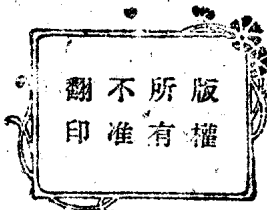


實用 測量術

姚國珣編

世界書局印行

中華民國三十三年五月初版
中華民國三十三年五月新二版



發行所

上海及各省

世界書局

出版者
刷版者

上海大連灣路
世界書局

發行者

世界書局有限公司代表人
陸高誼

編著者

姚國珣

用測量術 (全一册)

實價國幣

(外埠酌加運費)

20.2元

例 言

是書根據長澤龜之助撰著三角法辭典中，測量應用問題一部，兼采中西名著，得題百餘，爲之歸類，俾初學者易得要領，詳爲采擇，庶深造者有所依循。

是書問題，各附以圖，蓋測量之道，不外計算物體之遠近高低，含角之大小，以及田地之廣袤，幅員之面積，不作圖設計，無以推求邊角之關係，是篇所輯，關於高及距離，或可逕達目標，即行直接演算；否則中有障礙，必須間接推求，計算面積，亦復如斯。

編譯之籍，每病拉雜，編者淺陋，自知不免，國內大雅，幸予校正。

大中華民國十六年十二月 編者識

目次

第一章 直角三角形.....	1
(1) 正弦的實用.....	1
(2) 餘弦的實用.....	2
(3) 正切的實用.....	4
(4) 餘切的實用.....	6
(5) 正割的實用.....	10
(6) 餘割的實用.....	11
第二章 斜三角形(即任意三角形).....	12
(1) 第一類 已知一邊與任兩角.....	13
(2) 第二類 已知二邊與一非夾角.....	15
(3) 第三類 已知二邊與一夾角.....	19
(4) 第四類 已知三邊.....	24
(5) 求高.....	27
(6) 求距離.....	31
(7) 求角度.....	37
(8) 雜題.....	43
甲 理論.....	43
乙 計算.....	91
第三章 面積.....	131

(1) 三角形之面積	131
(2) 四邊形之面積	136
(3) 梯形之面積	140
(4) 多邊形之面積	142
(5) 雜題	143
附 錄	149
(1) 平面三角法公式集	149
(2) 三角法簡表	150
(3) 斜三角形解法一覽表	164

實用測量術

第一章 直角三角形

(1) 正弦的實用

1. 埃及金字塔邊長 609 呎，邊與水平面成 52° 之角，求其高。

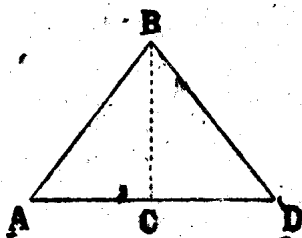
【解】設 $BC = \text{高} = h$, $\angle BAC = 52^\circ$, $BA = 609$,

$$\frac{BC}{BA} = \sin 52^\circ,$$

$$\therefore BC = BA \sin 52^\circ,$$

$$\text{故 } h = 609 \times 0.7880$$

$$= 479.892 \text{ 呎.}$$



2. 絕壁高 66 丈，由某處仰望其頂，仰角為 $41^\circ 15'$ ，求絕壁之頂與觀測者之距離。

$$\sin 41^\circ 18' = 0.66,$$

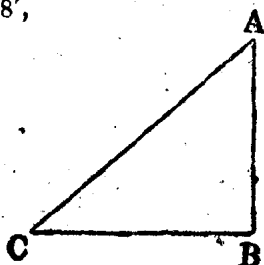
【解】 AB 為絕壁， A 為其頂， C 為觀測者之位置。

4. $AB=66$ 丈, $\angle ACB=41^{\circ}18'$,

$$\sin 41^{\circ}18' = \frac{AB}{AC},$$

故 $AC = \frac{AB}{\sin 41^{\circ}18'}$

$$= \frac{66}{0.66} = 100 \text{ 丈.}$$



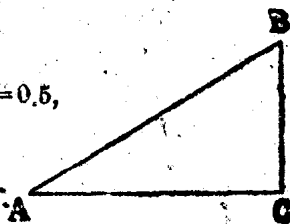
3. 梯長 50 呎, 斜倚於壁, 其上端觸壁之點, 高於地面 25 呎, 問梯身與地面成幾度之角?

【解】 AB 爲梯, AC 爲地面, $BC=25$ 呎,

$$\sin \angle BAC = \frac{BC}{BA},$$

即 $\sin A = \frac{BC}{BA} = \frac{25}{50} = 0.5,$

故 $\angle A = 30^{\circ}.$



(2) 餘弦的實用

4. 將欲測量池闊, 可就地作一直角三角形, 而以池闊爲一邊, 如附圖所示, 設 $AB=640$ 呎, $A=50^{\circ}$, 求 AC 之距離.

【解】 設池闊 $= AC.$

$$\cos 50^\circ = \frac{AC}{AB},$$

$$\therefore AC = AB \cos 50^\circ = 640 \times 0.6428 \\ = 411.392 \text{ 呎.}$$

5. 圓內接正六邊形, 設半徑爲 9 吋, 求邊心距.

【解】設邊心距 $= OB = x$,

$$\angle AOB = 30^\circ,$$

$$\cos \angle AOB = \frac{OB}{OA} = \frac{x}{9},$$

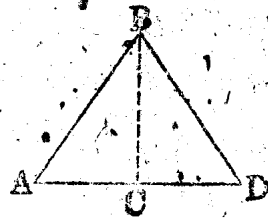
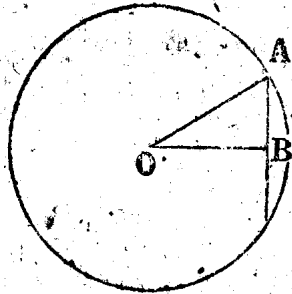
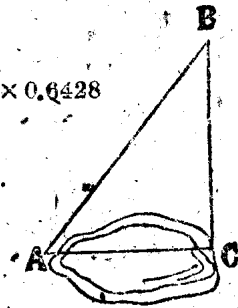
$$\text{故 } x = 9 \cos 30^\circ = 9 \times \\ 0.866 = 7.794 \text{ 吋.}$$

6. 金字塔之邊爲 609 呎, 與地面成 52° 之角, 求其底.

【解】設 $AD = \text{底} = 2AC = 2x$,

$$\cos 52^\circ = \frac{AC}{AB} = \frac{x}{609},$$

$$\therefore x = 609 \cos 52^\circ = 609 \\ \times 0.6157 = 374.961.$$



故 底 $= 2x = 2 \times 374.961 = 749.922$ 呎。

(3) 正切的實用

7. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = \angle R$, $BC = 4$ 尺,

$$\angle ABC = 24^\circ 35' 23'',$$

求 AC 之長。但 $\tan 24^\circ 35' = 0.45748$,

$$\tan 24^\circ 36' = 0.45784.$$

【解】設 $AC = x$,

$$\text{則 } \tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{x}{4}.$$

$$\therefore x = 4 \tan B$$

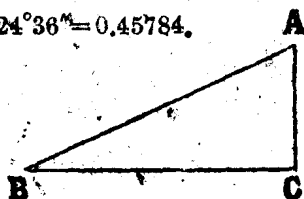
$$= 4 \tan 24^\circ 35' 23''$$

$$60'' : 23'' = 0.45784 - 0.45748 : x_1,$$

$$\therefore x_1 = 0.00014'$$

$$\therefore \tan 24^\circ 35' 23'' = 0.45748 + 0.00014 = 0.45762.$$

$$\text{故 } x = 4 \times 0.45762 = 1.83048 \text{ 尺}.$$



8. A 立於 60 呎高之崖上, 測 B 船之俯角爲 25° , C 爲崖基, 求 BC 之距離。

【解】設 $BC = x$, $\angle BAC = 65^\circ$,

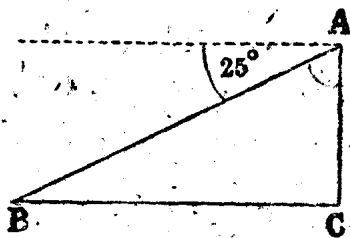
$$\tan 65^\circ$$

$$= \frac{BC}{AC} = \frac{x}{60}$$

$$\therefore x = 60 \tan 65^\circ$$

$$= 60 \times 2.1445$$

$$= 128.67 \text{ 呎}$$



9. A 立於此岸之岩頂，而測彼岸 B 點之俯角為 40° ，但知岩高為 134 呎，求河闊。

【解】設岩高為 AC，C 為岩基，且與 B 點同在一水平面上，BC 為河闊。

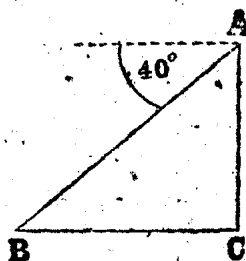
設 $BC = x$ ， $\angle BAC = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$ ，

$$\tan 50^\circ = \frac{x}{134}$$

$$\text{故 } x = 134 \tan 50^\circ$$

$$= 134 \times 1.1918$$

$$= 159.7 \text{ 呎}$$



10. 旗高 55.43 呎，影長 100

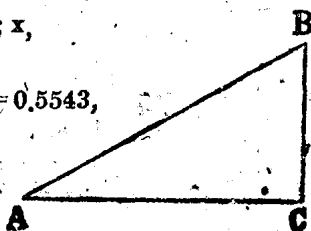
呎，求觀日之仰角。

【解】BC 為旗，AC 為影，

設所求之仰角爲 x ,

$$\text{則 } \tan x = \frac{55.43}{100} = 0.5543,$$

$$\text{故 } x = 29^\circ.$$



(4) 餘切的實用

11. 水面上有露崖,高 326 尺,今從崖頂遠望一短艇,俯角爲 24° , 問艇與崖之距離.

【解】A 爲崖頂, B 其直下之一點, C 爲短艇之位置, 過 A 作水平線 AD,

$$\angle ACB = \angle CAD = 24^\circ, AB = 326 \text{ 尺}.$$

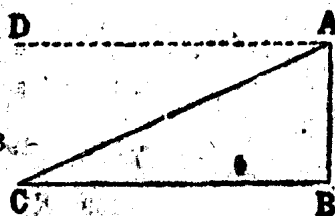
設 BC 爲距離,

$$\text{則 } \cot \angle ACB = \frac{BC}{AB},$$

$$\text{故 } BC = AB \cot \angle ACB.$$

$$= 326 \cot 24^\circ$$

$$= 326 \times 2.2460 = 732.2 \text{ 尺}.$$



12. 紀念碑高 200 尺, 於碑基同水平面上一點, 測得碑頂仰角爲 $3^\circ 30'$, 問測點與碑基之距離

如何?

【解】AB 爲紀念碑, C 爲測點, $AB = 200$ 尺,

$\angle ACB = 3^\circ 30'$, 設距離 $= BC$,

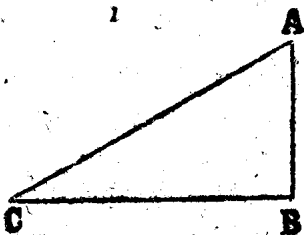
$$\text{則 } \cot C = \frac{BC}{AB},$$

$$\text{故 } BC = AB \cot C$$

$$= 200 \times \cot 3^\circ 30'$$

$$= 200 \times 16.350$$

$$= 3270 \text{ 尺.}$$



13. 海面上有燈塔高 80 尺, 今於其頂上望正西兩岩之俯角爲 75° 及 15° , 求兩岩之距離.

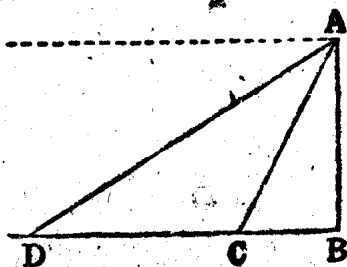
【解】AB 爲燈塔, C, D

兩岩之位置,

$$AB = 80 \text{ 尺,}$$

$$\angle ACB = 75^\circ,$$

$$\angle ADB = 15^\circ.$$



設 $CD =$ 距離,

$$\text{則 } BD = AB \cot ADB,$$

$$BC = AB \cot \angle ACB,$$

$$\text{故 } CD = BD - BC$$

$$= AB \cot \angle ADB - AB \cot \angle ACB$$

$$= AB (\cot \angle ADB - \cot \angle ACB)$$

$$= 80 (\cot 15^\circ - \cot 75^\circ)$$

$$= 80 (3.732 - 0.268)$$

$$= 80 \times 3.464$$

$$= 277.12 \text{ 尺.}$$

14. 於某處望一塔，仰角為 $7^\circ 10'$ ，更向塔前進 100 尺，仰角為 $30^\circ 20'$ ，求塔高。

【解】AB 為塔，C 為第一測點，D 為第二測點。

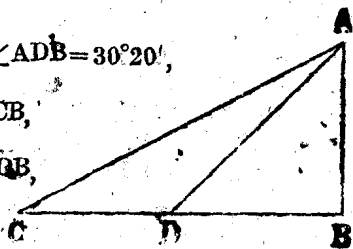
$$CD = 100 \text{ 尺,}$$

$$\angle ACB = 7^\circ 10', \angle ADB = 30^\circ 20',$$

$$\text{則 } CB = AB \cot \angle ACB,$$

$$DB = AB \cot \angle ADB,$$

$$\begin{aligned} \text{而 } CD &= CB - DB \\ &= AB (\cot \angle ACB - \cot \angle ADB) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \text{故 } AB &= CD / (\cot ACB - \cot ADB) \\
 &= 100 / (\cot 7^\circ 10' - \cot 20^\circ 20') \\
 &= 100 / (7.9530 - 1.7090) \\
 &= 16.015 \text{ 尺.}
 \end{aligned}$$

15. 塔上有避雷針，長為 2 米，今由地上一點，測針頂及塔頂之仰角為 $44^\circ 20'$ 及 $24^\circ 10'$ ，求塔高。

【解】BC 為塔，AB 為針，設 $BC = x$ ，

由 $\triangle BDC$ ， $CD = BC \cot BDC$ ，

由 $\triangle ADC$ ， $CD = AC \cot ADC$ ，

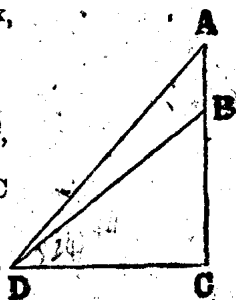
$$\therefore BC \cot BDC = AC \cot ADC$$

$$\therefore x \cot 24^\circ 10'$$

$$= (x + 2) \cot 44^\circ 20' ,$$

$$\therefore x \times 1.104 = (x + 2) \times 1.024 ,$$

$$\text{故 } x = \frac{2 \times 1.024}{1.104 - 1.024} = 25.6 \text{ 米.}$$



16. 河之彼岸，有樹高 50 呎，於此岸高 5 呎之處，測樹頂之仰角為 20° ，求河闊。

【解】設河闊 = $AC = x$,

BD 爲樹, A 爲此岸

之測點, 則 $BD = 50$ 呎,

$BC = 50 - 5 = 45$ 呎,

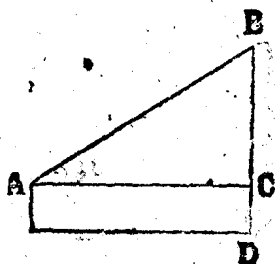
$\angle BAC = 10^\circ$,

$$\therefore \cot BAC = \frac{AC}{BC} = \frac{x}{45},$$

故 $x = 45 \cot BAC = 45 \cot 20^\circ$

$$= 45 \times 2.7475$$

$$= 123.638 \text{ 呎.}$$



(5) 正割的實用

17. 如圖, 將欲測定 AB 之距離, 測者先定基線 AC , 與 AB 成 56° 之角, 又定 BC 線與 AC 垂直, 乃量 AC 之長爲 880 呎, 試求 AB 之距離.

【解】設 $AB = x$,

$$\text{則 } \sec 50^\circ = \frac{x}{AC} = \frac{x}{880}$$

故 $x = 880 \times \sec 50^\circ$

$$= 880 \times 1.5557$$



$$=1369.016 \text{ 呎.}$$

18. 從樹影之末點,測樹頂之仰角為 47° , 今量得影長為 62 呎 6 吋, 求樹頂與影端之距離.

【解】BC 為樹, AC 為影, $\angle BAC = 47^\circ$,

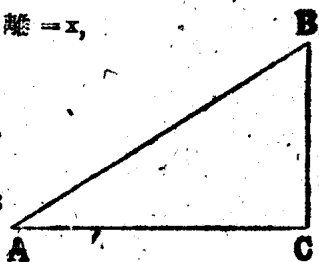
AC = 62.5 呎, 設距離 = x ,

$$\text{則 } \sec 47^\circ = \frac{x}{62.5},$$

$$\text{故 } x = 62.5 \times \sec 47^\circ$$

$$= 62.5 \times 1.4663$$

$$= 91.644 \text{ 呎.}$$



(6) 餘割的實用

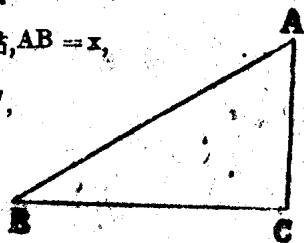
19. 斷崖高 132 呎, 其基底同水平面上有一測點, 測斷崖之仰角為 $41^\circ 18'$, 求崖頂與測者之距離.

【解】AC 為斷崖, B 為測點, $AB = x$,

AC = 132 呎, $\angle B = 41^\circ 18'$,

$$\text{則 } \csc B = \frac{AB}{AC} = \frac{x}{132},$$

$$\text{故 } x = 132 \csc B$$



$$= 132 \csc 41^{\circ}18'$$

$$= 132 \times 1.5151$$

$$= 199.99 \text{ 尺.}$$

20 有船向正南偏東 63° 之方航行, 5 時內改變其緯度之位置為 45 哩, 求此船每時航速.

【解】 A 為船第一位置, C 為第二位置,

AB 為正南向, $\angle BAC = 63^{\circ}$,

AB = 45 哩, 則 $\angle ACB = 90^{\circ} - 63^{\circ} = 27^{\circ}$,

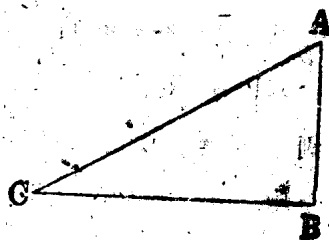
設船航距離 = x

$$\text{則 } \csc 27^{\circ} = \frac{x}{45},$$

$$\therefore x = 45 \times \csc 27^{\circ}$$

$$= 45 \times 2.2027$$

$$= 99.122 \text{ 哩}$$



故 每時航速 = $99.122 \div 5$

$$= 19.824 \text{ 哩.}$$

第二章 斜三角形