

叢論史算中

第三集

李儼著

科學出版社出版

51.042

中 算 史 論 叢

第 三 集

李 儼 著

科 學 出 版 社 出 版

1955年3月

02668

內容介紹

本書專述我國各時代的數學文獻，以及中算家之成就與史蹟。作者係就本人以前原有此項著作加以修訂，並就最近數年來的單篇論文加以補充整理，各集分門別類，以便研究和參考，共編成五集。

此書第三集係介紹我國明清之際西算輸入情形，和中算家對當時輸入的西算研究之成就，內有明清之際西算輸入中國年表，對數的發明和東來，三角術和三角函數表的東來，明清算家的割圓術研究，中算家的九九加減術，中算家的圓錐曲線說，日算橢圓周術及梅文鼎年譜等篇，並在書前列有中國的數理，以便讀者對中國數學先有一綜合的認識。

中算史論叢 第三集

著 者 李 儼
出版者 科 學 出 版 社
印刷者 新 光 明 記 印 刷 所
總經售 新 華 書 店

北京東四區帽兒胡同 2 號
上海康定路 162 號

書號: 0168	1955年3月第一版
(專) 046	1955年3月第一次印刷
(滙) 0001-3,760	開本: 787×1092 1/25
字數: 375,000	印張: 23 $\frac{9}{25}$

定價：道林本五元六角
報紙本四元

序

公曆 1919 年以後，關於中國數學史論文，陸續登載於各雜誌和報紙的，共有八十餘篇，已於公曆 1931 年，1933 年，1935 年，1947 年，選擇比較重要的，輯成“中算史論叢”（一），（二），（三），（四），由中華學藝社分別作為“學藝彙刊”之一，由商務印書館陸續出版。其中各冊，有時間較久，現在已經絕版，一方面近年此項史料，時時又有發現，修訂該書，十分需要。今年上海中國科學社發起編輯“中國古代科學史料叢書”，其中關於“中國古代數學史料”，已經編成一書，交由該處出版。中國數學歷史較長，不限於古代，而古代數學亦有和以後各時代相聯系之處，因就以前已出版的“中算史論叢”（一），（二），（三），（四）內各篇論文，詳加修訂，其中有全部重寫的，有局部修改的。一方面再補入近年所已發表，未經彙輯出版的單篇論文，重加排列，編成“中算史論叢”，第一集，第二集，第三集，第四集，第五集。各集篇目，都載在各集之內，此項新集在出版之前，曾經嚴敦傑先生校訂一過，又補充若干寶貴史料。各集出版之後，尤望讀者再加補充，多給批評。

1954 年 4 月李儼序於蘭州

中 算 史 論 叢

第 三 集

目 次

中國的數理	1
明清之際西算輸入中國年表	10
對數的發明和東來	69
三角術和三角函數表的東來	191
明清算家的割圓術研究	254
中算家的九九加減術	513
中算家的圓錐曲線說	519
附：日算橢圓周術	538
梅文鼎年譜	544

中國 的 數 理

中華民族是古代文明民族之一，一切政治學術，最初即有相當進展。自然科學，如天文曆數，其發達情形，初不讓其他先進各民族。獨惜年代久遠，記載不全，事蹟無由確知。據古書傳說，原始中國的數理，可以知道的，是結繩的應用，數字的創作，九九的傳說。結繩制度，史書記載詳明。數字創作，證以鐘鼎甲骨的記載，則遠在殷周以前。至九九相乘之說，則周秦之際，諸子論說，時有附記，尚可徵信。此外古代建築，幾何圖案的應用，以及天象星辰的觀測，都需要算數。世本有“黃帝使羲和占日，常儀占月，史區占星氣，伶倫造律呂，大撓作甲子，隸首作算數”的傳說。到周代，文物制度已經大備。周公制禮，周官保氏曾：“教國子以六藝：一曰禮，二曰樂，三曰射，四曰御，五曰書，六曰數。”內則稱：“六年教之數與方名，十年出就外傅，居宿於外，學書計。”由此可證周代亦已注重數學教育，文化遠勝前古，亦非偶然。

古算書流傳到現在的，首推算經十書，其第一部周髀算經，有周公商高問答之語，所說述天算學說，是不朽名作。第二部九章算術，是世界有名之純粹算術書。周髀算經首論正三角形（即勾股形）性質，所述句三，股四，弦五，和畢達哥拉斯定理意義相同；並由此應用到測天量地，於整數之外並有分數的推算，如二十四氣以九寸九分又六分之一進為加減，即是其例。九章算術，以流傳長久，疊經刪改註釋，其分章次序尚無定論。但整數

四則，分數四則，比例、差分、開方、以及簡單的平面立體幾何形體的計算，以至聯立方程，皆可於此中求得。算經十書現存的，還有孫子算經，張丘建算經，夏侯陽算經，五曹算經，五經算術並海島算經，數術記遺，和上述的周髀，九章以及唐代緝古，共爲十種。孫子算經曾論及不定方程。張丘建算經並知不定方程，有一問數答之例，次論及二次方程。此外開平立方不盡，則孫子算經，張丘建算經，及其細草，並以“加借算”求得奇零，和方程理論相合。

中國古代計算的工具爲算，亦稱籌策。說文竹部稱：“算長六寸，計曆數者。”前漢書律曆志稱：“其算法用竹，徑一分，長六寸，二百七十一枚，而成六觚爲一握。”漢朝的尺度，按漢書食貨志稱：“王莽居攝，變漢制，以周錢有子母相權，於是更造大錢，徑寸二分，重十二銖，文曰大錢五十。”所謂“大錢五十”，即漢“大泉五十”，今粗計得“大泉五十”直徑長 27 毫米，則 6 寸當爲 135 毫米，長不及半英尺。每枚徑 1 分，當 $2\frac{1}{4}$ 毫米，積 271 枚，僅僅盈握也。此項長半尺的籌策，用它縱橫布算，自嫌笨重。所以隋書律曆志減其長爲三寸，甄鸞註數術記遺減其長爲四寸。此種用籌計算之方法稱籌算，這和筆算的將一切計算經過全記到紙上的方法略有不同，所以計算步驟，亦有差異，其原理則初無二致。但籌算是中國的特有算器，則爲世所公認的。

圓率的計算，以劉徽，祖冲之之爲較早，魏 劉徽於魏 陳留王 景元四年（公曆 263 年）注九章算術，其求圓率以圓內容六邊形起算，稱：“割之彌細，所失彌少，割之又割，以至於不可割，則與圓周合體而所失矣。”劉徽由此算得：圓徑一丈，圓周三丈一尺四

寸以上。此種學說爲後來論割圓的人所宗尙。祖冲之 (429—500 年) 字文遠，范陽 薊人，宋孝武大明六年 (462 年) 曾上書論曆。隋書稱：“祖冲之之更開密法，以圓徑一億爲一丈，圓周：盈數，三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒七忽，朒數，三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒六忽。正數在盈朒之間。密率，圓徑一百十三，圓周三百五十五。約率，圓徑七，周二十二。又設開差幕，開差立，兼以正圓參之，指要精密，算氏之最也。所著之書，名爲綴術，學官莫能究其深奧，是故廢而不理。”其所謂密率，比較德人 鄂圖的發現，先千一百餘年。同時算書，算經十書以外，漢隋以來，作者甚多，記入隋書經籍志的僅有半數，而市上流傳，私家記載，不入官書，年久失考的，尙居多數。敦煌千佛洞發現的古算書殘卷，卽是一證。

唐建都在長安，貞觀期內，國學內有八千餘人，興盛情形，近古未有。其書、算方面，各置博士，三千二百六十員。算學內，都以九章，海島，孫子，五曹，張丘建，夏侯陽，周髀，五經算，綴術爲顯業。兼習記遺，三等數。此時日本亦學習中國方法舉行算學考試。所用算經，是孫子，五曹，九章，海島，六章，綴術，三開重差，周髀，九司。隋唐以來，東西交通頻繁，西域曆法隨佛法輸入，執掌中朝曆法，一如明末清初西洋人執掌曆法之例。唐德宗時夏官正楊景風在廣德二年 (764 年) 註宿曜經，稱：“今有迦葉氏，瞿曇氏，拘摩羅等三家天竺曆，並掌在太史閣，然今之用，多瞿曇氏曆，與本術相參供奉耳。”云云。瞿曇悉達所譯的九執曆，並將西域寫算方法印度三角函數表傳入中國。同時西域的大小數記法等等，在國中亦有相當影響。唐時以善算著

稱的又有王孝通。孝通在武德九年（626年）參校曆法，所著緝古算經，於立體幾何形體，詳細論到。並論到二次，三次，四次方程，是宋元算家研治方程論的先聲。

算經十書在唐是九章，海島，孫子，五曹，張丘建，夏侯陽，周髀，五經算，綴術，緝古。就中綴術一書，到宋已經亡失，而以記遺代替古代算經疊經魏劉徽，周甄鸞，唐李淳風注釋之後，列入學官，成為中算的權威著作。宋時祕書省又傳刻此十書，由朝臣慎重校刊行世，宋元豐七年（1084年）祕書省和汀州學校所刻九章，周髀，五經，海島，孫子，張丘建，五曹，緝古，夏侯陽，記遺，影寫本已經傳世。就中孫子，張丘建，五曹，記遺，和殘本的九章算術宋刻宋印本，現在尚有流傳。大觀年興復算學，註釋考正當時見行算經，多至一百八十九卷，興盛情形也可想見。

宋元中間，算士甚多，其所論述，超過前代，是中算的黃金時代。最著名的是秦九韶，李治，楊輝，郭守敬，朱世傑諸人。他們所著的書現在還十之八九存在。

宋元算學的發達，實在靠着天元術。天元術是設天元一以代替未知數，和代數術方法相同，可是代數術是用筆計算，天元術是用籌計算。用籌計算，和用筆計算，將一切計算經過全記在紙上的，略有不同。所以它的計算方位，應當先確定。其初期如楚衍弟子賈憲“立成釋鎖開立方法”之置“實”，“方法”，“廉法”，和“下法”四層即是一例。我們還可以在沈立（1056年）所著河防通議，看到天元演段的最初計算方式。楚衍在天聖元年（1023年）編成崇元曆，賈憲是楚衍弟子。楊輝引有“賈憲立成釋鎖平方法，及立方法”。又引“賈憲開方作法本原圖”，這

和近代所稱巴斯噶 (Pascal) 三角形相同。四元玉鑑古法七乘方圖 (1303 年) 所記亦和這相同, 可是比較歐人早二百餘年。其“實, 方, 廉, 隅”方位在多乘方的, 則秦九韶, 李治, 朱世傑, 列式大體相同。亦有“太在元下”, 或“元在太下”的, 而於乘除進退, 則完全相同。李治敬齋古今註, 稱: “予在東平, 得一算經, 大抵多明如積之術。以十九字志其上下層數。曰: 仙, 明, 霄, 漢, 壘, 層, 高, 上, 天, 人, 地, 下, 低, 減, 落, 逝, 泉, 暗, 鬼。此蓋以人爲太極; 而以天, 地, 各自爲元, 而涉降之。”當時所設未知數, 先是天元, 所以稱天元術。以後遞增爲地, 人, 物, 而成四元。平陽李德載, 及上所稱李治在東平得一算經, 說到地元, 劉大鑑撰乾坤括囊末有人元二問。到朱世傑於大德七年 (1303 年) 撰四元玉鑑三卷, 是按天地人物立成四元。以元氣居中, 立天元一於下, 地元一於左, 人元一於右, 物元一於上。上升下降, 左右進退, 互通變化, 以成開方之式, 說見原書。天元術之演進, 至此而極, 至其正負開方有多至九乘方, (即十次方程) 他們所取方法, 自秦九韶以後, 都與和涅氏法 (1819 年) 一致, 而時代實先五百餘年。所以在世界數學史上, 關於方程論, 中華實在先進。

天元術發展之外, 一時數理, 如秦九韶的大衍求一術 (1247 年), 楊輝的縱橫圖說 (1275 年), 郭守敬的弧矢割圓術 (1280 年), 朱世傑的級數論 (1303 年), 都算一時獨步。

降及明代, 繼續籌算興起的是珠算。它的方法和籌算、筆算, 都有差異。現在以乘法爲例: 在筆算則一切算式可全書於紙上; 在籌算則以乘數、被乘數分列上下, 而以得數居中; 在珠算

則左右對列，得數列在中央。因此差異，其計算方式，亦有不同。故珠算多列歌訣，以助計算。如除法方面，則有“歸除”和“撞歸”，“起一”學說。其說起源在元代。元丁巨算法，(1355年)中所記甚詳。其時法式初創，尙不習用。所以元安止齋詳明算法序稱：“夫學者初學因歸則口授心會，至於撞歸，起一，時有差謬，……。”明代論述珠算最著的，是程大位於萬曆二十年（1592年）所著的算法統宗。在前則柯尙遷於萬曆七年（1578年）所著數學通軌亦已論及。在日本發現之汪訥菴重訂指明算法二卷，卷上有：算盤定式，九九上法，九九退法，九因合數，九歸歌諸目。按夏源澤所著指明算法二卷，成於正統二年（1439年）。汪訥菴所訂正者，如是夏氏原書，則珠算之發明，又遠在明初吳敬九章比類算法（1450年）之前。

明代算書除算法統宗所引外，最近發現之寫本汾陽王文素算學寶鑑（1524年）中，除引宋楊輝算法，元賈亨算法全能集，元安止齋詳明算法，明吳敬九章算法，明夏源澤指明算法，許榮，孟仁九章（詳註）算法之外，又引有推用算法，捷用算法，捷奇易明算法，精明算法，九章袖中錦，金台金來明啓蒙算法，馮敏好學縱橫指南算法，和張伯奇，金陵杜文富算書，都是明人所著。

明末籌算衰退，因是時有西洋筆算的輸入，明萬曆十年（1582年），意教士利瑪竇（1552—1610年）航海東來，在澳門登陸，明年入肇慶，十七年（1589年）到韶州，二十二年到二十七年間（1594—1599年）往來南北兩京，曾和徐光啓（1562—1633年）共譯幾何原本前六卷（1606年），和李之藻（1565—1630年）共譯同文算指，圓容較義（1608年），測量法義。崇禎二年（1629

年)以後,明廷用西洋人和徐光啓督修曆法,至此西洋算法中的筆算,籌算,幾何,三角術,三角函數表,和割圓術,都輸入中國。

國外筆算輸入中國,實始於唐代。如唐開元占經,“算法字樣”有:“有問咸記,無由輒錯,連算便眼。”和新唐書卷二十八下,“其算皆以字書,不用籌策,”的記載。入元雖有引用西域算法之處,但因藏在祕閣,羣衆看不到。明末同文算指前編卷上,稱:“茲以書代珠,始於一,究於九,隨其所得,而書識之,”這是西洋筆算正式輸入之始。同時幾何原本雖是處女譯本,而文筆流利,譯名精雅,傳誦的很多,稱為傑作。至弧矢割圓方法,在元郭守敬雖有論及,但所列三角函數表還不完全,到崇禎四年(1631年),呈進割圓八線表,而測量全義(1631年)又附小表,取用才算便利。上述各法,源源輸入,中土人士耳目亦為一之新。

入清而聖祖亦好算數,西教士南懷仁、張誠、安多、白晉、巴多明、杜德美之流,更番入宮教授。湯若望又曾主持曆法,雖曾一度中挫,其流風固未少衰。各教士教授所得,疊經譯為滿漢文,數經增訂,乃編成律曆淵源(1723年刻)頒行全國。一時西士穆尼閣介紹的對數法,杜德美輸入的割圓術,以及“西洋借根法”,都為國中所熟聞。王錫闡(1628—1682年),梅文鼎(1633—1721年)等,並以新輸入之西算譯成通俗文字,和舊說相發明。四庫開館,又以永樂大典本七算經及王杰家藏本張丘建,緝古,和兩江總督採進本數術記遺,作為算經十書,與同時名作,都收入四庫全書,分藏七閣。

清初因西洋算學的輸入和宋元算書的發現,引起學者治算

的興會，乾嘉以後，作者甚多，多有貢獻，王錫闡（1628—1682年）、梅文鼎（1633—1721年）以外，陳世仁（1676—1722年）、孔廣森（1752—1786年）、焦循（1763—1820年）、汪萊（1768—1813年）、李銳（1773—1817年）、羅士琳（1774—1853年）、項名達（1789—1850年）、董祐誠（1791—1823年）、徐有壬（1800—1860年）、戴煦（1805—1860年）都有不朽的傑作，留傳當世。就中羅士琳創作四元玉鑑細草二十四卷，積時十二年（1823—1835年），又校正朝鮮重刊本算學啓蒙三卷（1839年），於研求古算最爲致力。其他諸人，於幾何學，割圓術，曲線論，方程論，級數論，對數術，縱橫圖，三角術，亦有詳細的研究。

清季西洋學說，第二次輸入，時適李善蘭（1811—1882年）¹⁾、華蘅芳（1833—1902年）都以善算著名一時，分任譯事，譯文亦十分完善。李與偉烈亞力共譯幾何原本後九卷（1856年），棣麼甘代數學十三卷（1859年），羅密士代微積拾級十八卷（1859年）等書。華與傅蘭雅共譯華里司代數術二十五卷（1873年），微積溯源八卷（1874年），海麻士三角數理十二卷（1877年），倫德代數難題十六卷（1883年），棣麼甘決疑數學十卷等書。

清末各方提倡興學，基督教會，天主教會迎合時尚，亦多附設學堂傳教，作爲文化侵略工具。光緒十六年（1890年），基督教教育會又組織有教科書委員會，編輯各項教科用書，算書亦爲其中一事。西士偉烈亞力、狄考文、潘慎文、求德生、傅蘭雅所

1) 據李慈銘越縕堂日記第三十九冊第20—21頁：李善蘭光緒八年十月二十九日（9/xii/1882）卒，生於嘉慶十五年十二月八日（2/1/1811），年七十三。

譯算書，曾經流傳一時。而商務印書館於光緒二十八年（1902年）始編算學教科圖書，其餘京師大學堂譯書局、江楚編譯官書局、科學書局、昌明書局、中國圖書公司，都有編撰。而光緒三十二年（1906年）學部組織圖書局，所編教科書，反無成就。因以前我國算數發達，多出於民衆愛好，官家所主持的，有時成效轉微。

1936年12月15日校於西安

1953年10月再校於蘭州

明清之際西算輸入中國年表

目 次

一. 通論

二. 年表

一. 通 論

明初因為授時曆而編造大統曆。可是行了二百年漸漸和天時不合，邢雲路、魏文魁、宋仲福、朱載堉各人都已說過。此時數學十分不發達，就是宋元數學家遺傳下來的‘天元一’術，都沒人通曉。所以即使有人有改訂曆法的志願，也無法進行。利瑪竇正在這時，即萬曆九年（公曆 1581 年）來到中國廣州的香山澳。據說是想在這裏傳教。住了十餘年，還沒有人注意他。後來提出曆算學說就被人重視，因此進到北京。在民間和徐光啓譯幾何原本前六卷（1606），這是西算輸入中國的初步。同時還用算術教授徐光啓（1562—1633）、李之藻等人，編譯同文算指，圓容較義，測量法義各書。徐光啓又自編有測量異同，句股義各書，此外還有人傳述他的方法。到萬曆庚戌（1610）利瑪竇死後，西人來華的較多，如艾儒略，龐迪我，熊三拔，陽瑪諾等人，都是通曆算的，且各有譯述。到萬曆壬子（1612）以後，周子愚，李之藻等人都因為舊曆不太好，提議設局修改，可是還沒有實行。此時來中國的外國傳教士也知道這種情形。所以鄧玉函寫信給他的友人說：“華人需要改曆”（1622）。到崇

禎己巳（1629）開始實行由徐光啓督修曆法。西洋人入局的有鄧玉函，龍華民。次年（1630）鄧玉函死，繼續入局的有湯若望，羅雅谷。因此辛未年（1631）進曆書二次，第一次二十四卷，第二次二十卷和一摺，壬申年（1632）第三次進曆書三十卷，次年（1633）徐光啓死，由李天經（1579—1659）繼續主辦。此時曆書已大體完成。數學方面的割圓術，三角術和三角函數表，幾何畫法，積化和差術（Prosthaphaeresis），以及比例規，籌算，都由曆書中附帶輸入中國。李天經繼任以後，在甲戌年（1634）進曆書二次；第四次二十九卷，一架，第五次三十二卷，前後五次共一百三十七卷。自後逐年進七政經緯新曆。監局官生參與這工作的也有五六十人。而舊派中如冷守中，魏文魁則於徐光啓未死之前，已經反對新法，到徐死去後，更加反對。因此以魏文魁爲東局，和新法的西局，以及大統，回回共爲四家。以後雖然新法測驗尚合天時，明朝亦重視新法，可是直到明亡（1644），還沒有實行改訂曆法。

明亡以後，湯若望開始和清朝接洽修曆。清世祖亦重視此事。直接由湯若望掌管欽天監印信。順治乙酉（1645）修補成西洋新法曆書一百卷。如此前後十五年。公家也十分優待他們。順治丙戌（1646），西洋對數表由國外寄到澳門，穆尼閣居南京，用對數學說教授薛鳳祚，這是對數輸入中國的開始。到順治末年（1659—1661）楊光先極力反對新法。清聖祖初即位，便興起大獄，廢除新法，囚教徒，殺官生五人，用楊光先代替湯若望，康熙丙午（1606），湯若望死後，南懷仁又起來劾舊法的錯誤，因此又行新法。南懷仁的新法，是由監局官生學習，編造，

流行。此時全國都知道應當注重算數，所以杜知耕，李子金，梅文鼎（1633—1721），陳訏（1650—1722），黃百家，梅穀成（1681—1761）等人，都以整理西算爲志願。此時清聖祖也留心學算。而法皇路易第十四，對中國採取積極傳教方針，用以對抗葡萄牙，以便擴張法國的勢力，因在康熙乙丑（1685），遣教士洪若翰，白晉，李明，張誠，劉應等人到入中國，又贈地平經緯儀給清帝。此時入清宮教授算數的有南懷仁，安多，白晉，張誠，巴多明，杜德美等人。並編有律曆淵源一百卷（1723年刻），而代數學以及割圓術中的解析術，都於此時輸入中國。以後戴進賢修有曆象考成後編十卷（1742年成書），此時西方教士也十分注意天文曆算的重要。所以劉松齡神甫在他的書札（1766）還稱：“藝術在朝廷因爲人所喜，然天文曆算尤有功用，而不可須臾離也。”這是二百餘年來西方傳教士的惟一方針。可是當時輸入中國的西洋天文數學，多語焉不詳，中國數學家甚感不便，其中以對數，三角術，三角函數表，割圓術爲尤甚。中國數學家因立志深入，自加研究，其中以王錫闡之於曆學，梅文鼎之於數學，爲最有成績，已有另文具論，此節不預備多講。

二． 年 表

明萬曆九年辛巳（公曆 1581 年）

利瑪竇（Matteo Ricci）於明萬曆九年（1581）來中國也有稱萬曆十年（1582）來中國的。

萬曆九年利瑪竇始汎海九萬里，抵廣州之香山澳。〔見明史卷三二六，“外國七”〕。