

HUAWU
MONI
JISHU

话务模拟技术

张 富 编 著

人民邮电出版社

内 容 提 要

话务模拟技术是进行话务计算的一个重要方法,在现代交换系统的研制中得到了广泛的应用。这种方法可以克服理论计算上的困难,提高交换系统设计的速度和质量。

本书从模拟方法的一般原理和基础知识入手,比较系统地介绍了话务模拟的基本原理和方法。各章都有模拟计算实例(程序举例使用了BASIC语言),可供参考。

本书是关于话务模拟技术的入门读物,可供从事交换系统设计的技术人员或相关专业的师生阅读。

话 务 模 拟 技 术

张 富 编著

人民邮电出版社出版

北京东长安街27号

河北省邮电印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

开本: 787×1092 1/32 1979年12月 第 一 版

印张: 5 6/32 页数: 83 1979年12月河北第一次印刷

字数: 117 千字 印数: 1—5,000 册

统一书号: 15045·总2342—市334

定价: 0.55 元

前 言

在交换系统的设计中，话务计算是重要的一环。研究话务计算的理论与方法的学科是话务理论。爱尔兰 (Erlang, A. K.) 及其它一些学者，如马林 (Molina, E.C.)、恩格谢特 (Engset, T.)、奥德尔 (O'Dell, G.F.) 等人的全利用度线束理论和部分利用度线束理论，构成了话务理论的经典理论。这些理论可以用来成功地解决许多有关交换系统的设计问题。随着交换技术的发展，在50年代初，出现了雅克比斯 (Jacobsen, C.) 关于链路系统计算的理论。这一理论在纵横制电话交换机和电子式电话交换机的设计中得到广泛应用。

尽管话务计算的理论研究近些年来有了很大的发展，但是这些理论所提供的数学方法，在解决复杂的现代交换系统的话务计算时，仍然常常遇到困难。正是在这种情况下，模拟方法越来越受到重视。现在，各国在交换系统的设计中，都采用了话务模拟方法。模拟方法的广泛采用，是与电子计算机的发展与普及分不开的，因为模拟方法只有在计算机上才能方便、灵活而又经济地实现。

模拟方法在许多科学技术领域里都有应用。有各种各样的叫法，如统计试验法，统计模拟法，概率模拟法，在有的文献中，也把这种方法叫作蒙特卡罗法 (Monte-carlo)。为了适应大量的模拟工作的需要，已经出现了多种计算机专用模拟语言如GPSS (General Purpose Simulation System), SMILE (Switching Machine Interpreter for Lazy Engineers) 等。

但是，仍有许多模拟使用了通用计算机语言，如 *Fortran*，*Algol*等。

本书主要介绍话务模拟的基本原理和方法。全书共分六章。前四章主要介绍模拟方法中的一般性问题，这是研究模拟方法所必需的基础知识。第五章和第六章介绍了话务模拟的基本算法和交换系统的模拟。

为了帮助读者了解模拟究竟是怎样在计算机上实现的，各章都有程序举例。这些例题都是用 *BASIC* 语言写的，并且都在计算机上实现过。对于不熟悉 *BASIC* 语言的读者，在阅读这些程序时，可参阅本书附录中的 *BASIC* 语言简介。

作者期望，本书能够有助于从事交换系统设计的工程技术人员了解话务模拟技术，并应用它设计出更好的交换系统。但是，由于作者水平有限，书中难免有缺点和错误，希读者批评指正。

张富

1978.12

目 录

前言	(1)
第一章 什么是模拟方法	(1)
§ 1.1 浦丰氏 (Buffon) 问题	(1)
§ 1.2 贝努里 (Bernoulli J.) 独立试验	(9)
§ 1.3 模拟方法的一般过程和特点	(15)
第二章 模拟实验数据及其统计处理	(20)
§ 2.1 模拟实验数据	(20)
§ 2.2 数字特征计算	(23)
§ 2.3 模拟结果的精度估计	(29)
第三章 伪随机数	(37)
§ 3.1 产生随机数的一般方法	(37)
§ 3.2 产生伪随机数的数学方法	(40)
§ 3.3 伪随机数统计特性的检验	(45)
§ 3.4 独立随机事件的模拟方法	(68)
第四章 随机数的变换	(72)
§ 4.1 概述	(72)
§ 4.2 公式变换法	(73)
§ 4.3 逐段逼近法	(79)
第五章 话务模拟的基本算法	(86)
§ 5.1 模拟真实过程	(87)
§ 5.2 模拟马尔科夫 (Марков А. А.) 过程	(103)
第六章 交换系统的模拟	(114)

§ 6.1	交换系统功能的模拟和系统的统计平衡 ...	(114)
§ 6.2	全利用度线束的模拟	(118)
§ 6.3	部分利用度线束的模拟	(122)
§ 6.4	链路系统的模拟	(136)
§ 6.5	等待系统的模拟	(145)
§ 6.6	加速收敛的模拟方法	(149)
参考文献		(151)
附录	BASIC语言简介	(152)

第一章 什么是模拟方法

模拟方法在交换系统中的应用构成了话务模拟技术。那么什么是模拟方法呢？模拟方法是现代数值方法中的一种重要方法。该法的基本思想是：把数学、物理、工程技术、生产管理等方面中要计算的问题，化成一个概率模型，使模型的某些数字特征重合于所需计算的未知量。然后，用抽样试验和统计方法，求此概率模型的这些数字特征的估值，去近似地代替所要求的量。由于这是一种近似计算方法，所以通常要对所求得的结果进行误差估计。

用模拟方法解题的主要步骤是：

1. 对原求解问题建立概率模型；
2. 产生所用的各种随机变量的抽样值（随机数）；
3. 进行模拟计算和估计误差；
4. 根据计算结果，进一步改进模型，设计降低方差的方法，加速模拟结果的收敛。

下面，我们通过几个非常简单的例子来说明上述模拟方法的基本思想和在计算机上实现的过程。然后，进一步讨论模拟过程和特点。对于误差估计和加速模拟结果的收敛等问题将在其它有关章节讨论。

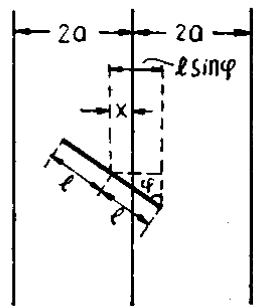
§ 1.1 浦丰氏（Buffon）问题

在这一节，我们介绍十八世纪法国科学家浦丰给出的随机

投针试验概型。

平面上画着一些平行线，每两条相邻平行线之间的距离均等于 $2a$ 。在平面上任意投一枚针。针的长度为 $2l(l < a)$ 。试求这针与任一平行线相交的概率。

首先需要说明，“任意投一枚针”的含意是什么。这里“任意”二字是有严格的概率意义的。我们用图1.1来说明。图



中 x 表示由针的中点到离它最近的一条平行线间的距离， φ 是针与平行线构成的角度。那么， x 与 φ 两个参数就唯一地决定了针落在平面上的位置。任投一针，这里面有三个意思：

1. 参数 x 是随每次投针结果的不同而不同，即 x 是一个随机变量。它必须服从 $(0, a)$ 均匀分布。这就是说， x 是在 $(0, a)$ 范围取值的均匀分布的随机变量。

2. 针与平行线的夹角 φ 界于 φ_1 和 $\varphi_1 + \Delta\varphi$ 之间的概率与 $\Delta\varphi$ 的大小成正比，且 φ 的取值范围是 $0 \sim \pi$ 。这就是说，随机变量 φ 均匀分布在 $(0, \pi)$ 区间上。

3. x 与 φ 是两个相互独立的随机变量。

满足上述三点的投针也叫随机投针。

由图1.1可知，针与平行线相交的充分和必要的条件为

$$x \leq l \cdot \sin \varphi \tag{1.1}$$

现在，让我们先用解析的方法，求针线相交的概率 p 。

我们已经知道，随机变量 x 和 φ 的取值范围分别是 $0 \sim a$ 和 $0 \sim \pi$ 。因此，针的所有可能位置可用边长为 a 和 π 的矩形面积来表示，如图1.2所示。在针的所有可能的位

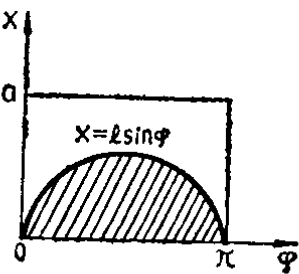


图 1.2

置中，有些是针线相交，有些是针与线不相交。满足式(1.1)的条件时，针与线便相交。这相当于图 1.2 中的阴影部分。因此，针与线相交的概率就等于图 1.2 中阴影区域的面积与矩形面积之比，即

$$p = \frac{1}{a \cdot \pi} \int_0^{\pi} l \cdot \sin \varphi \, d\varphi = \frac{2l}{a\pi} \tag{1.2}$$

这样，已知针长 $2l$ 和平行线间的距离 $2a$ ，用式(1.2)可计算出，随机投针时，针与平行线相交的概率。这就是用解析的方法求概率。

解决这个问题的另一途径，是真正进行投针试验。如果在 N 次投针中，有 H 次针与线相交，根据概率论中的大数定律，当 N 足够大时，即试验次数足够多，则相对频率（简称频率） H/N ，便是所求概率 p 的渐近估计值。

由式(1.2)可得

$$\pi = \frac{2l}{a} \cdot \frac{N}{H}$$

于是，根据概率 p 的估计值 H/N ，用上式还可以计算出圆周率 π 的估计值。

这样的投针试验，在一百年以前就有人作过。表 1.1 中给出了一些试验结果。不难理解，进行这种试验是很吃力的，也

表 1.1

实 验 者	实 验 时 间	投 掷 次 数	π 的实验值
<i>Wolf</i>	1850	5000	3.1596
<i>Smith</i>	1855	3204	3.1553
<i>Fox</i>	1894	1120	3.1419
<i>Lazzarini</i>	1901	3408	3.1415929

是很费时间的。但是，这种求解问题的方法，可看成是现代统计模拟方法的雏型。

今天，由于电子计算机的广泛应用，完全没有必要一次又一次地去投针。我们可以把这项工作交给计算机去作。这就是，把真正的投针“数字化”，用电子计算机的运算模拟随机投针并把模拟投针试验的结果打印出来。使用了计算机，就可以在很短的时间里，完成上万次的“投针”。真是又快又好！

下面我们就来谈谈，怎样把浦丰随机投针模型搬上计算机，用模拟方法求概率 p 。

我们刚才说过，要想让数字电子计算机模拟随机投针，需要把随机投针数字化。什么是随机投针的数字化呢？投针的效果无非是表现在针落在相对于平行线的某个位置上。这个位置可以用两个数 x 和 φ 来表示。所谓投针的数字化，就是用一定方法产生随机变量 x 和 φ 的抽样序列 $\{x_i, \varphi_i\}$ ($i = 1, 2, 3, \dots$)。对这个序列的要求是，它们必须满足前面关于随机投针的三点要求。只要有了这样的抽样序列，就意味着得到了一系列的投针结果。根据投针结果 (x_i, φ_i) 不难用式 (1.1) 判断针是否与平行线相交了。如果 N 对 (x_i, φ_i) 值，用式 (1.1) 判断的结果，共发生了 H 次相交。那么，针与线相交的概率的近似值便等于 H/N 。

上述随机变量 x 和 φ 的抽样序列 $\{x_i, \varphi_i\}$ 也叫作“随机数”。由于 x 的取值范围是 $(0, a)$ ， φ 的取值范围是 $(0, \pi)$ ，并且它们都服从均匀分布律，因此，就把 x_i 称作取值 $(0, a)$ 的均匀分布随机数， φ_i 称作取值 $(0, \pi)$ 的均匀分布随机数。在电子计算机上，可以方便地获得任意分布的随机数。随机数到底是怎样在电子计算机上产生的呢？将在第三、四两章中再专门介绍这个问题。

在各种分布的随机数中, $(0, 1)$ 范围上均匀分布的随机数是最基本的, 有着广泛的用途。所以, 在许多数字电子计算机的语言中, 都设置有随机数函数, 为使用者提供了很大的方便。例如在 *BASIC* 语言中, 有随机数函数 $RND(x)$ 。式中 x 可以是任何一个数或任何一个有定义的变量。在程序中, 每调用一次函数 $RND(x)$, 便得到一个在 $(0, 1)$ 范围内取值的均匀分布随机数。例如, 在模拟投针试验中所需要的随机数 x_i 和 φ_i , 在 *BASIC* 语言程序中可写成

$$x = a \cdot RND(0) \quad (1.3)$$

$$\varphi = \pi \cdot RND(0) \quad (1.4)$$

程序每执行一次式 (1.3) 和式 (1.4), 便产生一对随机数 (x_i, φ_i) 。

把上述模拟随机投针的原理归纳起来, 可画出图 1.3 的程序框图。它表示出模拟随机投针试验概型的完整过程。下面对图 1.3 作一简单说明。

模拟开始, 首先用式 (1.3) 和 (1.4) 产生一对随机数 x 和 φ , 表示一次投针的结果。这是图中第 1 框完成的。接着进入第 2 框, 用式 (1.1) 判断此次“投针”的结果是否发生了“针线相交”的情况。这里有两种可能: 一是式 (1.1) 成立, 针线相交; 二是针线不相交, 即式 (1.1) 不成立。在第一种情况下,

程序进入第 3 框, 统计针线相交次数 H , 接着在第 4 框记录总投针次数 N 。在第二种情况下, 程序不经第 3 框, 而是直接转至第 4 框, 记录总投针次数。这样, 由 1 框至 4 框, 每循环执

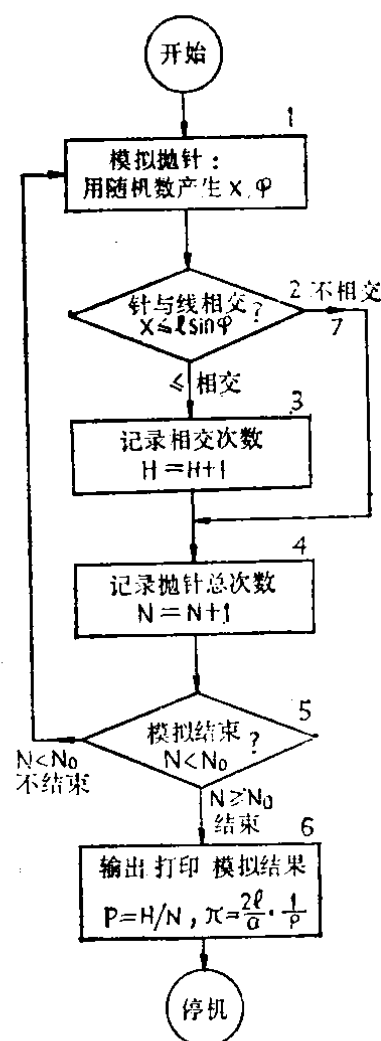


图 1.3

行一次，相当于完成一次投针模拟试验。打算进行多少次投针（即循环次数），可以任意地规定。当然，模拟试验次数越多，所得结果的可靠性越大。

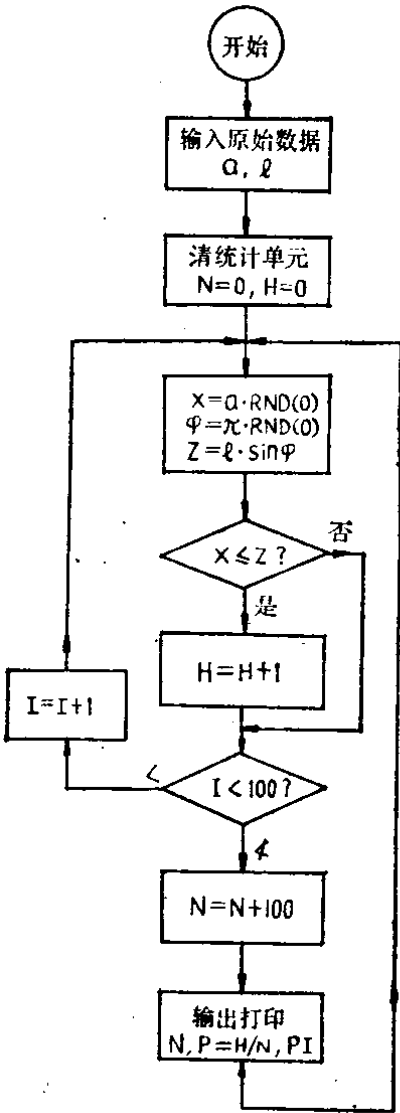


图 1.4

例如，我们想要模拟 N_0 次投针。根据第 5 框对 N 与 N_0 的比较，如果 $N < N_0$ ，则程序返回第 1 框，继续模拟试验。当模拟到 $N = N_0$ 时，程序把模拟结果打印出来。这就是第 6 框的工作。

下面给出模拟浦丰投针试验的具体例子。图 1.4 是模拟程序的详细框图。图 1.4 的框图与图 1.3 的框图是很相似的。需要指出的是，在图 1.4 的程序框图中，每增加 100 次投针，计算机输出一 次模拟结果。其中包括模拟次数 N ，针与平行线相交的频率 p ，以及由此计算出的 π 的实验值（我们用两个英文字母 PI 表示它）。

表 1.2 给出本例的模拟程序清单。

表 1.2 的程序是按照图 1.4 的框图编写出来的。对它可以不再作任何解释了。但对于不熟悉 BASIC 语言的读者，可参考附录的 BASIC 语言简介。

表 1.2

```

LIST
10 REM BUFFON TOU ZHEN SHI YAN
15 PRINT "L,A"
20 INPUT L, A
25 PRINT
  
```

```

30 PRINT "N" , "P" , "PI"
35 LET N = 0
37 LET H = 0
45 FOR I = 1 TO 100
50   LET X = A RND( 0 )
55   LET Z = L SIN (3.14159 RND( 0 ) )
60   IF X > Z GOTO 70
65   LET H = H + 1
70 NEXT I
75 LET N = N + 100
80 LET P = H / N
85 LET P1 = 2L / (AP)
90 PRINT N, P, P1
95 GOTO 45

```

现在让我们来观察一下表1.3的模拟结果。表1.3的模拟结果是在平行线间距离为 $2a=2.50$ 和针长为 $2l=1.48$ 的情况下获得的（注意，长度的单位在这里是不重要的）。按式（1.2），针与平行线相交的概率的理论值为：

$$p_{\text{理}} = \frac{2l}{a \cdot \pi} = \frac{1.48}{1.25 \cdot 3.14159} = 0.376878$$

拿这个理论值与表1.3中的模拟结果相比，可以发现，在少量次数的模拟试验中，模拟结果是很不精确的，而且各次模拟数据也有较大的波动。但是，随着模拟次数的增加，模拟结果越来越趋近于理论值，并在理论值上下作微小的摆动。我们把表1.3中频率 p 的数据画成曲线，如图1.5所示。图中纵座标是针与线相交的频率 p ，横座标是模拟次数 N 。从这张图可以清楚地看到，模拟结果 p 是如何随着模拟次数 N 的增加，依概率趋于它的理论值 $p_{\text{理}}$ 的。

表 1.3

RUN

L, A

. .74: 1.25

N	P	PI	N	P	PI
100	.38	3.11579	3600	.371389	3.18803
200	.36	3.28889	3700	.371351	3.18835
300	.38	3.11579	3800	.37	3.2
400	.37	3.2	3900	.369744	3.20222
500	.366	3.23497	4000	.3705	3.19568
600	.361667	3.27373	4100	.371463	3.18739
700	.358571	3.30199	4200	.372143	3.18157
800	.355	3.33521	4300	.372558	3.17803
900	.351111	3.37215	4400	.372954	3.17465
1000	.36	3.28889	4500	.371556	3.1866
1100	.358182	3.30558	4600	.373261	3.17204
1200	.361667	3.27373	4700	.37383	3.16722
1300	.368461	3.21336	4800	.377083	3.13989
1400	.367857	3.21864	4900	.377347	3.1377
1500	.368667	3.21157	5000	.3768	3.14225
1600	.369375	3.20541	5100	.377255	3.13846
1700	.368824	3.21021	5200	.377115	3.13962
1800	.366667	3.22909	5300	.376038	3.1462
1900	.368421	3.21371	5400	.376296	3.14646
2000	.366	3.23497	5500	.376182	3.14741
2100	.365238	3.24172	5600	.375	3.15733
2200	.368636	3.21184	5700	.377017	3.14044
2300	.369565	3.20376	5800	.376897	3.14145
2400	.369583	3.20361	5900	.377797	3.13396
2500	.3724	3.17938	6000	.3775	3.13642
2600	.372308	3.18017	6100	.377869	3.13336
2700	.37037	3.1968	6200	.377097	3.13978
2800	.371429	3.18769	6300	.377778	3.13412
2900	.368966	3.20897	6400	.377656	3.13513
3000	.37	3.2	6500	.375846	3.15022
3100	.369032	3.20839	6600	.376515	3.14463
3200	.369062	3.20813	6700	.376418	3.14544
3300	.369394	3.20525	6800	.375147	3.1561
3400	.371176	3.18986	6900	.375507	3.15307
3500	.370857	3.1926	7000	.375857	3.15013

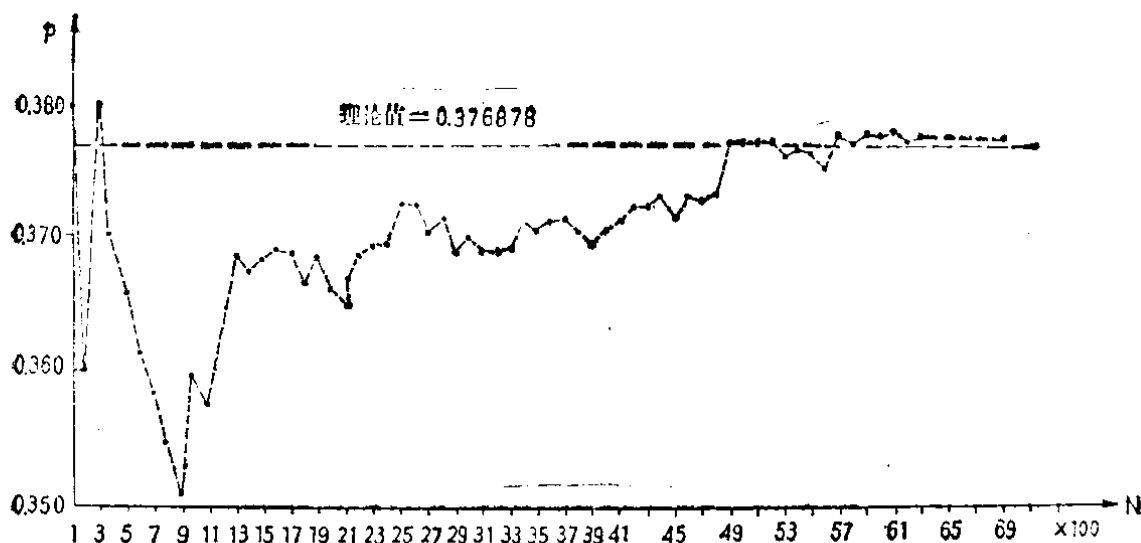


图 1.5

§ 1.2 贝努里 (Bernoulli J.) 独立试验

在这一节, 我们讨论一种重要概型—贝努里独立试验概型。它是一种这样的概型: 在条件不变的情况下, 重复地做某一试验, 每次试验只有两个可能的结果, 发生事件 A 和发生事件 $\bar{A}$ (即不发生事件 A)。其相应的概率为

$$\left. \begin{aligned} P\{A\} &= p \\ P\{\bar{A}\} &= 1 - p = q \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

在重复试验的过程中, 每次试验的结果都不依赖于其它各次的试验结果, 即试验是独立的。在 n 次独立试验中, 事件 A 出现 k 次的概率为

$$p_{k,n} = C_n^k p^k q^{n-k} \quad (1.6)$$

式 (1.6) 在话务理论中是很有用的。它在话务理论中的典型应用, 是用它来描述机键的占用概率分布。例如, 在话源数不大于机键数的场合, 式 (1.6) 能够很好地描述机键占用的概率分布。但是, 概率 $p_{k,n}$ 也可以直接从模拟贝努里独立试验概型来得到。

怎样模拟贝努里试验概型呢？现在就来谈谈这个问题。为

了得到概率 $p_{k,n}$ 的近似值，按照概型的要求进行 n 次独立试验，记录下事件 A 发生的次数 k ($k = 0, 1, 2, \dots, n$)。如果这样的试验大量次数的重复，如进行 N 次，我们就得到事件 A 发生 k 次 ($k = 0, 1, 2, \dots, n$) 的频数。这个频数用 A_k 来表示，则概率的估计值便为：

$$p_{k,n} \approx \frac{A_k}{N} \quad (k=0, 1, 2, \dots, n) \quad (1.7)$$

那么，在进行 n 次试验时，怎样决定事件 A 的发生与否呢？怎样保证各次试验是独立的呢？和上一节随机投针一样，试验是用 $(0, 1)$ 上均匀分布的随机数进行（模拟）的。各个随机数是互相独立的。任意产生一个随机数 r_i ，它小于事件 A 的概率 p 的概率，按着均匀分布的性质，就等于 p 。因此，我们可从判断不等式

$$r_i \leq p \quad (1.8)$$

是否成立，来说明当前这次试验是否发生了事件 A 。式(1.8)成立，表明发生了事件 A ，式(1.8)不成立，表明没有发生事件 A 。

这样，每取 n 个 $(0, 1)$ 均匀分布的随机数 r_i ，用式(1.8)就可以模拟发生事件 A 的次数 k 。这样的 n 次独立试验重

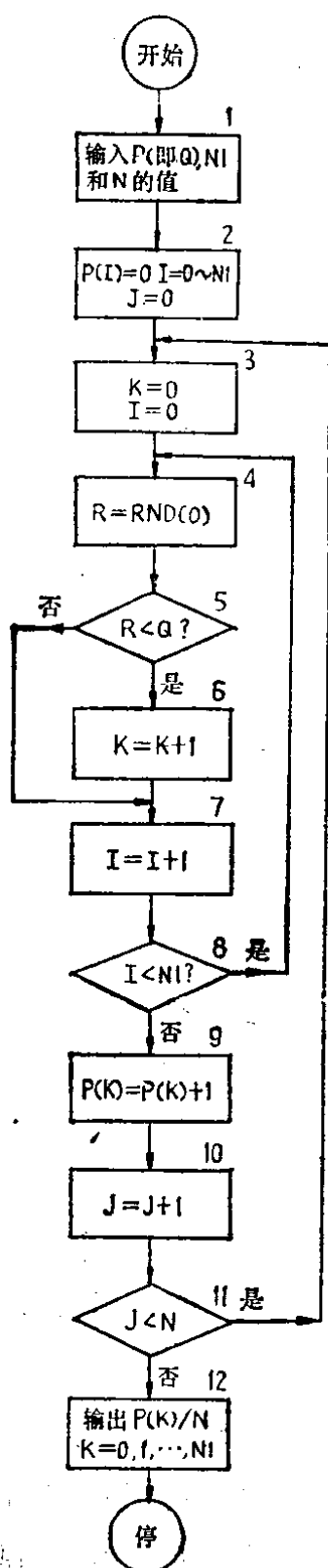


图 1.6

复进行 N 次后，用式(1.7)便可最后求出事件 A 的概率分布 $p_{k,n}$ 的近似值。图1.6是上述模拟过程的程序框图。表1.4是按图1.6的框图编制的模拟程序。

下面简要的说明一下图1.6的框图。框1是输入数据的。这里需要输入的数据有三个：事件 A 发生的概率 p （在程序中用 Q 表示）， n 次独立试验的 n 值（在程序中用 $N1$ 表示）和 n 次独立试验的模拟次数 N 。第2框和第3框给一些变量送初始值。其中数组 $P(k)$ （ $k=0, 1, 2, \dots, N1$ ）用来记录事件 A 发生的次数。例如， $P(0)$ 记录在 N 次模拟试验中发生事件“在 n 次独立试验中事件 A 出现0次”的次数。同样， $P(3)$ 记录在 N 次模拟中发生的事件“在 n 次独立试验中事件 A 出现3次”的次数。

第4、5、6、7、8框是模拟贝努里 n 次独立试验。其原理在前面已经谈到。最后，当模拟次数 J 达到预定的 N 时，在第12框输出模拟结果

$$p_{k,n} \approx P(k)/N \quad (k=0, 1, \dots, N1)$$

在表1.4给出了上述模拟框图的模拟程序清单，供参考。模拟结果列在表1.5。它是在 $p=0.667$ 和 $n=6$ 的条件下用表1.4的程序得到的。为了与理论计算值进行比较，表中还给出

表 1.4

LIST

```

5  REM BERNOULLI,J.DU LI SHI YAN
10 PRINT "P" ,
12 INPUT Q
14 PRINT, "N1" ,
16 INPUT N1
18 PRINT, "N" ,
20 INPUT N

```