高等学校教学参考用书

高等数学辅导与应试训练

（上册）

刘裔宏　刘碧玉
秦宣云　谢贵良　编著

- 内容综述
- 考点与疑难问答
- 题型归纳与解题技巧
- 单元模拟测练

中 南 大 学 出 版 社

高等数学辅导与应试训练

·上册·

刘裔宏　刘碧玉
秦宣云　谢贵良　编著

中南大学出版社

2000年·长沙

高等数学辅导与应试训练

·下册·

刘裔宏　刘碧玉
秦宣云　谢贵良　编著

中南大学出版社

2000年·长沙

高等数学辅导与应试训练(上册)

刘裔宏　刘碧玉　秦宣云　谢贯良　编著

□**责任编辑**　陈灿华

□**出版发行**　中南大学出版社

社址:长沙市麓山南路　邮编:410083

发行科电话:0731－8876770　传真:0731－8829482

电子邮件:csucbs@public.cs.hn.cn

□**经　　销**　湖南省新华书店

□**印　　装**　中南工业大学出版社印刷厂

□**开本**　787×1092　1/16 开　□**印张**　22.75　□**字数**　557 千字

□**版次**　2000 年 11 月第 1 版　□2000 年 11 月第 1 次印刷

□**印数**　0001－4500

□**书号**　ISBN 7－81061－212－3/O·013

□**全套定价**　55.00 元

□**本册定价**　26.00 元

图书出现印装问题,请与经销商调换

内容提要

为了满足读者学习高等数学的需要，我们编写了一套高等数学辅导与应试训练参考书。本书为下册，共12章，内容涉及线性代数与空间几何、多元微积分学、概率论与数理统计。每章采用与教材体系相结合的方式，其中每一单元分为内容综述、考点与疑难问答、题型归纳与解题技巧及单元模拟测练4个部分，以启迪读者的思维，培养读者的分析、判断、推理与计算能力，以及综合运用知识的应试能力。

本书结构新颖，条理清楚，内容丰富，重点突出，可作为各类高等院校低年级大学生配合高等数学课程教材学习的参考书，也可供教师和其他有关人员参考。

高等数学辅导与应试训练(下册)

刘裔宏　刘碧玉
秦宣云　谢贵良　编著

□责任编辑　盛　光
□出版发行　中南大学出版社
　社址：长沙市麓山南路　邮编：410083
　发行科电话：0731－8876770　传真：0731－8829482
　电子邮件：csucbs@public.cs.hn.cn
□经　　销　湖南省新华书店
□印　　装　中南工业大学出版社印刷厂

□开本　787×1092　1/16　□印张　29.5　□字数　753千字
□版次　2001年1月第1版　□2001年1月第1次印刷
□印数　0001－4200
□书号　ISBN 7－81061－212－3/O·013
□全套定价　55.00元
□本册定价　29.00元

图书出现印装问题，请与经销商调换

内容提要

为了满足读者学习高等数学的需要，我们编写了一套高等数学辅导与应试训练参考书。本书为上册，内容包括函数及其图形、极限与连续、导数与微分、微分中值定理的导数应用、不定积分、定积分、常微分方程与差分方程、无穷级数共8章。每章采用与教材体系相结合的方式，其中每一单元分为内容综述、考点与疑难问答、题型归纳与解题技巧及单元模拟测练4个部分，以启迪读者的思维，培养读者的分析、判断、推理与计算能力，以及综合运用知识的应试能力。

本书结构新颖，条理清楚，内容丰富，重点突出，可作为各类高等院校低年级大学生配合高等数学课程教材学习的参考书，也可供教师和其他有关人员参考。

前 言

现行大学高等数学教材的内容，多已突破原有课程的界限，将微积分、空间几何、线性代数、概率论与数理统计的内容有机结合，相互渗透，进行工科数学教学一体化的改革和实践。但一般教材言简意赅，不可能对内容与方法详细解释；近年流行的有关大量习题解答参考书虽提出了具体的方法与技巧，但缺乏对概念、重点与难点的阐述，缺乏对题型、解题方法与技巧的归纳总结，缺乏对综合分析与应试解题能力的足够培养和训练。我们结合多年来理工科数学教学的实践编写此书，试图抛砖引玉，补前者之不足，以适应不同读者的需要。

本书对教材内容先进行概括与分析，并加以适当指点，然后就重点与难点进行疑难问答，提高读者思维能力；进而提供题型归纳与示范例题，为读者运用所学知识独立解题架设一座桥梁；最后给出模拟测试与训练题，以提高读者的综合解题能力和实际应用能力。

按照培养跨世纪人才数学素质的基本要求，本书从大量的高等数学习题和试题中，精选出极具启发性、典型性和针对性的题目，包括问答题、典型例题、测练习题，并附有解答、分析提示或答案。选题尽量避免与一般教材雷同，且难易适度，力求紧扣教学大纲规定，不超出数学考研大纲的要求。本书内容在编排上与中南大学《高等数学教程》的内容同步，因此适于与其配合相当的教材使用，便于读者学习和掌握。

本书为上册，共 8 章。其中，第 1,2 章由刘裔宏编写；第 3,4,7 章由刘碧玉编写；第 5,6 章由谢贵良编写；第 8 章由秦宣云编写。全书由刘裔宏统稿审定。

本书可供各层次低年级大学生(工科院校本、专科、电大、函大及高等教育自学考生)学习《高等数学》时使用，也可以作为准备报考硕士研究生的高年级学生的参考复习资料。

限于我们的学识和业务水平，书中缺点和错误在所难免，敬请读者指正。

编著者

2000 年 9 月

目 录

目 录

第 1 章
函数及其图形

第 1 单元　集合与映射

一、　内容综述

1. *逻辑符号*

在数学论证的表达过程中，可适当采用一些最简单而常用的逻辑符号．

(1) 符号 $\forall$

称为全称量词，用它来表示“对于任意的”，“对于任何的”，“对于所有的”，“对于一切的”，“对于每一个”，“不论对于什么样的”等语句，它是 Any 一词首字母 A 的倒写．

(2) 符号 $\exists$

称为存在量词，它可用来表示“存在”，“可找到”，“有”等语句，它是 Exist 一词首字母 E 的反写．

(3) 符号 $\Rightarrow$

称为蕴涵词，用它来表示“推出”，即一个命题由另一个命题推出．

(4) 符号 $\Leftrightarrow$

称为双蕴涵词，表示在它两边的命题“等价”.

2. *逻辑命题*

一个命题就是一个陈述句．这个句子陈述的事情或者是真的，或者是假的．用字母 A，B，… 来表示命题．

(1) $A\Rightarrow B$

即“由 A 推出 B”，表示“如果 A 成立，则 B 也成立”，这时 A 是 B 的充分条件，或者 B 是 A 的必要条件．

(2) $A\Leftrightarrow B$

即“A 与 B 是等价的”，表示“当且仅当 A 成立时 B 成立”，这时 A 与 B 互为充分必要条件．

(3) $\neg A$

表示“非 A”，即“与 A 相反的命题”或“A 的否定”. 有以下论断成立：

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$$

这个论断实际上是反证法的理论依据，当证明直接命题 $A \Rightarrow B$ 比证明其等价命题 $\neg B \Rightarrow \neg A$ 困难时，可采用反证法.

3. 集合

集合是不能严格定义的最原始概念之一，它只能通过描述来理解. 所谓集合（简称集）就是指具有某种特定性质的具体或抽象的事物所构成的一个总体. 组成集合的每个事物叫作集合的元素（简称元）. 当 a 是集合 A 中的元素时，记为 $a \in A$；当 a 不是集合 A 中的元素时，记为 $a \notin A$（或 $a \overline{\in} A$）.

集合中的元素具有确定性、互异性、无序性这 3 种特性.

4. 集合的表示法

（1）列举法

即按任意顺序列出集合中的所有元素，并用花括号{ }括起来. 例如，$A = \{3, 1, 7, 5\}$.

（2）描述法

即把集合中元素所具有的共同性质描述出来，写在{ }内. 例如，$A = \{x \mid x^2 = 1\}$.

5. 集合的类型

（1）有限集

由有限个元素组成的集合叫作有限集. 在有限集中有两个常用的集合：单元素集与空集. 只含有一个元素的集合叫做单元素集. 不含有任何元素的集合叫作空集，记作 $\varnothing$. 注意空集 $\varnothing$ 不要与集合 $\{0\}$ 相混淆.

（2）无限集

由无限个元素组成的集合叫作无限集.

6. 集合间的关系

（1）包含（子集）

设有集合 A，B，如果 $\forall a \in A \Rightarrow a \in B$，则称 A 是 B 的子集，记为 $A \subset B$ 或 $B \supset A$，读作 A 包含于 B 或 B 包含 A.

子集具有以下性质：

1° $A \subset A$；

2° $A \subset B$，$B \subset C \Rightarrow A \subset C$.

（2）相等

如果 $A \subset B$ 且 $B \subset A$，则称集合 A 与集合 B 相等，记为 $A = B$. 这时 A 与 B 含有完全相同的元素，实际上是同一集合.

（3）真子集

如果 $A \subset B$，但 $A \neq B$，则称 A 是 B 的真子集.

7. 数集与点集

由数组成的集合叫作数集. 全体自然数（正整数）、整数、有理数、实数分别构成自然数集 $\mathbf{N}$、整数集 $\mathbf{Z}$、有理数集 $\mathbf{Q}$、实数集 $\mathbf{R}$. 显然 $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$.

由点组成的集合叫作点集. 常见的数轴上的点集是区间和邻域. 如开区间 (a, b)，闭区间 $[a, b]$，半开半闭区间 $(a, b]$，$[a, b)$，无穷区间 $(a, +\infty)$，$[a, +\infty)$，$(-\infty, a)$，$(-\infty, a]$，$(-\infty, +\infty)$ 等；又如点 x_0 的 δ 邻域 $U(x_0, \delta)$，去心 δ 邻域 $\hat{U}(x_0, \delta)$，左邻域

$(U(x_0^-, \delta))$，右邻域 $U(x_0^+, \delta)$ 等．

8. 集合的运算

给定集合 A 和 B，并、交、差、直积是 A 与 B 之间的四种基本运算．

(1) 并(并集)

集合 $\{x \mid x \in A$ 或 $x \in B\}$ 称为 A 与 B 的并，记为 $A \cup B$.

(2) 交(交集)

集合 $\{x \mid x \in A$ 且 $x \in B\}$ 称为 A 与 B 的交，记为 $A \cap B$.

(3) 差(差集)

集合 $\{x \mid x \in A$ 但 $x \notin B\}$ 称为 A 与 B 的差，记为 $A - B$.

相对于全集 X，若 $A \subset X$，则称差 $X - A$ 为 A 的余(余集)或补(补集)，记为 A^c.

(4) 直积(笛卡尔乘积)

由 A，B 的元素所构成的有序对组成的集合 $\{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$ 称为 A 与 B 的直积或笛卡尔(Descartes)乘积，记为 $A \times B$.

当 $B = A$ 时，也记 $A \times A$ 为 A^2，它是 A 中一切元素所构成的有序对的集合．如 $\mathbf{R}^2 = \mathbf{R} \times \mathbf{R}$ 是坐标平面上全部点的集合．

9. 映射

设 A，B 是两个非空集合，f 是一个确定的对应规则．若 $\forall x \in A$，按照 f，存在惟一确定的 $y \in B$ 与之对应，则称 f 是 A 到 B 中的映射，记为

$$f: A \to B$$

并称 y 为 x 在映射 f 下的像，称 x 为 y 在 f 下的原像．因此,映射 f 也记为

$$f: x \mapsto y \text{ 或 } f(x) = y$$

A 称为 f 的定义域，记为 $D(f)$；$f(A) = \{f(x) \mid x \in A\}$ 称为 f 的值域，记为 $R(f)$.

(1) 恒等映射

又称单位映射，是集合 A 到自身的一个映射 I_A，定义为

$$I_A: x \mapsto x, \forall x \in A$$

(2) 满射

对于 A 到 B 的映射 f，若 $f(A) = B$，则称 f 是 A 到 B 上的映射或满射．

(3) 单射

对于 A 到 B 的映射 f，若 $\forall x_1, x_2 \in A$，有 $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$，则称 f 是 A 到 B 的单射．

(4) 双射

若 A 到 B 的映射 f 既是单射又是满射，则称 f 为 A 到 B 的双射．双射通常被称为一一对应．

10. 映射的运算

(1) 相等

设映射 f 和 g 的定义域分别为 A 和 B. 如果 $A = B$，且 $\forall x \in A$ 有 $f(x) = g(x)$，则称 f 与 g 相等，记为 $f = g$.

(2) 复合

设 $g: x \mapsto u$ 是 A 到 B 中的映射，$f: u \mapsto y$ 是 C 到 D 中的映射．如果当 $A_1 \subset A$，A_1

$\neq \varnothing$ 有 $g(A_1) \subset C$，则 A_1 到 D 中的映射

$$f \circ g: x \mapsto y, x \in A_1$$

称为 f 与 g 的复合(或乘积)，其像为

$$y = (f \circ g)(x) = f(g(x)), x \in A_1$$

复合有下列性质：

1° 对任一 $f: A \to B$，都有 $f \circ I_A = I_B \circ f = f$；

2° $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$.

(3) 逆射

设 $f: x \mapsto y$ 是 A 到 B 的映射，$B_1 = R(f)$. 如果 $\forall x \in A$，存在一个 B_1 到 A 的映射 g 使得

$$(g \circ f)(x) = x$$

同时 $\forall y \in B_1$，使得

$$(f \circ g)(y) = y$$

则称 g 为 f 的逆射，且称 f 可逆．f 的逆射 g 是惟一的，因此,通常记 f 的逆射为 f^{-1}.

逆射具有下列性质：

1° f 与 f^{-1} 互逆，且 $f^{-1} \circ f = I_A$，$f \circ f^{-1} = I_{B_1}$；

2° f 可逆的充要条件是 f 为 A 到 $B_1 = R(f)$ 上的一一对应．

11. 集合的对等

设 A, B 是两个集合，若存在 A 到 B 上的一个一一对应，则称 A 与 B 对等，记为 $A \sim B$. 集合的对等关系是一种等价关系，具有自反性、对称性和传递性．

(1) 有限集与无限集

设 A 是一个集合，如果 $\exists\, n \in \mathbf{N}$，使 $A \sim M_n = \{1, 2, \cdots, n\}$，则称 A 为有限集，否则称 A 为无限集．规定 $\varnothing$ 为有限集．

(2) 可数集与不可数集

如果无限集 A 与自然数集 $\mathbf{N}$ 对等，则称 A 为可数集，否则称 A 为不可数集．

集合 A 为可数集的充要条件是 A 中的元素可以排成一个序列，即

$$A = \{a_1, a_2, \cdots, a_n, \cdots\}$$

整数集 $\mathbf{Z}$ 和有理数集 $\mathbf{Q}$ 都是可数集，而实数集 $\mathbf{R}$ 是不可数集．

二、 考点与疑难问答

本单元考点的内容是:集合的概念及其表示方法；元素与集合之间的关系；集合与集合之间的关系；集合的并、交、差、补的运算法则；映射的概念和映射的运算；映射复合与映射可逆的意义及条件；集合的对等关系；可数集和不可数集．与集合有关的概念及集合的运算是本单元的重点，难点是映射的概念及其运算．

问题 1 集合的运算有哪些重要性质?

答 并、交、差、补是集合的基本运算，有如下重要性质：

1° 交换律

$$A \cup B = B \cup A;\ A \cap B = B \cap A$$

2° 结合律

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$
$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

3° 分配律

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$
$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

4° 吸收律

$$(A \cap B) \cup A = A;\ (A \cup B) \cap A = A$$

5° 幂等律

$$A \cup A = A;\ A \cap A = A$$

6° 0—1 律

$$A \cup \varnothing = A,\ A \cup X = X$$
$$A \cap \varnothing = \varnothing,\ A \cap X = A$$

7° 补元律

$$A \cup A^c = X,\ A \cap A^c = \varnothing$$
$$X^c = \varnothing, \varnothing^c = X$$

8° 对合律

$$(A^c)^c = A$$

9° 德·摩根(de Morgan) 律

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c;\ (A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

问题 2 怎样理解全集的含义？试用图形表示并、交、差、补和全集的概念.

答 在具体问题的研究中，我们总是把讨论限制在某一固定的范围内，这个范围通常称为论域. 论域中全部元素所成的集合称为全集，用 X 或 U 表示. 图示时全集常用一个矩形表示，其他集合则用矩形内的圆面表示. 全集是一个相对的概念，所研究的问题不同，全集也会不同. 并集、交集、差集、补集(图中的阴影部分) 和全集(图中的矩形) 的概念可用图形表示(见图 1 — 1).

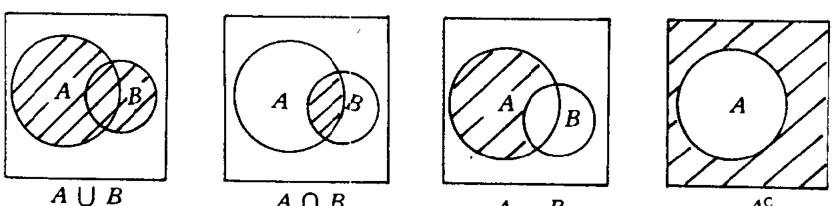

图 1 — 1

问题 3 含有 n 个元素的集合有多少个子集，有多少个真子集？

答 因为规定空集是任何集合的子集，任一集合是其本身的子集，所以一个集合的子集，除了包括它的所有元素的各种组合外，还应该包括空集与该集合本身. 因此，根据二项式定理可知，含有 n 个元素的集合有 2^n 个子集，其中 $2^n - 1$ 个为真子集. 例如，集合$\{1, 2, 3\}$ 的子集共有 $2^3 = 8$ 个，即 $\varnothing$，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{3\}$，$\{1, 2\}$，$\{1, 3\}$，$\{2, 3\}$，$\{1, 2, 3\}$，其中前 7 个是真子集.

问题 4 有限集 A 中所含元素的个数称为 A 的基数，用 $|A|$ 表示. 常用的计算集合基数

的公式有哪些?

答　下面一些关于计算有限集合基数的常用公式，有的是不证自明的，有的可通过 Venn 图验证，有的一般结果利用归纳法能够证明.

1° $|A \times B| = |A| \times |B|$;

2° $|A \times B| = |B \times A|$;

3° $A \cap B = \varnothing \Rightarrow |A \cup B| = |A| + |B|$;

4° $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$;

5° $|(A \cup B)^c| = |X| - |A| - |B| + |A \cap B|$;

6° $$\begin{aligned}|A \cup B \cup C| = {} & |A| + |B| + |C| \\ & - |A \cap B| - |B \cap C| - |C \cap A| \\ & + |A \cap B \cap C|;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}|(A \cup B \cup C)^c| = {} & |Z| - |A| - |B| - |C| \\ & + |A \cap B| + |B \cap C| + |A \cap C| \\ & - |A \cap B \cap C|;\end{aligned}$$

7° $B \subset A \Rightarrow |A - B| = |A| - |B|$;

8° $$\begin{aligned}|A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n| = {} & \sum_{i=1}^{n} |A_i| - \sum_{1 \leqslant i < j \leqslant n} |A_i \cap A_j| + \sum_{1 \leqslant i < j < k \leqslant n} |A_i \cap A_j \cap A_k| - \cdots \\ & + (-1)^{n-1} |A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n|;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}|(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n)^c| = {} & |X| - \sum_{i=1}^{n} |A_i| + \sum_{1 \leqslant i < j \leqslant n} |A_i \cap A_j| - \\ & \sum_{1 \leqslant i < j < k \leqslant n} |A_i \cap A_j \cap A_k| + \cdots + (-1)^n |A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n|.\end{aligned}$$

三、　题型归纳与解题技巧

1.　与集合有关的概念题

例 1.1　选择题

(1) 下列关系中，正确的是(　　).

(a) $\{0\} = \varnothing$;　　(b) $\varnothing \in \{0\}$;

(c) $\{0\} \subset \varnothing$;　　(d) $\varnothing \subset \{0\}$.

(2) 下列集合中为空集的是(　　).

(a) $\{\varnothing\}$;　　(b) $\{0\}$;

(c) 0;　　(d) $\{x \mid x^2 + 1 < 0, x \in \mathbf{R}\}$.

(3) 下列各组中的 A 与 B 表示同一集合的是(　　).

(a) $A = \varnothing$, $B = \{0\}$;

(b) $A = \{(2, 3)\}$, $B = \{(3, 2)\}$;

(c) $A = \{\pi\}$, $B = \{3.1416\}$;

(d) $A = \{1, 2, \cdots, n\}$, $B = \{n, n-1, \cdots, 2, 1\}$.

(4) 设 $A = \{x \mid -3 \leqslant x \leqslant 5\}$, $B = \{x \mid 0 < x < 8\}$, 则 $A \cap B =$ (　　).

(a) $\{x \mid -3 \leqslant x < 8\}$;　　(b) $\{x \mid 0 \leqslant x < 5\}$;

(c) $\{x|0<x<5\}$；　　　　(d) $\{x|0<x\leqslant 5\}$.

(5) 已知 $A=\{x|f(x)=0\}$，$B=\{x|g(x)=0\}$，$C=\{x|\varphi(x)=0\}$，则方程组 $\begin{cases}f(x)g(x)=0\\ \varphi(x)=0\end{cases}$ 的解集合是(　　).

(a) $A\cap B\cap C$；　　　　(b) $(A\cup B)\cap C$；

(c) $(A\cap B)\cup C$；　　　　(d) $A\cup B\cup C$.

解　(1) 空集 $\varnothing$ 是不包含任何元素的集合，而且规定空集是任何集合的子集，因此应选(d).

(2) $\{\varnothing\}$ 是由空集组成的集合，不是空集；0 是一个元素，不是空集或非空集；$\{0\}$ 是由 0 组成的非空集合．因此，只有(d) 是正确答案，应选(d).

(3) 用列举法表示集合时可按任意顺序列出集合中的全部元素，故应选(d).

(4) 用数轴上的区间来描述集合 A 和 B，它们的交便一目了然．应选(d).

(5) 方程 $f(x)g(x)=0$ 的解是 $f(x)=0$ 或 $g(x)=0$ 的解，即 $A\cup B$；而方程组的解是构成方程组的各方程的公共解，故应为 $(A\cup B)\cap C$，即应选(b).

例 1.2　用列举法表示集合

$$A=\{x|x^3-3x^2-x+3=0,\ x\geqslant 0,\ x\in\mathbf{Z}\}$$

解　A 是方程 $x^3-3x^2-x+3=(x-3)(x^2-1)=0$ 的所有非负整数根的集合．因此，$A=\{1,3\}$.

例 1.3　用区间表示集合

$$I=\{x|1<|x-2|<3,\ x\in\mathbf{R}\}$$

解　$|x-2|<3\Rightarrow-3<x-2<3\Rightarrow-1<x<5$，
又 $|x-2|>1\Rightarrow x-2>1$ 或 $x-2<-1\Rightarrow x>3$ 或 $x<1$. 令 $A=(-1,5)$，$B=(3,+\infty)$，$C=(-\infty,1)$，则

$$I=A\cap(B\cup C)=(-1,1)\cup(3,5)$$

例 1.4　设由 S 城到 C 城，中间必须经过 A、B 两城，而从 S 到 A 有两条路可走，从 A 到 B 有 3 条路可走，最后,从 B 到 C 又有两条路可走．试问从 S 到 C 共有多少种不同的走法，并把它们区别开来．

解　设 $A=\{a_1,a_2\}$，$B=\{b_1,b_2,b_3\}$，$C=\{c_1,c_2\}$，其中 a_i，b_j，c_k 表示到相应城市的可走路径．于是，直积 $A\times B\times C$ 中共有 $2\times3\times2=12$ 个元素，每个元素都是一个有序三元组，每个有序三元组表示一种走法，故共有 12 种不同走法．为把它们区别开来，可以绘成如图 1－2 所示的树形图，其中箭头指向乃是所要去的城市．

2. 关于集合运算的命题

例 1.5　若 $M=\{x|2x+a=0\}$，$P=\{x|1<x<4,\ x\in\mathbf{N}\}$，且 $M\cap P$ 为非空集合，求 a 的值．

解　因为 $M=\{x|2x+a=0\}=\{-\frac{a}{2}\}$，又

$$P=\{x|1<x<4,\ x\in\mathbf{N}\}=\{2,3\}$$

以及 $M\cap P\neq\varnothing$，故 $M\cap P=\{2\}$ 或 $\{3\}$，于是 $-\frac{a}{2}=2$ 或 $-\frac{a}{2}=3$，即

$$a=-4 \text{ 或 } a=-6$$