谱分析的非线性方法

〔美〕S. 海金 主编

茅于海　彭应宁　林代茂 译

科 学 出 版 社

1 9 8 6

内 容 简 介

本书为联邦德国施普林格出版社出版的《应用物理丛书》第三十四卷(1983年第二版),主要讨论频谱分析中的非线性方法．这些方法在近十多年中已在许多科学领域得到了广泛的应用．全书共分七章,主要内容包括：预测误差滤波器(第二章);最大熵谱估计(第二、三、六章);时域离散序列的模型(第三、四章);最大似然谱估计(第五、六章);阵列信号处理(第五、六章);谱估计的新进展(第七章)．本书由S．海金主编,各章分别由有关方面有成就的教授和专家撰写．

本书可供通信、雷达、遥感、地质、气象、地球物理、天文等部门从事非线性谱估计研究的科技人员参考,也可供大专院校有关专业师生参考．

S. Haykin (Ed.)

NONLINEAR METHODS OF SPECTRAL ANALYSIS

Springer-Verlag, 1983

谱分析的非线性方法

〔美〕S．海金 主编

茅于海　彭应宁　林代茂 译

责任编辑　刘兴民

科学出版社 出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院[illegible]印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

*

1986年12月第一版　　开本：787×1092 1/32

1986年12月第一次印刷　　印张：10 3/8

印数：0001—2,300　　字数：230,000

统一书号：15031・763

本社书号：4470・15—7

定价：2.50 元

前　　言

本专题集系由七名活跃的研究工作者所著，它是第一本专门详细论述非线性谱分析方法的书。这些方法在最近十年或十五年中已在不同的学科领域中得到了日益广泛的应用。本书包括如下专题：

(1) 预测误差滤波器(第二章)；

(2) 最大熵谱估计(第二、三、六章)；

(3) 时域离散序列的模型(第三、四章)；

(4) 最大似然谱估计(第五、六章)；

(5) 阵列信号处理(第五、六章)。

第一章是本书的绪论。第二和第三章关于最大熵方法的讨论有点互相补充的性质，以便加深读者的印象。第三和第四章关于混合自回归-滑动平均谱的讨论，以及第五和第六章关于最大似然法的讨论也有类似的作用。

每一章基本上是独立的。然而，凡是在合适的地方，也注意到了全书各章之间的相互呼应，以帮助读者对相应的专题有更完善的理解。

本书中所包含的大多数材料在以前的书中是未曾出现过的。希望本书有助于谱分析及其应用方面的研究人员，也有助于刚开始在这个领域中从事研究的科技人员。

最后，我要对本书的所有作者以及使本书得以出版的联邦德国施普林格出版社的洛茨奇 H.Lotsch 博士表示深切的感谢。

S.海金

1979 年 4 月于安大略省汉密尔顿

目　　录

第一章 引 言

S.海金(S.Haykin)

1.1 时 间 序 列

时间序列是由一组按时间顺序所观测的值组成的。如果观测过程在时间上是连续进行的，则称这个时间序列是连续的。相反，如果观测过程是在离散的时间点上进行的，则称这个时间序列为离散的．本书中，我们将主要分析时域离散序列。

一个时域离散序列可写成

$$\{X_n\}=\{x_1, x_2, \cdots, x_N\}, \tag{1.1}$$

它表示在等间隔时间点 Δt, $2\Delta t$, $\cdots$, $N\Delta t$ 上所得到的一组观测值。在实际中，当我们以每秒 $1/\Delta t$ 次的取样速率对一个连续时间信号 $x(t)$ 进行均匀取样时，就可以得到一组观测值．此处，信号也可以在一开始就以离散形式出现。

如果序列 $\{x_n\}$ 的未来值可用某个函数准确地描述，则这类时间序列称为确定时间序列；反之，如果序列 $\{x_n\}$ 未来值只能用概率分布来描述，则这类时间序列称为统计时间序列。统计时间序列表示随机过程（即随时间的推移按随机规律展开的统计现象）的一个特定的现实。

如果一个随机过程的性质不随其原点而变化，则这种随机过程就是严平稳随机过程．因此，对于严平稳的离散随机过程，当其任一组观测值的所有观察时刻向前或向后移动任意

整数值时，这组观测值的联合概率分布函数不变[1.1]. 严平稳性的一个重要推论是，过程的全部概率结构仅取决于时差. 然而，q 阶弱平稳性的条件就松一些，它只需要过程的 q 阶和 q 阶以下的统计矩仅取决于时差即可。

1.1.1 自相关函数和自协方差函数

我们可以把时间序列 $\{x_n\}$ 看成离散随机过程的一个特定的现实。这个过程的均值定义为

$$\mu_x(n) = \mathrm{E}[x_n], \tag{1.2}$$

式中 E 表示期望算子。当滞后为 m，时间原点为 n 时，过程的自相关函数定义为

$$R_x(m,n) = \mathrm{E}[x_{n+m}x_n^*], \tag{1.3}$$

其中星号 * 代表复共轭运算。此过程相应的自协方差函数定义为

$$C_x(m,n) = \mathrm{E}\{[x_{n+m} - \mu_x(n+m)][x_n^* - \mu_x^*(n)]\}. \tag{1.4}$$

在二阶弱平稳过程的情况下，均值 $\mu_x(n)$ 和自相关函数 $R_x(m,n)$ 都与时间原点 n 无关，因此可以写成

$$\mu_x(n) = \mu_x = 常数, \tag{1.5}$$

$$R_x(m,n) = R_x(m), \tag{1.6}$$

和

$$C_x(m,n) = C_x(m). \tag{1.7}$$

我们发现，当 $m=0$ 时，$R_x(0)$ 等于随机变量 x_n 的均方值，而 $C_x(0)$ 等于 x_n 的方差。而且，当均值 μ_x 等于零时，自相关函数和自协方差函数变成同一个函数。

弱平稳过程的自相关函数 $R_x(m)$ 具有共轭对称性，即

$$R_x(-m) = R_x^*(m). \tag{1.8}$$

具有这种性质的函数称为厄密特(Hermitian)函数。

1.1.2 谱密度

自相关函数 $R_x(m)$ 可以在时域上描述一个弱平稳过程的二阶统计特性。等效地，我们也可以用谱密度 $S_x(f)$ 在频域上来描述该过程的二阶统计特性。谱密度 $S_x(f)$ 和自相关函数 $R_x(m)$ 构成了一个傅里叶变换对[1,2]．也就是说，对于一个无限长的时间序列 $\{x_n\}$，其谱密度与自相关函数的关系可表示为

$$S_x(f)=\Delta t\sum_{m=-\infty}^{\infty}R_x(m)\exp(-j\,2\,z\pi fm\Delta t), \qquad (1:9)$$

式中 Δt 是等间隔取样序列中的两相邻取样点间的时间间隔。为了从谱密度求出自相关函数，可以利用反变换公式

$$R_x(m)=\int_{-1/2\Delta t}^{1/2\Delta t}S_x(f)\exp(j\,2\,\pi fm\Delta t)df. \qquad (1:10)$$

1:1.3 线性滤波

通常用线性滤波器来处理时间序列。为了表征这样一个滤波器的时域特性，经常采用的办法是描述它的冲激响应．冲激响应定义为滤波器对单位脉冲产生的响应。现在，我们来研究把一个长度为 N 的时间序列加到线性滤波器输入端的情况，滤波器冲激响应 $\{h_n\}$ 的长度为 M，这可用图 1.1 来说明。用 y_n 表示滤波器的输出，则 y_n 可以由下面的褶积和得到：

$$y_n=\sum_{k=1}^{M}h_kx_{n-k+1}, \quad 1\leqq n\leqq M+N-1. \qquad (1:11)$$

如果 $\{x_n\}$ 和 $\{h_n\}$ 都是复数值，或两者之一是复数值，那么 $\{y_n\}$ 也是复数值。

表示线性滤波器输入-输出关系的另一种实用的方法，是把式(1.11)这个时域的表达式转换成 z 域表达式。为此，将式(1.11)两边都进行 z 变换，从而得到以下简洁的关系式[1.3]：

$$Y(z)=H(z)X(z), \tag{1.12}$$

式中

$$X(z)=\sum_{n=1}^{N}x_nZ^{-n}, \tag{1.13}$$

$$H(z)=\sum_{n=1}^{M}h_nZ^{-n}, \tag{1.14}$$

和

$$Y(z)=\sum_{n=1}^{M+N-1}y_nZ^{-n}. \tag{1.15}$$

函数 $H(z)$ 称为滤波器的传输函数。变量 Z^{-1} 称为单位延时算子。

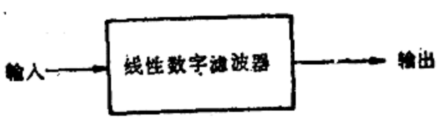

图 1.1 时间序列通过线性滤波器的传输

为了得到滤波器的频率响应，只需将 $z=\exp(j2\pi f\Delta t)$ 代入式(1.12)中就可以了。这相当于在 z 平面的单位圆上来估计 z 变换 $X(z)$，$H(z)$ 和 $Y(z)$ 的值。

1.2 时间序列的模型

可以按照下面的想法来建立随机过程的模型，首先，从一

个确定分布(通常假设是均值为零，方差为σ^2的高斯分布)的过程中随机提取一组独立的脉冲或冲激序列(这样提取的一组随机脉冲变量所组成的过程称为白噪声过程)，然后，用它们可以产生一个相继值密切相关的时间序列.具体作法是，把这个均值为零的白噪声过程加到线性滤波器的输入端，而用滤波器的输出作为一个随机过程的模型.然而，为了使这个模型有实用意义，最重要的是，必须用尽可能少的滤波器参数来获得对过程足够满意的表示.现在我们来研究，如何在保持模型有用的情况下，导出这个节省原理[1.1]. 具体地说，可以把随机过程分为三类：

(1) 滤波器为递归结构，且只有反馈通路，如图 1.2 所示。如果把一白噪声送到滤波器的输入端，则滤波器的输出可以模拟一个p阶自回归(AR)过程，这里p是滤波器中单位延时部件的数目.

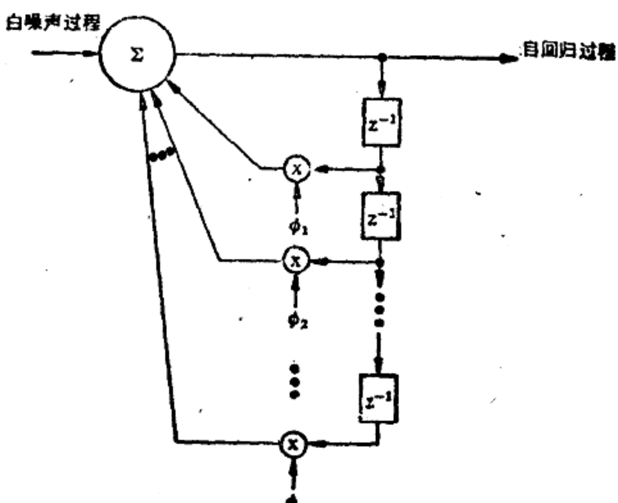

图 1.2 只有反馈通路的递归滤波器

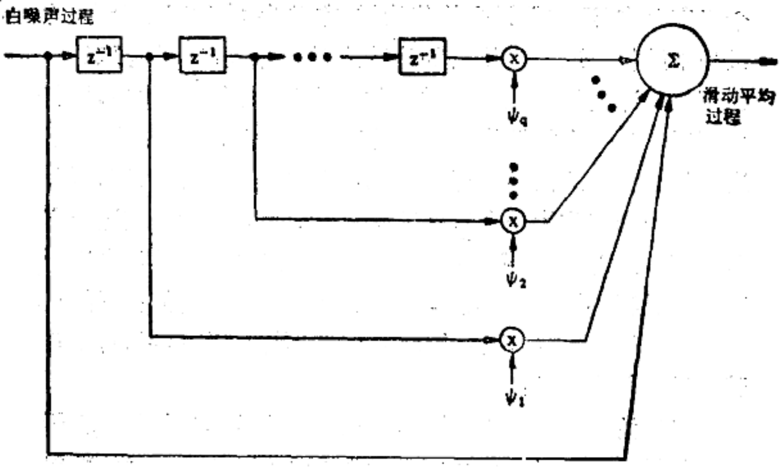

图 1.3 非递归滤波器

(2) 滤波器为非递归结构的，即它只有前馈通路，如图1.3所示。我们把这种方法模拟的过程称为 q 阶滑动平均过程(MA)，这里 q 是滤波器中单位延时部件的数目。

(3) 为了使统计时间序列的模型更加灵活，让模型中既包含自回归分量，又包含滑动平均分量有时更为有利.也就是说，我们可以把既有反馈通路，又有前馈通路的滤波器的输出，作为过程的模型.这种过程称为(p, q)阶自回归-滑动平均(ARMA)的混合过程，这里 p 和 q 分别表示过程的自回归和滑动平均成分。

在第三章中，将要详细地讨论AR、MA和ARMA模型。

1.3 谱分析的线性和非线性方法

为了描述二阶弱平稳随机过程的性能，我们更经常使用

谱密度而不用自相关函数，因为谱的表达式可以揭示出过程中所潜藏的周期，或揭示出靠得很近的谱峰等有用信息。然而，为了用谱密度去描述过程的特征，必须设计一个有限数据长度来估计谱密度的可靠的估计方法。的确，自维纳[1.4]确立了过程的谱密度和自相关函数彼此构成傅里叶变换对这一事实以来，有限长平稳时间序列谱密度的估计问题就成了一个经典的问题。

直到 1967 年以前，用于估计随机过程谱密度的大多数方法，都是根据布莱克曼(Blackman)和图基(Tukey)[1.5]的经典工作而得出的.用这种方法估计谱密度的步骤是，首先用所得到的时间序列来估计各种不同滞后的取样自相关函数，然后将估计值乘以窗函数，以使得超出最大可能滞后的自相关函数等于零。最后，求出这个乘积的傅里叶变换，就得到了谱密度的估计。这个估计的期望值等效于随机过程真实的谱密度与窗谱的褶积。用布莱克曼-图基方法所得到的谱密度估计，其统计稳定性和分辨力都与窗函数的选择密切有关，所以许多人花费相当大的精力去寻找较好的窗函数[1.6]。

另一种估计谱密度的方法是建立在周期图[1.7]基础上的.周期图定义为可得到的时间序列之傅里叶变换幅度的平方.由于快速傅里叶变换[1.3]的出现，周期图法就成了一种相当普遍的方法.特别是韦尔奇(Welch)所提出的方法[1.8]，它对几个短的修正周期图进行时间平均，显著地减少了运算次数，也减少了为记录长数据所需的存贮容量。然而，用快速傅里叶变换来计算谱密度时，需要对数据进行周期性扩展，这就在谱中引入了数据中本来不存在的周期性。所以，像布莱克曼-图基方法一样，用周期图估计谱密度的方法也利用了窗函数。

根据布莱克曼-图基法和周期图法所得到的各种谱密度估计称为线性估计，这是因为它们对所得到的时间序列只进行线性运算.然而这种线性估计器的一个重要缺点是，有时它可能会引出使人误解的或虚假的结论。这是由于它们都利用了与所分析随机过程的性质毫无关系的窗函数所致。假如所得到的时间序列长度极为有限，不能满足统计稳定性的要求，以致于找不到固定的窗函数来分辨所感兴趣的各频率分量时，就要求所加的窗函数形式特别灵活。

用最大熵法(MEM)或最大似然法(MLM)[1)]可以避免加窗问题.根据这两种方法所得到谱密度估计称为非线性估计，因为这类估计方法的设计与数据有关。

MEM的基本想法是选择这样一种谱，它对应于最随机的，或最不可预测的时间序列，而这个时间序列的自相关函数又与一组已知值相一致[1.9]。这个条件等效于将所得时间序列的自相关函数进行外推，外推的原则是要使过程的熵最大(熵是平均信息量的量度).因此MEM不同于普通的线性谱分析方法，它避免了数据周期性延伸的假设，也不需要假设所得记录长度之外的数据为零。MEM估计也叫作自回归谱估计[1.10]。

MLM最初是由卡彭(Capon)[1.11]为分析阵列的频率波数而提出来的。这个方法可以用平稳时间序列谱分量的最小方差无偏估计来表示。实际上，最大似然谱估计是这样设计的，它可以以最佳方式无畸变地通过某一特定频率分量，同时又能最大限度地抑制输入的所有其它频率分量。

---

1) IEEE出版社出版了一期专集，其中大部分文章都是从1967—1978年期间期刊上刊登的有关最大熵和最大似然谱分析法及其应用等方面的论文中选出来的. 详情请看这期专集[1.12].