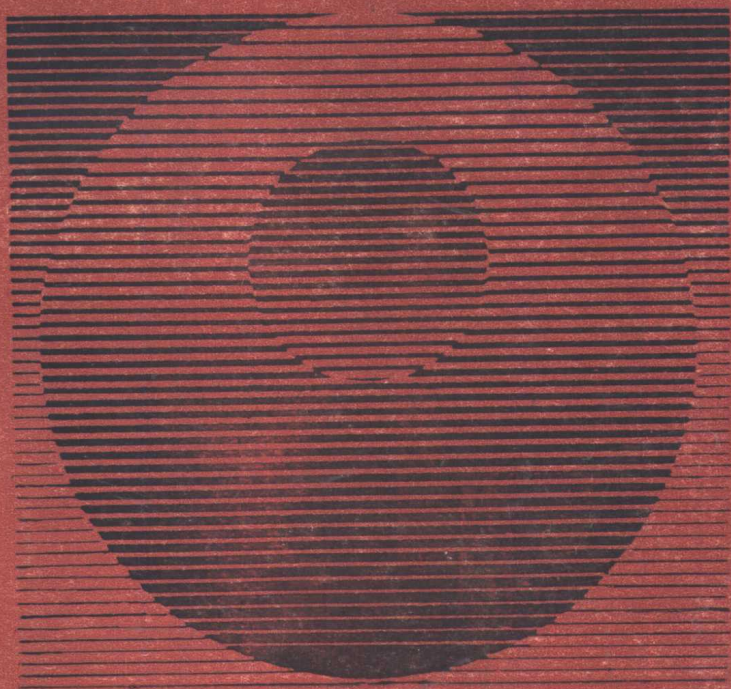


系 统 辨 识

杨玉钦 陈亚陵 编著



系 统 辨 识

杨玉钦 陈亚陵 编著

厦门大学出版社
1990年

系统辨识

杨玉钦 陈亚随 编著

*

厦门大学出版社出版发行

厦门美里印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/32 10.125印张 200千字
1990年4月第1版 1990年4月第1次印刷
印数 1—1000册

ISBN 7-5615-0177-3/F·32

定价：2.00元

序 言

由于 50 年代后期空间技术、工业控制、现代通讯技术的高速度发展,都迫切地需要用数学模型来完整地描述物理系统的动态特性。这对大多数控制系统的分析,最佳控制器的设计来说都是一项最基本的工作。在建立数学模型的工作中,对所研究的对象不管是否有足够的动力学知识和机理模型,大多数情况下要真正掌握动态系统的全部特征,仍然必须在实验的基础上,获得一批实验数据,然后对模型的参数作估计。所谓“系统辨识”就是通过实验或运行数据估计控制系统的数学模型与参数。早在 1962 年,数学家 Zadeh 曾经给系统辨识下了定义:系统辨识是在输入和输出的基础上,从一类系统中确定一个与所试验系统是等价的系统。Aström 等人在 1971 年总结了 60 年代到 70 年代初,系统辨识的理论和方法,综述 230 篇有关系统辨识的论文中指出:遵照 Zadeh 的定义,系统辨识问题首先是定义一个系统的模型类 $\Phi = \{s\}$,称 s 为模型,并把作试验的对象(或系统)称为“过程”;其次是定义一个输入讯号类 u ,然后定义“等价性”。等价性一般是通过一个准则或一个损耗函数来刻画的,这个损耗函数是“过程”输出 y 与“模型”输出 y_m 的泛函,即 $J = J(y, y_m)$ 。由此, Aström 等人接着指出,系统辨识问题能够简化作为一个最优化问题加以描述,即寻找一个模型 $\hat{s} \in \Phi$,使损耗函数达到极小。另一方面,假如 Φ 定义为一个参数类,即 $\Phi = \{s_\beta\}$,其中 β 是参数。(因为模型均依赖于参数)。这样,又能够把系统辨识问题化为参数估计

问题。Ljung 在 1978 年更加概括地指出系统辨识有三个要素：数据，模型类和准则。系统辨识是按照一个准则在模型类中选择一个与数据拟合得最好的模型。总之，系统辨识的内容归纳起来大体包括：模型结构的确定，辨识的试验设计，系统参数的估计以及模型验证等。在理论和方法上，系统辨识涉及到模型结构的选择——黑箱问题或灰箱问题，系统模型的参量化，可辨识性，动态系统参数估计的优良性与可靠性，以及在线参数估计各种算法的收敛性及其改进算法等；在实际应用上，系统辨识涉及到如何合理安排试验，如何选择与设计最佳输入（试验）信号，如何量测和收集数据以及进行实时模型验证等问题。

系统辨识是现代控制理论研究的基本问题之一。由于它的迅速发展，目前已成为一个独立的分支学科，同时也是十分活跃的学科。各个不同邻域的工程师和学者，诸如自动控制工程师，控制论，系统理论和信息论学者，数理统计学家，经济学家等都有从不同的角度从事这一领域的研究与实践工作，并且在国际上已发表大量研究论文与报告。国际自动控制联合会（简称 IFAC）从 1967 年开始每隔三年召开一次国际辨识与系统参数估计学术讨论会，并出版会议论文集。在每届的 IFAC 大会上系统辨识也列为重要的讨论与交流内容之一。

几年来，系统辨识作为一门应用技术，随着计算机科学以及小型计算机的发展，给系统辨识的应用提供了有效的工具。不仅在航天，工业生产自动化方面得到应用，而且在工程系统设计与分析，生物医学系统的试验与分析，经济系统的预测与分析，环境科学，生态学，气象水文与公用事业等许多领域得到广泛的应用。

本书自从 1979 年起作为控制理论专业高年级学生的教材,在教学实践中不断修改与充实,使本书的内容除了介绍系统辨识的模型表示方法与参数估计的基本理论以外,还包括系统辨识的各种方法,注意基本理论的教学,并且着重在方法上作比较全面的介绍和深入的推导。由于教学时数的限制,有关辨识算法的收敛性问题未列入本书,有兴趣的读者可在其它有关的书籍与文献中找到。

本书内容大致安排如下:第一章是连续与离散系统模型的表示方法,以及如何通过建立方程误差来建立系统辨识问题。第二章是估计的基本定理与几何意义。第三章至第八章介绍离散系统,连续系统,非线性系统的各种辨识方法与算法。第九章是分布参数系统辨识,有“*”记号的比较难,教学时视学生对象的基础知识而定,也可作为课外阅读材料。第十章介绍自适应控制,目的在于使读者认识到辨识与控制的密切联系,从而能够理解系统辨识在自适应控制系统设计中的重要意义。因为通常对自适应控制的设计提出这么两个问题:一是能否对模型的参数进行在线辨识或实时辨识?二是能否对控制规律中的参数进行在线估计与改进,使控制效果不断提高同时又不用很大的计算量与做大量试验?这些问题本质上涉及到系统辨识与控制之间的关系。因此在第十章介绍自适应控制系统,它是在 60 年代的线性随机控制理论取得显著进展的基础上的又一新的成就,体现了辨识与控制的有机结合。本章着重介绍一种新型自适应控制器,即自校正调节器。这种调节器的新颖之处在于不需要辨识过程的未知参数,而直接辨识调节器的参数,它是一种有应用前景的自适应控制技术。事实上,由于这种自校正技术具有算法简单,在小型计

算机容易实现的特点,已经在许多部门的工业过程控制获得成功的应用。

阅读本书所需的基础知识包括高等数学、线性代数、初等概率与线性系统的基本知识。

本书可作为工科自动控制研究生教材,并可作为从事自动控制的工程师,计算机应用和应用数学等有关专业的人员参考。

施鼎汉副教授对本书进行仔细审阅,并提出许多宝贵意见。黄国石同志多年来在采用本教材的教学实践中提出许多宝贵意见,而且对本书的正式出版进行认真编辑,花费很大精力。我校激光照排中心的同志对本书的出版付出辛勤的劳动。谨表示衷心感谢。

本书的出版得到国家自然科学基金委员会资助,列入研究课题。编号 1860484

编者于厦门大学

1988 年 7 月

目 录

序言	(1)
第一章 数学模型表示及辨识问题方程误差的建立 ..	(1)
§ 1.1 引言	(1)
§ 1.2 离散时间线性系统的表示	(2)
§ 1.2.1 抽象数学系统的表示	(2)
§ 1.2.2 离散时间系统可控与可观测条件	(6)
§ 1.2.3 一般离散时间线性系统的标准变换	(9)
§ 1.3 连续时间线性系统的离散表示	(17)
§ 1.3.1 连续时间状态空间表示	(17)
§ 1.3.2 连续时间线性系统的离散时间状态空间表示 ..	(21)
§ 1.3.3 例	(25)
§ 1.4 方程误差的辨识系统	(28)
§ 1.4.1 辨识表示	(30)
§ 1.4.2 纯量随机方程误差	(32)
§ 1.4.3 纯量确定性方程误差	(34)
§ 1.4.4 向量方程误差	(34)
§ 1.5 应用	(36)
§ 1.5.1 任意函数的曲线拟合	(36)
§ 1.5.2 卷积形式	(37)
§ 1.5.3 有限差分方程形式	(39)
§ 1.5.4 微分方程形式	(50)
第二章 估计的基本理论和几何结构	(53)

§ 2.1	Bayes 估计理论的基本定理	(53)
§ 2.2	线性估计的几何结构	(57)
§ 2.3	估计好坏的标准	(64)
第三章	最小二乘法辨识	(68)
§ 3.1	静态模型的最小二乘法辨识	(68)
§ 3.1.1	线性回归模型	(70)
§ 3.1.2	可化为线性的回归模型	(72)
§ 3.1.3	最小二乘估计量的性质	(73)
§ 3.1.4	加权最小二乘估计与马尔科夫估计	(78)
§ 3.2	线性系统动态模型的最小二乘法辨识	(81)
§ 3.2.1	增长记忆辨识	(84)
§ 3.2.2	初值问题	(86)
§ 3.3	相容估计量	(89)
§ 3.3.1	辅助变量法	(94)
§ 3.3.2	广义最小二乘法	(96)
§ 3.3.3	推广最小二乘法	(100)
§ 3.4	多个量测值的递推公式	(102)
§ 3.5	多输入多输出的情形	(104)
§ 3.6	参数辨识方法的改进	(105)
§ 3.6.1	渐消记忆辨识	(106)
§ 3.6.2	固定记忆辨识	(109)
第四章	传递函数的辨识	(112)
§ 4.1	脉冲响应函数的最小二乘辨识	(112)
§ 4.2	脉冲响应的相关分析辨识	(115)
§ 4.3	伪随机信号简介	(118)
§ 4.4	相关分析——最小二乘两步辨识法	(123)

§ 4.5 连续时间系统传递函数的辨识	(126)
第五章 线性系统参数估计和状态估计的统计方法	(133)
§ 5.1 参数估计准则	(133)
§ 5.1.1 参数估计准则	(133)
§ 5.1.2 最佳非线性无偏均方估计	(136)
§ 5.1.3 最佳线性无偏均方估计	(139)
§ 5.1.4 对具有正态分布变量的估计	(145)
§ 5.1.5 递推均方参数估计	(149)
§ 5.2 极大验后估计与极大似然估计方法	(155)
§ 5.2.1 极大验后估计	(155)
§ 5.2.2 极大似然估计	(156)
§ 5.3 线性系统的状态估计	(158)
§ 5.3.1 最佳线性状态估计问题的形成	(158)
§ 5.3.2 递推状态估计	(161)
§ 5.3.3 白噪声作用下的一般线性递推状态估计	(168)
§ 5.3.4 卡尔曼滤波器的若干性质	(170)
§ 5.3.5 有色噪声情况下线性系统的滤波	(173)
§ 5.3.6 例	(177)
第六章 随机线性系统的其它在线辨识方法	(181)
§ 6.1 相关函数在线辨识方法	(181)
§ 6.2 极大似然函数在线辨识方法	(195)
§ 6.3 随机逼近法	(200)
第七章 非线性稳态模型的辨识	(204)
§ 7.1 问题的提出	(204)
§ 7.2 迭代算法	(207)

§ 7.2.1 迭代的一般格式	(207)
§ 7.2.2 可接受方向	(208)
§ 7.3 牛顿—拉夫森(Newton—Raphson)方法	(211)
§ 7.4 变尺度方法	(212)
§ 7.4.1 秩为 1 的校正法	(213)
§ 7.4.2 D—F—P(Davidon—Fletcher—Powell)校正法 ...	(214)
§ 7.5 麦夸特(Marquardt)方法	(217)
第八章 连续动态模型的辨识	(220)
§ 8.1 微分近似法	(220)
§ 8.2 用方程组解的方法	(221)
§ 8.3 拟线性化方法	(223)
§ 8.4 例	(227)
第九章 分布参数系统辨识的若干方法	(231)
§ 9.1 分布参数系统辨识问题的提出	(231)
§ 9.2 分布参数系统的模型表示	(233)
§ 9.3 分布参数系统辨识的直接法	(236)
§ 9.3.1 双曲型系统辨识	(236)
§ 9.3.2 抛物型系统辨识	(240)
§ 9.4 抛物型系统辨识的有限差分法	(243)
§ 9.5 分布参数系统简化为集中参数系统的辨识方法...	(250)
§ 9.5.1 双曲型系统辨识的 Laplace 变换法	(250)
§ 9.5.2 双曲型系统辨识的半离散化方法	(253)
第十章 自适应控制	(255)
§ 10.1 引言	(255)
§ 10.2 具有已知常数参数系统的最小方差控制器	(257)

§ 10.3 带未知常数参数系统的最小方差控制器	(267)
§ 10.4 自校正调节器的设计.....	(270)
§ 10.5 警戒控制器与对偶控制器.....	(275)
§ 10.5.1 必然等价原则与分解性原则	(275)
§ 10.5.2 警戒控制器	(276)
§ 10.5.3 对偶控制器	(283)
附录 I 关于向量,矩阵求导	(286)
附录 II 关于矩阵的公式.....	(291)
附录 III 平稳随机过程简介.....	(295)
附录 IV 条件数学期望.....	(303)
附录 V Gateaux 导数	(306)
附录 VI 变分不等式原理.....	(308)
参考文献.....	(310)

第一章 数学模型表示及 辨识问题方程误差的建立

§ 1.1 引言

为了解并更好地解释自然和人为的环境,人们建立环境的模型以作为行动的前奏;建立经济模型,以了解并控制经济开支,生活费用,支付平衡等等;模拟股票市场,以获得投资的最好赢利;模拟自然环境,以便使地球更好地成为生活场所;模拟太阳系,以便更好地;(1)了解太阳和环绕它的其它星体之间的作用。(2)了解潮汐现象,以便预测海啸及其它潮汐情况的发生。(3)向月球和行星发送宇宙飞行器等等。

此外,为了整个生物医学的发展,人们模拟整个人体,人体的作用(如致病医理的机械作用)器官(如心脏器官、脑器官)诸如,(1)了解药物在血液流动中的渗透,过滤和扩散过程;(2)了解脑电波,以掌握癫痫病人将要发病的征兆;以及(3)使空中飞行器的旅客最舒适等等。

特别是在现代大工业生产中,生产的高度自动化要求数字电子计算机组成管理系统和控制系统。因此对生产过程的模拟以及企业管理的模拟等等都是实现自动化的首要任务。

上述种种活动的模拟,归根到底就是要建立各种变化着的量之间的关系,这种关系的定量化就是通常所说的“数学模型”。

原则上说,数学模型的来源有两方面:一是从所考虑对象本身的结构或基本变化规律如物理、化学……等等的基本定律推导来的。这种模型常称为机理模型或解析模型。二是从实验数据估计模型的参数,通常称为辨识。在实际应用中往往把这两者结合起来,即尽可能利用我们对环境,物理过程的认识,把系统模型结构分为已知与未知部分,然后用实测数据将未知部分估计出来。

本章主要讨论表达环境,过程的数学模型的几种表现形式,它们之间的关系和为了模型参数的辨识,如何把数学模型变换到所需要的简单形式以及各种方程误差形式的建立。

§ 1.2 离散时间线性系统的表示

§ 1.2.1 抽象数学系统的表示

本节要论证表示一个离散时间线性系统的状态空间形式与有限差分方程形式的等价关系。

定理 1.2.1 已给出下面的抽象数学系统的状态空间和有限差分方程表示分别为:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ \vdots \\ x_n(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ 0 & & & \\ \vdots & & I_{n-1} & \\ 0 & & & \\ \hline -a_n & -a_{n-1} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_n(k) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} m(k) + \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix} w(k) \quad (1.2.1)$$

及

$$\begin{aligned} & y(k+n) + a_1 y(k+n-1) + \cdots + a_n y(k) \\ &= b_1 \cdot m(k+n-1) + b_2 \cdot m(k+n-2) + \cdots + b_n \cdot m(k) \\ &+ d_1 \cdot w(k+n-1) + d_2 \cdot w(k+n-2) + \cdots + d_n \cdot w(k). \end{aligned} \quad (1.2.2)$$

$m(k)$ 表示可控制信号(如试验信号或反馈控制信号), $w(k)$ 表示不可控制信号(如随机扰动), 如果取

$$\left. \begin{aligned} Z_1(k) &= y(k) \\ Z_2(k) &= y(k+1) - b_1 m(k) - d_1 w(k) \\ Z_3(k) &= y(k+2) - b_1 m(k+1) - b_2 m(k) - d_1 w(k+1) - d_2 w(k) \\ &\vdots \\ Z_n(k) &= y(k+n-1) - b_1 m(k+n-2) - b_2 m(k+n-3) - \cdots \\ &\quad - b_{n-1} m(k) - d_1 w(k+n-2) - d_2 w(k+n-3) - \cdots \\ &\quad - d_{n-1} w(k) \end{aligned} \right\} \quad (1.2.3)$$

其中

$$b = (b_1, b_2, \dots, b_n)^T = T^{-1}b^* \quad (1.2.4)$$

$$d = (d_1, d_2, \dots, d_n) = T^{-1}d^* \quad (1.2.5)$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ a_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ a_2 & a_1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n-2} & a_{n-3} & a_{n-4} & \cdots & 1 & 0 \\ a_{n-1} & a_{n-2} & a_{n-3} & \cdots & a_1 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.2.6)$$

那么式(1.2.1)和(1.2.2)两种表示是等价的

证 现就对所有 $k, w(k) \equiv 0$ 的情况加以证明, 当 $w \neq 0$ 的情况, 可按相同方法证明。

证明方法是从式(1.2.1)推导出(1.2.2)。首先在式(1.2.3)的最后一个方程中, 让 k 由 $k+1$ 取代, 并解出 $y(k+n)$

$$y(k+n) = \chi_n(k+1) + b_1 m(k+n-1) + b_2 m(k+n-2) + \cdots + b_{n-2} m(k+2) + b_{n-1} m(k+1) \quad (1.2.7)$$

从式(1.2.1)的最后一个方程有

$$\chi_n(k+1) = -a_n \chi_1(k) - a_{n-1} \chi_2(k) - \cdots - a_2 \chi_{n-1}(k) - a_1 \chi_n(k) + b_n m(k) \quad (1.2.8)$$

把上式代入式(1.2.7), 并利用式(1.2.3)的前 $n-1$ 个方程,

$$\begin{aligned} y(k+n) &= -a_n \chi_1(k) - a_{n-1} \chi_2(k) - \cdots - a_2 \chi_{n-1}(k) \\ &\quad - a_1 \chi_n(k) + b_n m(k) + b_{n-1} m(k+1) \\ &\quad + \cdots + b_2 m(k+n-2) + b_1 m(k+n-1) \\ &= -a_n y(k) - a_{n-1} [y(k+1) - b_1 m(k)] \\ &\quad - a_{n-2} [y(k+2) - b_1 m(k+1) - b_2 m(k)] \\ &\quad - \cdots - a_2 [y(k+n-2) - b_1 m(k+n-3) \\ &\quad - b_2 m(k+n-4) - \cdots - b_{n-3} m(k+1) \\ &\quad - b_{n-2} m(k)] - a_1 [y(k+n-1) - b_1 m(k+n-2) \\ &\quad - b_2 m(k+n-3) - \cdots - b_{n-2} m(k+1)] \end{aligned}$$

$$-b_{n-1}m(k)] + b_n m(k) + b_{n-1}m(k+1) \\ + \cdots + b_2 m(k+n-2) + b_1 m(k+n-1) \quad (1.2.9)$$

把公共项集合一起,得

$$y(k+n) + a_n y(k) + a_{n-1} y(k+1) + a_{n-2} y(k+2) + \cdots \\ + a_2 y(k+n-2) + a_1 y(k+n-1) \\ = m(k)[a_{n-1}b_1 + a_{n-2}b_2 + \cdots + a_2b_{n-2} + a_1b_{n-1} + b_n] \\ + m(k+1)[a_{n-2}b_1 + \cdots + a_1b_{n-2} + b_{n-1}] \\ + \cdots + m(k+n-2)[a_1b_1 + b_2] + m(k+n-1)b_1 \quad (1.2.10)$$

它也可以写为

$$y(k+n) + a_1 y(k+n-1) + a_2 y(k+n-2) + \cdots \\ + a_n y(k) = b_1^* m(k+n-1) + b_2^* m(k+n-2) + \cdots \\ + b_{n-1}^* m(k+1) + b_n^* m(k). \quad (1.2.11)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} b_1^* &= b_1 \\ b_2^* &= a_1 b_1 + b_2 \\ &\vdots \\ b_{n-1}^* &= a_{n-2} b_1 + \cdots + a_1 b_{n-2} + b_{n-1} \\ b_n^* &= a_{n-1} b_1 + a_{n-2} b_2 + \cdots + a_2 b_{n-2} + a_1 b_{n-1} + b_n \end{aligned} \right\} \quad (1.2.12)$$

显然,式(1.2.13)还能够写为

$$b^* = T b \quad (1.2.13)$$

反之,从式(1.2.1)是容易做到的,于是证明了它们的等价性。

上述定理的结果十分有用,它在辨识参数的实际问题中可以应用到很多方面。例如,假设式(1.2.2)中的有限差分方程已给定,就可以按下列方式求出方程的解 $y(k)$:

(1)利用式(1.2.4)和(1.2.6)把 n 阶差分方程化为式(1.2.1)的一阶状态方程;