\text{即} \quad x^2 + y^2 + (x-2r)^2 + y^2 = 4r^2.$$

$$\text{化简得} \quad x^2 + y^2 - 2rx = 0 \quad (y \neq 0). \quad (2)$$

这就是点 P 的轨迹方程.

比较上例中的方程(1)和方程(2)可以看出, 虽然它们

都是同一轨迹的方程,但是由于所选坐标系的不同,所得轨迹方程也就不同.显然,方程(1)要比方程(2)简单.选择适当坐标系的能力是需要培养的.在通常的情况下,我们将定点、定线段的中点或端点、中心对称图形的对称中心等选作坐标原点;将定直线、轴对称图形的对称轴等选作坐标轴,借以建立比较合理的坐标系.在选定坐标系之后,就可写出点 $P(x, y)$ 为曲线上的任意一点的充要条件.

2. 根据曲线上的点所适合的条件列出等式是求方程的重要步骤.这里所说的“等式”,一般地,它既不是恒等式,也不是方程式,而是指带有叙述性的等量关系.这一步是由曲线向方程转化的关键,接下去只要把相应的解析式代入等式,就可得出曲线方程的初始形式.在这里,常要用到几何、三角等方面的一些基本公式(如两点的距离公式、定比分点公式等).因此,先要了解学生对有关知识的掌握情况,必要时可结合教材作适当的复习;然后要强调仔细审题,分析已知条件和曲线的特征,抓住曲线上任意点 P 满足的等量关系;最后,把“等量关系”转化为坐标表示.

3. 证明化简后所得的方程就是所求的方程,也就是要证明曲线上的任意的点的坐标都是方程的解,还要证明以所求方程的解为坐标的点在曲线上.这一步证明非常重要,否则不仅在理论上讲是不完整的,而且由于在运算过程中会出现增根和失根等问题,进行检验就更为必要.

教材中,因为化简过程一般是同解变形,常用“充要条件”或“当且仅当”来书写,所以一般不写步骤(3).但要引导学生不断地回忆逻辑语句“充要条件”、“当且仅当”的含义.如果化简过程不是方程的同解变形,应要求学生观察以下变形过程

中是否有增根和失根的情况出现,并在所得方程中删去或补上.

4. 求曲线的方程贯穿于本章教材的始终. 本节主要目的是使学生学习和掌握求方程的方法和步骤,因而教学中不宜要求过高. 练习的难度一般掌握在与例题一致为妥,以免使学生忽略对教学的主要内容——曲线方程的求法与步骤的理解. 在以后各节中,都配备了一些相应的题目,以提高学生求曲线的方程的能力.

求曲线方程的方法很多,概括起来有以下三种,供教师在教学中参考:

(1) 直接法:直接求出曲线上动点 $P(x, y)$ 的坐标 x 与 y 之间的函数关系,所得普通方程 $F(x, y) = 0$ 或 $y = f(x)$ 为所求的曲线的轨迹方程. 直接法是求曲线方程的基本方法,本章教材中所涉及的求曲线方程的例题和习题,大都可以用直接法求得.

(2) 转移法:当用直接法求动点 $P(x, y)$ 的坐标 x 与 y 之间的函数关系较为困难时,有时可将动点 P 转移到题中给定的有规律的图形上的点去研究,以间接求得动点 P 的轨迹方程.

教材中,解答例 3 是应用向量法,由 AP 与 BP 垂直,推出它们内积为 0. 然后用向量内积的坐标进行运算,得出曲线方程. 这样比过去我们用斜率公式去解更简单,而且直观,并且可在未讲到直线的斜率时解这个问题.

最后,教材总结了求曲线的方程的方法与步骤. 最后一步证明可以省略,但教学中不要给学生造成“不需要证明”的印象.

8.3 曲线的交点与二元二次方程组

求两曲线的交点,就是求它们公共点的坐标,也就是解两条曲线对应的方程所组成的方程组.考虑到学生解方程组的能力需要提高,教材复习了初中二元二次方程组的解法.建议教师重视二元二次方程组的复习与提高的教学,为学生以后用代数方法研究二次曲线性质打下基础.如果学生基础较好,这个内容也可删去.

二 直线方程

8.4 定比分点公式

1. 本教材是应用向量法来讲线段的定比分点的,用有向线段表示向量,点 P 分线段 AB 成定比 λ , $\frac{AP}{PB} = \lambda$, $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{PB}$.

本节包括三个重要内容:一是线段分点的种类,当 $\lambda > 0$ 时, P 为内分点; $\lambda < 0$ 时, P 为外分点;当 $\lambda = 0$ 时,分点 P 与 A 重合.为什么 $\lambda \neq -1$,可由学生思考,老师再讲解.当 $\lambda = -1$ 时, A, B 两点重合为一个点,二是定比分点的定义,三是定比分点的坐标公式.由于本教材是应用向量法讲解定比分点的,因而可以不必先讲轴上定比分点公式,而直接在直角坐标系中来研究求分点坐标公式.可由向量的加、减、倍积运算推导出 $\overrightarrow{OP} = \frac{\overrightarrow{OA} + \lambda \overrightarrow{OB}}{1 + \lambda}$,再由向量的坐标运算导出定比分点公式.