

王竹亭著

新華書店發行

鐵路行車時間 計算法



鐵路行車時間
計 算 法

王竹亭著

新華書店發行

書號：0789

鐵路行車時間計算法

著 者： 王 竹 亭

發 行 者： 長 華 書 店

印 刷 者： 新華印刷廠北京第一廠
(阜成門外北廠土路)

1—5,000(京) 一九五一年一月初版

自序

鐵路建設中有一重大問題，亟待事前考慮，此問題為何？蓋即車站間相隔距離之合理化是也。所謂站間距離，不必指空間而言，實宜以時間為準則。軍事鐵路欲求最大運輸之功能，與夫商業鐵路期達最高經濟之效率，咸必以鐵路之充分利用為目的；換言之，即所築鐵路須達其最大運輸之能力，亦即所製造之“噸公里”數量，須達其最高之極限方為功也。

運輸能力所賴以轉移之因素固多，但最重要者厥為站間行車時刻之分配。按之理論，假定全路站間時間距離為均等，當以在平行行車之制度下所開列車之數目為最大。然平行行車，必須使全路列車，不分等級，概以相等速度行駛，此制除非戰時運輸，概不採用。但即就一部分列車而論，終以站間時距相等，可以免除停候時間之損失，較為合理。定線之初，宜先參照鐵路運輸最大需要，推定每日列車往返之最大數目；依此往返次數，規定站間時距。例如每日以往返四十八列車為目的，則每小時中，相鄰兩站間須對開兩個列車；而站間往返一次，須歷一小時之久。單軌鐵路，在普通慣例言之，此殆為最大列車之次數。在新路開始營業之初，如運務稀疏，固無須將所有計畫中之車站，盡行開設；即列車次數亦可相應低減。以後則視業務之發展，將車站數目逐漸增加至最大限度可也。按諸理論，站間距離愈短，

放車能力愈高；然若將站間距離縮短至最小之極限而爲零，則單轍變爲雙轍矣。雖其間變化無窮，要亦不外以行駛時間爲出發點耳。故行駛時間足以影響鐵路運輸之能力，爲理至明。

各級列車之分配，以及一般行車時刻之規定，必須以列車行駛站間所需時間爲準，此所以時間之推算，必須精詳。其推求也，固可以試車之方法行之，但爲經濟起見，則不妨根據理論之分析推求；冀免列車組成及路線狀態稍一變動時，即須作耗財費時之試車耳。

此書之作，在引起學者對於列車行駛時間計算方法之興趣；進一步，且希望此後新路定線對於站間距離俱臻於合理，舊路營業對於行車時間悉能至當，則此作爲不虛矣。

作者閱歷膚淺，書中涉及之處，雖力求詳盡，然管中窺豹，恐終不免爲識者所笑。海內學者，幸指正焉！

一九三八年七月廿一日於滬寧

陳 鏞

[illegible]

5.	分析圖解混合法		...16
6.	$\frac{60}{V}=f(i)$ 曲線插分法		...19
7.	路線縱剖線之化直		...23
8.	當量坡度		...24
9.	科累夫之 $V=f(i)$ 曲線法		...26
10.	$\frac{60}{V}=f(i, Q)$ 曲線之作法		...27
11.	行車時間圖解計算簡法		...28
12.	科累夫之 i, V 及 Q 之關係線		...30
13.	空輿之角尺法		...34

14. 加拉諾夫之圖解	37
-------------	----

列車運動公式之精確圖解法

15. 得斯杜埃慈·羅蒙諾索夫法	38
6. 杜貝略法	43
17. 利培慈法	46
18. 雷培丟法	47
19. 盧慈查法	55
20. 得革忒羅法	58
21. 蘇普盧耐庫法之一	68
22. 菲拉耐庫法	76
23. 得革忒羅之 $s=f(t)$ 曲線作法	84
24. 又一圖解法	85
25. 蘇普盧耐庫法之二	87
26. 曲度半徑法	89
27. 引用 $V=\sqrt{2gh}$ 公式法	96
28. 牟勒法	101
29. 翁賴恩法	106
30. 未爾得法	111
31. 愷撒法	114
32. 速度距離法	117
33. 武德圖解法	120
34. 圖解法結論	125
35. 汽門關閉時之列車運動	126
36. 輟力	133
37. 列車長度對於挽力之影響	144

挽力與速度

1. 原 理

列車行駛時，所受外力概分兩種：一曰挽力，曳列車前進之力也；二曰阻力，阻列車前進之力也。兩力之間，時時有維持平衡之趨勢，如挽力大於阻力，則列車愈行愈速，成為加速度運動；如阻力大於挽力，則列車作減速度運動，因而緩緩停止行駛。挽力阻力間，固有一定之關係在焉。設列車重量固定不變，則挽力愈大，速度亦愈高，反之亦然。列車重量對挽力而言，亦可稱阻力 (resistance)，蓋挽力欲曳列車前進，而列車重量則適反向牽掣之，使保持原有狀態及位置，而不使前進。

列車阻力，種類甚多，其總阻力 (total resistance) 有下列數種：

- I 機車內部阻力 (resistances internal to the locomotive)；
- II 列車外界阻力 (external resistances of the train)，如坡度阻力 (grade resistance)、曲線阻力 (curve resistance)、加速阻力 (inertia resistance)、開駛阻力 (starting resistance)、空氣阻力 (atmospheric resistance) 等等皆屬之。

列車每噸重量之阻力，稱為比阻 (specific resistance)。挽力亦稱機力。

各種阻力計算方法，宜有專書論之，不詳述於此編，惟宜明瞭列車運動重力學之原理，當在挽力與阻力之平衡。

假設以 Z 代表機車挽力 (tractive power)；以 W 代表列車阻力 (train resistance)，包括機車內部阻力、重量阻力、空氣阻力、路面阻力、軸輪阻力等；以 W_i 代表坡度阻力；以 W_r 代表曲線或彎道阻力；而以 i 代表坡度之千分數 (‰)；則挽力與阻力平衡條件，可用下式表示之：

$$Z = W \pm W_i + W_r \dots\dots\dots (1)$$

挽力可分三種：

(I) Z_i = 汽缸挽力 (indicated tractive power)

(II) Z_r = 輪緣挽力 (tractive power on wheel rim)

(III) Z_e = 挽鉤挽力 (tractive power on drawbar)

汽缸挽力與輪緣挽力之差，等於機車內部（自汽缸至輪緣間）阻力 W_m ，即

$$Z_i - Z_r = W_m \dots\dots\dots (2)$$

輪緣挽力與挽鉤挽力之差，等於機車煤水車之重量阻力 W_t ，即

$$Z_r - Z_e = W_t \dots\dots\dots (3)$$

列車所掛車輛重量之大小，宜按挽力及阻力計算之。列車重量計算時，常以比阻為權衡單位，例如以

P 代表機車和煤水車之重量 (噸)，

Q 代表車輛之總重量 (噸)，

則機車之每噸阻力為 $w_m = \frac{W_m}{P}$ 或 $w_t = \frac{W_t}{P}$ 。

車輛之每噸阻力為 $w_w = \frac{W_w}{Q}$

此間之 W_w 為車輛之總括阻力。

挽力阻力之關係，又得用下式表示之：

$$Z_1 = (w_m + w_i)P + w_w Q + w_c(P + Q) + w_r(P + Q) \dots\dots (4)$$

$$Z_r = w_i P + w_w Q + w_c(P + Q) + w_r(P + Q) \dots\dots\dots (5)$$

$$Z_s = w_w Q + w_c(Q + P) + w_r(P + Q) \dots\dots\dots (6)$$

此間之 w_i 及 w_r 當為列車每噸之坡度阻力及曲線阻力。

機車挽力的發展，常受有三種限制：(一)輪軌摩阻力，(二)汽缸工作量，及(三)汽鍋製汽量。在普通情形中，汽缸工作量，不至成為限制要素。而摩阻力及汽鍋製汽量則常為挽力限制主要原因。

往昔，此摩阻係數，曾認為與行車速度無關，恆視為常數。現在此說已被推翻；實驗結果，蓋已證明摩阻係數係隨車行速度而變，不過速度不甚大時，將此係數視為常數亦無顯著之差誤而已。

列車阻力，甚難精確計算，蓋列車阻力所含成分極複雜，其中有與行車速度有關係者，有與列車重量有關係者，此外尚有列車前後左右之面積及形狀(是否流線式)等因素，論之甚為繁複，然約言之，可用下式表示之：

$$w = a + bV + cV^2 + dV^3 \dots\dots\dots (7)$$

式中之 w 代表列車每噸阻力； V 代表速度； a ， b ， c 及 d 則為係數，其值由實驗得之。此式則為實驗公式，非由理論分析得來者也。美國包爾提摩爾(Baltimore)，俄海俄州(Ohio) 及他處之鐵路，曾為運貨列車創製下列公式：

$$W = 2.2 Q + 1.2 N \dots \dots \dots (8)$$

式中 W 爲列車阻力(以磅計), N 爲列車中車輛數目, Q 爲列車重量〔以噸(2000 磅)計〕, 此式不含 V , 在每小時 35 哩之速度以內適用。

美國意大利諾大學什密特(Schmidt)教授, 定有實驗公式數種, 適用於 $V \leq 40$ 哩時:

如貨車重爲 15 噸時, $w = 7.15 + 0.085 V + 0.00175 V^2$;

如貨車重爲 20 噸時, $w = 6.30 + 0.087 V + 0.00126 V^2$;

如貨車重爲 25 噸時, $w = 5.60 + 0.077 V + 0.00116 V^2$;

如貨車重爲 30 噸時, $w = 5.02 + 0.066 V + 0.00116 V^2$;

如貨車重爲 35 噸時, $w = 4.49 + 0.060 V + 0.00108 V^2$;

如貨車重爲 40 噸時, $w = 4.15 + 0.041 V + 0.00131 V^2$;

如貨車重爲 45 噸時, $w = 3.82 + 0.031 V + 0.00140 V^2$;

如貨車重爲 50 噸時, $w = 3.56 + 0.024 V + 0.00140 V^2$;

如貨車重爲 55 噸時, $w = 3.38 + 0.016 V + 0.00142 V^2$;

如貨車重爲 60 噸時, $w = 3.19 + 0.016 V + 0.00132 V^2$;

如貨車重爲 65 噸時, $w = 3.06 + 0.014 V + 0.00130 V^2$;

如貨車重爲 70 噸時, $w = 2.92 + 0.021 V + 0.00111 V^2$;

如貨車重爲 75 噸時, $w = 2.87 + 0.019 V + 0.00113 V^2$ 。

式中之 w 以磅計, V 以哩計。

此外尚有甚多簡式, 皆用以推求貨列車之阻力者, 惟嫌不甚精確耳, 例如:

工程新聞(Engineering News) 所定之 $w = 2 + \frac{V}{4} \dots \dots (9)$

包爾德文(Baldwin) 機車廠所定之 $w = 3 + \frac{V}{6} \dots \dots (10)$

至於客列車之每噸阻力，則有下列諸公式：

美國機車廠所定之

$$w = 5.4 + 0.002(V-15)^2 + \frac{100}{(V+2)^3} \dots\dots\dots (11)$$

賓夕法尼亞州 (Pennsylvania) 鐵路所定之

$$w = 3 + 0.1315 V \dots\dots\dots (12)$$

奇異公司 (General Electric Co.) 所定之

$$w = \frac{50}{\sqrt{Q}} + 0.03V + \frac{0.002 V^2}{Q} A \left(1 + \frac{N-1}{10}\right) \dots (13)$$

式中之 A 表示列車每端之面積，以平方呎計； Q , V 及 w 等均以美國制計算。

列車阻力之計算方法頗多，此不過其概要耳。此外如貨客機車、貨客車輛之阻力計算公式亦極多；欲精詳計算列車之阻力，必就機車種類，車輛種類，天氣之暖冷，風雪之有無，以及車轍之寬度等等極複雜之因素，分別計算。然此非本編所擬涉及。此處所應言及的，只是列車每噸阻力，與車行速度有關係者。

表示此阻力與速度關係之公式，常將含 V^3 及 V^2 各項刪去，即如

$$w = a + cV^2 \text{ 或 } w = a + bV$$

以上所述之列車阻力，乃指在水平直線上而言；此外更須計入坡度阻力及曲線阻力。坡度每噸阻力，如以美制計算，則為

$$w_i = 200i \text{ 磅} \quad (\text{此處 } i \text{ 為坡度，以千分數計。})$$

如以萬國公制計算，坡度每公噸阻力則為

$$w_i = i \text{ 公斤}$$

至於曲線阻力之計算，德法等國常用下列實驗公式：

$$w_r = \frac{500}{R-30} \text{ 公斤/噸 (用於次要路線)}$$

$$w_r = \frac{650}{R-55} \text{ 公斤/噸 (用於重要路線)}$$

$$w_r = \frac{750}{R} \text{ 公斤/噸}$$

式中 R 代表曲線半徑，以公尺 (meter) 計。

曲線阻力，常變為當量坡度阻力，與坡度阻力合併，以便計算。

美國鐵路習慣，恆將曲線阻力，折合為坡度阻力，以加入坡度阻力中。其折合計算之法如下：

曲線每度當坡度之百分數	適用條件
0.03	1. 如曲線長度，小於最長列車長度之半。 2. 曲線開始於上坡最初 20 呎內。 3. 曲線不為任何限制因素。
0.035	1. 曲線長度，介於最長列車長度之半及 3/4。 2. 曲線開始於上坡下端 20 呎及 40 呎間。
0.040	1. 曲線上行車緩慢。 2. 曲線長度大於最長列車長度之 3/4。 3. 外軌超高度 (superelevation) 對貨列車太高。 4. 曲線可為限制因素。
0.05	1. 無顧慮高度損失的必要時。

此表見 A.R.E.A. Manual of 1929, p.1260—p.1261

表中「曲線每度」為「per degree of curve」譯意，係指美國所用 100 呎段長之曲度而言。

2. 速度

機車挽力如已求得，則列車所行之速度，不難推算。每一機車，

均可按其挽力、汽缸與主輪 (driving wheel) 之大小，推求其速度與挽力之關係。簡約言之，挽力與速度之消長，是相反的；挽力加大，則速度降低；反之，速度加高，則挽力降低。但二者不成直線關係。其關係可由圖 1 見之。圖 1 之水平座標代表 V ，以公里/小時 (km/hr) 計。其垂直座標代表挽鉤挽力，以公斤 (kg) 計。所用機車為 2-10-0 式。機車及煤水車之重量 (P) = 180,000 公斤，其所拉列車之重量 (Q) = 1,600,000 公斤。比阻 (w) = $2 + 0.0005 V^2$ 公斤/噸。ABC 線為挽力速度線 (即 $Z_e V$ 線)，1, 2, 3, 4, 5, 6 等線為不同坡度上之列車

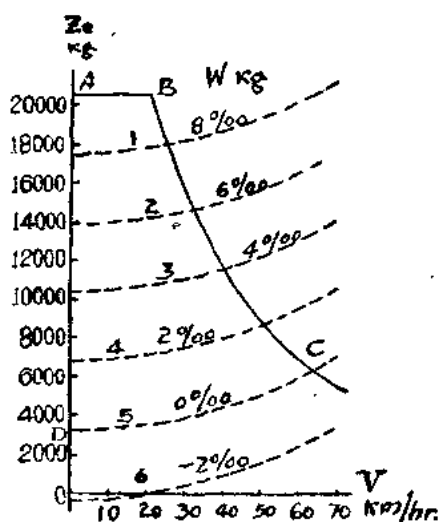


圖 1.

總括阻力 (連坡度及曲線阻力)。例如坡度為 $i = 0‰$ 時， $Z_e V$ 線與 W 線相交於 $V = 63$ 公里/每時處；如 $i = 8‰$ ，則相交於 $V = 25$ 公里/每時，其相應之挽力亦可按圖推求之。

就 $i = 0‰$ 而言，速度在 $V = 63$ 公里/每時以下時，列車之進行為加速運動。ABCD 曲線所包括之面積，代表加速之原動力。速度一增至 C 點 (即 $V = 63$ 公里/每時)，即成為等速運動。因為路線坡度及曲線半徑時時在變化中，所以列車總阻力亦無一時不在改變，以至列車速度亦無一時固定。欲使阻力固定不變，必須使坡度固定

不變；然此為不可能之事。列車於跨越兩種不同坡度接連之處，其速度不加大即減低，故式(1)只適用於瞬間，而不能適用於實際之計算。宜以微積分法代之，即 $V = \frac{ds}{dt}$ ； ds 代表無限小的距離，而 dt 代表無限小的時間， V 即代表瞬時速度。牛頓定律說：

$$[\text{力}] = [\text{質量}] \times [\text{加速度}]$$

故 $[\text{挽力}] - [\text{阻力}] = [\text{列車質量}] \times [\text{列車重心之加速度}]$

重力加速度 $g = 9.81$ 公尺/秒²

$$g = 9.81 \times \frac{3600^2}{1000} = 127,137.6 \text{ 公里/時}^2$$

列車動轉之時，車輪亦旋轉，因而發生旋轉阻力，亦可謂列車原有的質量格外增高。如列車原有質量為 M ，則動轉時之質量應為 $M(1+\gamma)$ ， γ 之值小於1，且視機車的原動力及機車車輛的載重量之大小而有差異。例如

$$\text{汽力機車} \begin{cases} \text{二軸載貨車} \cdots \cdots \cdots \gamma = 4\% \\ \text{二軸空貨車} \cdots \cdots \cdots \gamma = 11\% \end{cases}$$

$$\text{電力機車} \cdots \cdots \cdots \gamma = 3\% \text{ 至 } 40\%$$

汽力機車之 γ 常按 6% 計算。列車之質量為

$$\begin{aligned} M &= \frac{(P+Q) \times 1000 \times (1+\gamma)}{g} = (P+Q) \frac{1000 \times 1.06}{g} \\ &= \frac{P+Q}{120} \cdots \cdots \cdots (14) \end{aligned}$$

上式當依萬國公制之單位計算(以下準此)。

挽力大於阻力時，速度漸增，是為加速；反是，挽力小於阻力時，

速度漸減，是為減速。列車開駛之始，挽力如小於阻力，車即停而不動；挽力與阻力相等，則速度不變，而為等速運動。

機車挽力，可分三種：即 Z_e , Z_i 及 Z_r ，已述於前。推求列車運動公式時，採用三者中任何之一，均無不可，如採用 Z_e ，則得下式：

$$Z_e - [w_w Q + w_i (P + Q) + w_r (P + Q)] = \frac{P + Q}{120} \times \frac{dV}{dt}$$

移項得

$$\frac{dV}{dt} = 120 \left[\left(\frac{Z_e - w_w Q}{P + Q} \right) - w_i - w_r \right]$$

在萬國公制單位中， w_i 適等於 i ；且 w_r 又可變為當量坡度 i_r ，故上式更可寫作

$$\frac{dV}{dt} = 120 \left[\left(\frac{Z_e - w_w Q}{P + Q} \right) - i - i_r \right] \quad (15)$$

此式中小括弧內之一項，代表列車經行平直路線時之單位挽力，即每噸挽力。此單位挽力之推求，亦有三法（以 k 代之）：

$$k = \frac{Z_i - (w_m + w_l)P - w_w Q}{P + Q} \quad (16)$$

$$k = \frac{Z_r - w_l P - w_w Q}{P + Q} \quad (17)$$

及
$$k = \frac{Z_e - w_w Q}{P + Q} \quad (18)$$

因是而得

$$\frac{dV}{dt} = 120(k - i - i_r)$$

如列車下坡而行，須用軋機，則運動公式中須添上軋機每噸阻力(h)之一項。

$$\frac{dV}{dt} = 120(k - i - i_r - h)$$

若以 k 代 120, 則得

$$\frac{dV}{dt} = \zeta(k - i - i_r - h) \dots\dots\dots (18a)$$

更可寫為普通公式如下:

$$\frac{dV}{dt} = \zeta(z - w - i - i_r - h) \dots\dots\dots (19)$$

3. 列車運動公式之積分法

前章曾述及挽力的限制因素有三種: 即軌輪間之摩阻力, 汽缸之能力及汽鍋之製汽能力。圖 1 之 AB 線即代表軌輪間摩阻力之限制; BC 線則表示汽鍋之製汽能力。

如輪軌摩阻力之極限線 (即 AB) 為平行於水平座標 (參看圖 1) 之直線, 則列車運動公式之積分法極簡。列車經行水平直線上時, 其運動公式為

$$\frac{dV}{dt} = 120k \dots\dots\dots (20)$$

$$t = \int_{V_1}^{V_2} dt = \frac{1}{120k} \int_{V_1}^{V_2} dV = \frac{1}{120k} (V_2 - V_1) \dots\dots (21)$$

又因 $V = \frac{ds}{dt},$

故
$$s = \int_{V_1}^{V_2} ds = \int_{V_1}^{V_2} V dt = \frac{1}{120k} \int_{V_1}^{V_2} V dV$$

$$= \frac{1}{240k} (V_2^2 - V_1^2) \dots\dots\dots (22)$$

上列各中之 t 代表時間, s 代表距離, V 及 k 之意義見前。

但輪軌間的摩阻力係數, 不是固定, 且與速度成反比: 速度增大,