初三年级 数学

# 通用各科奥林匹克模拟试卷

数学奥林匹克工作室 编

首都师范大学出版社

tongyong geke aolinpike moni shijuan

奥林匹克

OLYMPIC

# 通用各科奥林匹克模拟试卷

数 学 奥 林 匹 克 工 作 教 室　编

初三年级数学

奥林匹克

首都师范大学出版社

TONGYONG GEKE AOLINPIKE MONISHIJUAN
**通用各科奥林匹克模拟试卷**
初三年级数学
**首都师范大学出版社**
(北京西三环北路 105 号　邮政编码 100037)
北京嘉实印刷有限公司印刷　全国新华书店经销
2001 年 7 月第 1 版　2001 年 8 月第 2 次印刷
开本 850 × 1168　1/32　印张 6.125
字数 154 千　印数 13,001~23,500 册
定价 8.00 元

# 使用说明

由“数学奥林匹克工作室”编写的《通用各科奥林匹克模拟试卷(初中数学)》是《通用数学奥林匹克》系列的组成部分。这个系列分小学、初中和高中三个层次,每个层次包括教材、同步练习册以及赛前综合训练三种类型,已经出版或即将出版的图书包括:

《小学教材》、《小学 ABC 卷及解析》、《小学模拟试卷》;

《初中教材》、《初中 ABC 卷及解析》、《初中模拟试卷》;

《高中教材》、《高中 ABC 卷及解析》、《高中模拟试卷》。

《通用各科奥林匹克模拟试卷》初中数学系列属于赛前综合训练。按年级分为三册,分别供初一、初二和初三年级同学参加相应的全国性或地区性竞赛时使用。每册选编了 30 套训练题,分为选择题、填空题和解答题(这是各级各类数学竞赛试卷的通用题型),其中初一、初二年级的比例均为 8∶8∶3(其中选择题、填空题每题 5 分,解答题每题 20 分,满分 140 分)。初中三年级的比例与全国初中数学联合竞赛相同,即 6∶4∶3(其中选择题、填空题每题 7 分,解答题分别为 20 分、25 分、25 分,满分 140 分)。每套训练题还配备了答案和简解,供师生们使用时参考。感谢广大读者使用本书并提出批评建议。

编　者

2000 年 12 月

# 出 版 说 明

2000年是中国基础教育的“减负”年。对于教育类出版社来讲，有关教育类图书不仅仅面临的是发行册数锐减，还面临着不可逆转的图书退货浪潮。正是在这种形势下，我社仍然出版了这批中小学各科竞赛试卷汇编图书。为什么呢？想来，是基于以下几个方面的考虑：

一、中国的中小学教育水平，尤其是改革开放后的教育水平，无可争议的在世界是领先的。每一位关心教育的人士都知道，我国高中学生参加的国际学科奥林匹克竞赛，每一学科每个年度都取得了骄人的成绩。这些成绩的取得，是无数老师及教育工作者常年不断辛勤耕耘的结果。作为教育类出版社，作为出版学科奥林匹克图书时间最早、图书规模最全、影响最大的出版社，我们绝不能计较经济效益的得失，责无旁贷地要把老师们这些年的成果反映出来。

二、中小学各学科竞赛的宗旨，是让那些学有余力，学有兴趣或一时对该学科还没有学习主动性的学生在原有学科课堂教学的基础上进一步延伸拓展，以“培养兴趣，开发智力，提高能力”。这是当前我国实行素质教育的有机组成部分。由于受教育者的千差万别，让千千万万的中小学生齐步走是不实际的。有的学生数、理、化有优势，就应该让他们的数、理、化在原有的基础上再系统地多学一些；有的学生在文学、外语方面很有天赋，就应该让他们在这些领域比其他学生多学一些。现在流行一种倾向，谈到素质教育就是琴棋书画，谈到“减负”就是砍数、理、化，这是应该注意的。作为教育类出版社的编辑，要明确自己的责任，坚持正确的出版方向，努力为我国的素质教育多做贡献。

三、出版这批图书是为了满足学生的实际需要。经常有一些学

生来信询问有关竞赛的资料及竞赛报名等问题，受个人、学校等方面条件的限制，他们不了解或不能参加各种竞赛是遗憾的。我想，这批图书对他们是会有帮助的。

最后，还要再次说明的是，我社这批图书的出版，是为了尽可能全面地展示近年我国中小学学科竞赛的全貌，是想进一步推动我国学科竞赛的健康发展。这些试题的产生，是众多老师多年集体智慧的结晶。在这里，我社并代表全体编选者向每一位从事该项工作的专家和老师们致以崇高的敬意，并希望能够进一步加强联系，共同促进这项工作的开展。

董凤举

2001.2.28

首都师大奥林匹克图书
助你叩击成功之门

# 目　录

# 模拟试卷 1

## 一、选择题

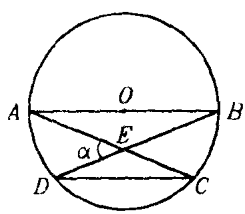
1. 已知 $a=\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n}+\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}$，$b=\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}$，其中 $n$ 为正整数，则 $a$、$b$ 的关系为（　　）.

(A) $a>b$　　(B) $a=b$　　(C) $a<b$　　(D) 不确定

2. 方程组 $\begin{cases} xz-2yt=3 \\ xt+yz=1 \end{cases}$ 的整数解的组数是（　　）.

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4

3. 如图，$AB$ 是圆 $O$ 的直径，$CD$ 是平行于 $AB$ 的弦，且 $AC$ 和 $BD$ 相交于 $E$，$\angle AED=\alpha$，则△$CDE$ 和△$ABE$ 的面积之比是（　　）.




(A) $\sin\alpha$　　(B) $\cos\alpha$

(C) $\sin^2\alpha$　　(D) $\cos^2\alpha$

4. 已知 $x_1$、$x_2$ 是方程 $x^2-(k-2)x+(k^2+3k+5)=0$ 的两个实根，则 $x_1^2+x_2^2$ 的最大值是（　　）.

(A) 19　　(B) 18

(C) $5\frac{5}{9}$　　(D) 以上答案都不对

5. 在直角三角形 $ABC$ 中，$CE$ 为直角 $C$ 的平分线，$CE+BC=AC$，则 $\frac{AC}{BC}$ 等于（　　）.

(A) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$ (B) $\frac{1+2\sqrt{3}}{2}$

(C) $\frac{3\sqrt{2}-1}{2}$ (D) $2\sqrt{6}-\sqrt{2}$

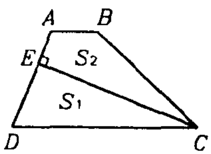
6. 函数 $y=ax+\frac{1}{a}(1-x)(a>0,0\leqslant x\leqslant 1)$ 的最小值为(　　).

(A) $a$ (B) $\frac{1}{a}$

(C) $\begin{cases} a & (0<a<1) \\ \frac{1}{a} & (a\geqslant 1) \end{cases}$ (D) $\begin{cases} \frac{1}{a} & (0<a<1) \\ a & (a\geqslant 1) \end{cases}$

**二、填空题**

1. 设 $a$、$b$、$c$ 均为非零实数，并且 $ab=2(a+b)$，$bc=3(b+c)$，$ca=4(c+a)$，则 $\frac{ac}{b}=$________.



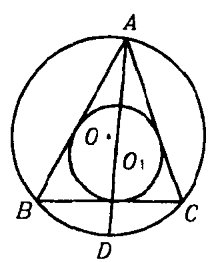

2. 如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AB // CD$，$CE$ 是 $\angle BCD$ 的平分线，$CE\perp AD$，$DE=2AE$，$CE$ 把梯形分成两块，面积分别为 $S_1$ 和 $S_2$，若 $S_1=1$，则 $S_2=$________.

3. 若 $x=\sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$，则 $\frac{x^6+14x^3+50}{x^2+2x+2}=$________.

4. 边长分别为 6、8、10 的三角形的内心与外心的距离为________.

**三、解答题**

1. 当 $m$ 和 $n$ 为何整数时，方程 $2x^2-2mx+n=0$ 的两根 $x_1$、$x_2$ 满足：$1\leqslant x_1<2$，$2\leqslant x_2<3$？




2. 如图，圆 $O$ 为 $\triangle ABC$ 的外接圆，圆 $O_1$ 是内切圆，两圆半径分别为 $R$ 和 $r$，连 $AO_1$ 并延长交圆 $O$ 于 $D$. 求证：$AO_1\cdot O_1D=2Rr$.

3. 将 $1994\times 1994$ 方格表的每一个方格都分别涂为黑色或白色，使得关于方格表的

中心相对称的每两个方格所涂的颜色互不相同．试问是否在每一行和每一列，黑格数与白格数都相等？为什么？

# 模拟试卷 2

## 一、选择题

1. 设 $a>b>c>d>0$，且 $x=\sqrt{ab}+\sqrt{cd}$，$y=\sqrt{ac}+\sqrt{bd}$，$z=\sqrt{ad}+\sqrt{bc}$，则 $x,y,z$ 的大小关系为(　　).

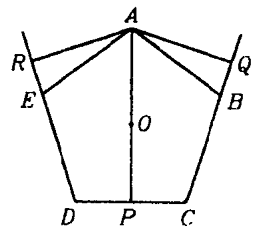
(A) $x<z<y$　　(B) $y<z<x$

(C) $x<y<z$　　(D) $z<y<x$

2. 设 $p$ 为质数，若方程 $x^2-px-580p=0$ 的两个根均为整数，则(　　).

(A) $0<p<10$　　(B) $10<p<20$

(C) $20<p<30$　　(D) $30<p<40$




3. 如图，$ABCDE$ 是正五边形，$AP$、$AQ$ 和 $AR$ 是由 $A$ 向 $CD$、$CB$ 和 $DE$ 或其延长线上所引的垂线段. 设 $O$ 是正五边形的中心，若 $OP=1$，则 $AO+AQ+AR$ 等于(　　).

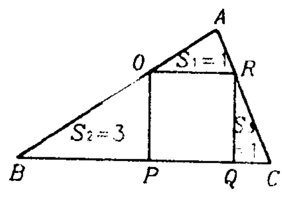
(A) 3　　(B) $1+\sqrt{5}$

(C) 4　　(D) $2+\sqrt{5}$

4. 已知 $a^2-3a+1=0$，则 $\dfrac{2a^5-5a^4+2a^3-8a^2+7a}{3a^2+3}$ 的值为(　　).

(A) $\dfrac{4}{9}$　　(B) $\dfrac{5}{9}$

(C) $\dfrac{2}{3}$　　(D) $\dfrac{7}{9}$




5. 如图，正方形 $OPQR$ 内接于 $\triangle ABC$，已知 $\triangle AOR$、$\triangle BOP$ 和

$\triangle CRQ$ 的面积分别是 $S_1=1$，$S_2=3$ 和 $S_3=1$，那么，正方形 $OPQR$ 的边长是(　　).

(A) $\sqrt{2}$　　(B) $\sqrt{3}$　　(C) 2　　(D) 3

6. 已知 $x$、$y$、$z$ 为三个非负实数，且满足 $3x+2y+z=5$，$2x+y-3z=1$，若 $u=3x+y-7z$，则 $u$ 的最大值与最小值之和为(　　).

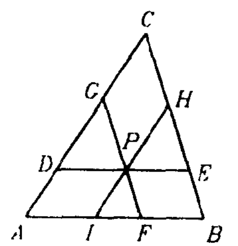
(A) $-\frac{62}{77}$　　(B) $-\frac{64}{77}$　　(C) $-\frac{68}{77}$　　(D) $-\frac{74}{77}$

## 二、填空题

1. 当 $n=1,2,3,\cdots,1996$ 时，所有二次函数 $y=n(n+1)x^2-(2n+1)x+1$ 的图象在 $x$ 轴上所截得线段的长度之和为________.

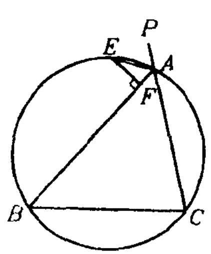
2. 在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC=2\sqrt{10}$，$BC=4$，以 $AB$ 为直径的圆分别交 $BC$、$AC$ 于 $D$ 和 $E$，则 $S_{\triangle CDE}=$________.

3. 一个圆内有 6000 个点，其中任三点都不共线，把这个圆分成 2000 块，使每块恰含有三个点. 若每块中三点满足：任两点间的距离皆为整数，且不超过 9，则以每块中的三点为顶点作三角形，这些三角形中大小完全一样的三角形至少有________个.




4. 如右图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=425$，$BC=450$，$CA=510$. 点 $P$ 在 $\triangle ABC$ 的内部，$DE$、$FG$、$HI$ 都过点 $P$，其长均为 $d$，且分别平行于 $AB$、$BC$、$CA$，则 $d=$________.

## 三、解答题




1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB>AC$，$\angle A$ 的一个外角的平分线交 $\triangle ABC$ 的外接圆于 $E$ 点，过 $E$ 作 $EF\perp AB$，垂足为 $F$，求证：$2AF=AB-AC$.

2. 当 $a$ 为何实数时，方程

$$\frac{1}{\sqrt{(a-1)x^2+2x-a}}=\frac{1}{\sqrt{2(a-1)x-2a+10}}$$

有惟一解？

3. 证明：对任意小于 1994 的 998 个不同的自然数，至少有一个恰为另两个之和.

# 模拟试卷 3

## 一、选择题

1. 若 $y=(2x^5+2x^4-53x^2-57x+54)^{1997}$，则当 $x=\dfrac{\sqrt{111}-1}{2}$ 时 $y$ 的值为（　　）.

(A) 0　　(B) $-1$　　(C) 1　　(D) $2^{1997}$

2. 若一直角三角形的斜边长为 $C$，内切圆的半径是 $r$，则内切圆的面积与三角形面积之比是（　　）.

(A) $\dfrac{\pi r}{c+2r}$　　(B) $\dfrac{\pi r}{c+r}$　　(C) $\dfrac{\pi r}{2c+r}$　　(D) $\dfrac{\pi r^2}{c^2+r^2}$

3. 使 $m^2+m+7$ 是完全平方数的所有整数 $m$ 的积是（　　）.

(A) 84　　(B) 86　　(C) 88　　(D) 90

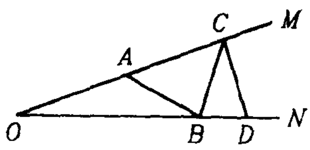
4. 已知 $AB$ 是半圆的直径，$BC$ 切半圆于 $B$ 点，$BC=AB/2=r$，$AC$ 交半圆于 $D$ 点，$DE\perp AB$ 于 $E$，则 $DE$ 的长为（　　）.

(A) $\dfrac{3}{5}r$　　(B) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}r$　　(C) $\dfrac{\sqrt{5}}{3}r$　　(D) $\dfrac{4}{5}r$

5. 使方程 $\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x}=\dfrac{4x+a}{x(x+1)}$ 只有一个实根的所有实数 $a$ 的个数为（　　）.

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4

6. 如图，设 $\angle MON=20°$，$A$ 为 $OM$ 上一点，$OA=4\sqrt{3}$，$D$ 为 $ON$ 上一点，$OD=8\sqrt{3}$，$C$ 为 $AM$ 上任意一点，$B$ 是 $OD$ 上任意一点，那么折线 $ABCD$ 的长 $AB+BC+CD$ 的最小值是（　　）.




(A) 10　　(B) 11

(C) 12　　　　(D) 13

## 二、填空题

1. 已知 $y=\sqrt{4x^2+4x+1}+\sqrt{x^2-2x+1}$，则 $y$ 的最小值为________.

2. 已知梯形 $ABCD$ 的面积为 $S$，$AB/\!/CD$，$AB=b$，$CD=a(a<b)$，对角线 $AC$ 与 $BD$ 交于点 $O$，若 $\triangle BOC$ 的面积为 $\frac{2}{9}S$，则 $\frac{a}{b}=$________.

3. 把 $(x^2-x+1)^6$ 展开后得 $a_{12}x^{12}+a_{11}x^{11}+\cdots+a_2x^2+a_1x+a_0$，则 $a_{12}+a_{10}+a_8+a_6+a_4+a_2+a_0=$________.

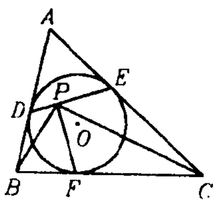
4. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle B=100°$，$\angle C$ 的平分线交 $AB$ 于 $E$，$D$ 在 $AC$ 上，使得 $\angle CBD=20°$，连结 $D$、$E$，则 $\angle CED$ 的度数为________.

## 三、解答题

1. 对于给定的抛物线 $y=x^2+ax+b$，使实数 $p$、$q$ 适合于 $ap=2(b+q)$：

(1)证明抛物线 $y=x^2+px+q$ 通过定点；

(2)证明下列两个二次方程：$x^2+ax+b=0$ 与 $x^2+px+q=0$ 中至少有一个方程有实数根.




2. 如图，圆 $O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆，$D$、$E$、$F$ 是三个切点，连 $DE$，作 $FP\perp DE$ 于 $P$. 求证：$\angle DBP=\angle ECP$.

3. $a$、$b$ 为正整数，$a^2+b^2$ 除以 $a+b$，商 $q$ 余 $r$，求满足 $q^2+r=1993$ 的所有有序数对 $(a,b)$.