



反卷积和信号复原
Deconvolution
and
Signal
Recovery

邹谋炎 著

国防工业出版社

反卷积和信号复原

Deconvolution and Signal Recovery

邹谋炎 著

国防工业出版社

·北京·

图书在版编目(CIP)数据

反卷积和信号复原/邹谋炎著. —北京:国防工业出版社, 2001.3

ISBN 7-118-02396-5

I. 反... II. 邹... III. 信号-恢复-技术
IV. TN911.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 47597 号

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

北京奥隆印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 21¼ 476 千字

2001 年 3 月第 1 版 2001 年 3 月北京第 1 次印刷

印数:1—2000 册 定价:45.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

致 读 者

本书由国防科技图书出版基金资助出版。

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分,又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技和武器装备建设事业的发展,加强社会主义物质文明和精神文明建设,培养优秀科技人才,确保国防科技优秀图书的出版,原国防科工委于1988年初决定每年拨出专款,设立国防科技图书出版基金,成立评审委员会,扶持、审定出版国防科技优秀图书。

国防科技图书出版基金资助的对象是:

1. 在国防科学技术领域中,学术水平高,内容有创见,在学科上居领先地位的基础科学理论图书;在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。

2. 学术思想新颖,内容具体、实用,对国防科技和武器装备发展具有较大推动作用的专著;密切结合国防现代化和武器装备现代化需要的高新技术内容的专著。

3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值,密切结合国防现代化和武器装备现代化需要的新工艺、新材料内容的专著。

4. 填补目前我国科技领域空白并具有军事应用前景的薄弱学科和边缘学科的科技图书。

国防科技图书出版基金评审委员会在总装备部的领导下开展工作,负责掌握出版基金的使用方向,评审受理的图书选题,决定资助的图书选题和资助金额,以及决定中断或取消资助等。经评审给予资助的图书,由总装备部国防工业出版社列选出版。

国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承担着记载和弘扬这些成就,积累和传播科技知识的使命。在改革开放的新形势下,原国防科工委率先设立出版基金,扶持出版科技图书,这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图书的出版随着国防科技事业的发展更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物,是对出版工作的一项改革。因而,评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进,这样,才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技和武器装备建设战线广大科技工作者、专家、教授,以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来,为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗!

国防科技图书出版基金
评审委员会

国防科技图书出版基金 第三届评审委员会组成人员

名誉主任委员	怀国模			
主任委员	黄宁			
副主任委员	殷鹤龄	高景德	陈芳允	曾铎
秘书长	崔士义			
委员	于景元	王小谟	尤子平	冯允成
(以姓氏笔划为序)	刘仁	朱森元	朵英贤	宋家树
	杨星豪	吴有生	何庆芝	何国伟
	何新贵	张立同	张汝果	张均武
	张涵信	陈火旺	范学虹	柯有安
	侯正明	莫悟生	崔尔杰	

前 言

科学观测的目的是获知对象的真实面貌。由于物理原理或技术条件的限制以及噪声的介入,我们常常只能获得一个降质的信号(包括图像)。信息传递、变换和应用的过程可能伴随信号的降质。信号复原是一类技术方法,它依据降质的观测来估计原来不失真的信号和图像。该技术的主要内容是反卷积;信号和图像估计;噪声抑制。其理论方法还适用于信号(图像)辨识和重建及其他处理问题。得益于计算机技术的进步,现代信号复原技术已经取得丰富成果,广泛用于信息获取、传递、变换和应用的众多领域,成为研究和发展的的重要工具。

反卷积和信号复原是信号处理技术中具有理论挑战性的分支。由于应用广泛,它一直是研究热点。有关的研究报告散布于各种专业学术技术刊物和书籍。但对于准备从事信号处理的各专业学生和研究人员还缺乏一本反映近期发展、具有引导性和系统性的书。本书希望弥补这种不足。作者对本领域所需要的基础进行了系统的整理,力求本书能包括主要基础,反映重要进展、难点和发展方向。书中强调了反卷积问题的物理起源、理论方法的要点、适应范围和限制;包括了若干程序例子和实际数据,可为读者进入应用提供帮助;同时又包括了系统深入的理论基础和前沿发展,可满足希望进入前沿研究读者的需要。

本书的内容大致分为三个部分:理论基础、一维信号反卷积和图像复原。读者对象是准备从事信号处理的研究生、教师和研究人员。信息类专业的高年级学生也可参考。读者应具备信号处理、线性代数和随机过程的基础知识。考虑到读者的不同实际,对一部分紧要的基础知识在书中作了复习和补充。对数学有困难的读者可以先跳过某些抽象的内容,仍可以学习后面的实际方法。本书已作为硕士和博士研究生教材用于中国科技大学研究生院(北京)授课。

本书包括了作者在近十几年的部分研究积累。不少工作是在德国 Erlangen 大学合作研究期间完成的。作者首先感谢 Erlangen 大学的 R. Unbehauen 教授。没有他的支持、帮助和鼓励,作者就没有机会对本领域做深入研究。作者曾获得多方面的财政支持,它们是:德国洪堡基金会(Alexander von Humboldt Stiftung)(1985.3—1987.2);德国 Max - Planck 基金会(1991.11—1992.10);德国研究协会(Deutsche Forschungsgemeinschaft, DFG)(1993.5—1995.4);中国科学院院长基金(1996.1—1997.12);中国国家自然科学基金会(1997.1—1999.12)。从步入研究到完成本书,作者得到过许多老师和朋友的鼓励和关怀,借此表示诚挚谢意。特别提出的有:原航天部二院吴朔平教授;原中科院电子所沈光铭教授;中科院电子所柴振明教授。清华大学李衍达教授和北方交大袁保宗教授为本书的出版作了推荐,国防工业出版社王晓光同志为本书的最后编辑付出了非常艰辛的劳动,使本书的质量得到改善,作者在此深表谢意。我的妻子刘瑞荣高级工程师承担了本书的前期文字校对。她以辛勤劳动给了我全力支持。

作 者

写于 2000 年 4 月 20 日

目 录

第一章 导论	1
1.1 关于卷积和反卷积	1
1.2 反卷积、噪声抑制和相位恢复	2
1.3 反问题和病态	3
1.4 反卷积和信号复原的应用	4
1.5 关于本书的内容安排	8
1.6 关于参考文献的说明	9
参考文献	10
第二章 数学基础	11
2.1 卷积	11
2.2 二维离散卷积	16
2.3 傅里叶变换和离散傅里叶变换	19
2.4 z 变换和系统函数	24
2.5 概率论基础	27
2.6 参数估计	29
2.7 投影算子和估计问题	31
2.7.1 Hilbert 空间和线性算子	31
2.7.2 Hilbert 空间的正交分解和投影算子	33
2.7.3 线性最小二乘估计	34
2.7.4 最小均方误差估计	34
2.8 投影到凸集的理论和方法	35
2.9 随机过程	39
2.9.1 平稳随机过程	39
2.9.2 离散随机序列	40
2.9.3 离散平稳序列通过线性系统	40
2.9.4 Gauss 过程和 Markov 过程	41
2.10 平稳 ARMA 过程	42
2.11 有理函数的 Гантмахер 定理	44
2.12 高阶统计和高阶谱分析	46
2.12.1 随机变量的累积量(Cumulants)	46
2.12.2 联合累积	47
2.12.3 联合累积的基本性质	48
2.12.4 三次相关(Triple Correlation)和双谱(Bispectrum)	48
2.12.5 随机信号通过线性系统的高阶统计分析	49

2.12.6 依据观测数据估计高阶累积和高阶谱	52
2.12.7 高阶累积和高阶谱在信号处理中的意义	53
参考文献	54
第三章 Fredholm 第一类积分方程的解, 规整化和计算模型	56
3.1 逆滤波和病态性	56
3.2 反卷积问题病态的一个解释	58
3.3 Fredholm 第一类积分方程的算子论分析	59
3.3.1 紧算子、紧自伴算子和谱分解	59
3.3.2 Hilbert 空间的正交分解	62
3.3.3 第一类积分方程的解	62
3.3.4 第一类方程的最小二乘解和伪逆算子	64
3.4 反卷积问题规整化的一般概念	65
3.5 第一类方程的 ТИХОНОВ 规整化	67
3.6 保持图像细节的规整化方法	70
3.7 线性代数方程的奇异性和病态问题	72
3.8 卷积方程的离散化和循环矩阵计算模型	73
3.9 非周期矩阵反卷积模型	78
3.10 循环矩阵模型和非周期矩阵模型病态性质的比较	80
3.11 关于反卷积病态的一个注释	83
3.12 关于代数方程的迭代解法	84
3.12.1 Van Cittert 迭代	84
3.12.2 基于梯度的迭代方法	85
3.13 代数方程的总体最小二乘解	87
参考文献	89
第四章 一维信号反卷积和复原	91
4.1 一维信号反卷积和复原技术的发展背景	91
4.2 一维反卷积和复原的某些技术特点	93
4.3 离散过程的 Wiener 滤波器	93
4.3.1 离散非因果 Wiener 滤波器	93
4.3.2 离散因果 Wiener 滤波器	95
4.3.3 增量 Wiener 滤波器	96
4.4 同态反卷积	97
4.5 预测反卷积	102
4.5.1 反射地震数据的反卷积问题	102
4.5.2 预测反卷积	102
4.5.3 Toeplitz 方程的递归解法	104
4.5.4 Levinson - Durbin 递归	105
4.5.5 自相关估计	106
4.5.6 关于预测误差滤波器的最小相位性质	107
4.5.7 预测误差滤波器的格型实现	107
4.5.8 预测反卷积的一个例子	108

4.5.9	双向预测反卷积算法(Burg 方法)	109
4.5.10	关于确定预测滤波器的阶	110
4.5.11	超定方程法	111
4.5.12	关于预测反卷积的注释	113
4.6	高阶统计和高阶谱方法	113
4.6.1	线性系统输出过程的高阶累积和支持域	113
4.6.2	闭合公式法	115
4.6.3	相位估计法	116
4.6.4	累积—脉冲响应方程和代数方程法	117
4.6.5	累积匹配法	120
4.6.6	AR 和 ARMA 系统辨识	121
4.6.7	关于 AR 参数的可辨识性和超定方程算法	122
4.6.8	关于高阶统计方法的一个注释	125
4.7	信道均衡	125
4.7.1	数字通信信道和均衡问题	125
4.7.2	自适应均衡器	130
4.7.3	盲均衡:统计特征匹配方法	133
4.7.4	分数间隔采样对盲均衡的意义	137
4.8	多道反卷积:最大公因子算法	140
4.8.1	最大公因子算法	140
4.8.2	GCD 阶的确定	143
4.8.3	多帧 GCD 问题的解	144
4.8.4	对盲目反卷积问题的应用	145
4.9	观测为部分卷积的多道反卷积	147
4.9.1	部分卷积和多道反卷积	147
4.9.2	辨识方程的推演和可辨识性	148
4.9.3	关于多道辨识问题的解	150
4.10	光谱仪信号反卷积	151
4.11	用于一维信号反卷积的几个 MATLAB 程序	156
	参考文献	157
第五章	有限支持域上的图像盲目反卷积	161
5.1	导言	161
5.2	支持域的可嵌入性和可分解性	164
5.3	空间域迭代盲目反卷积算法	166
5.3.1	基本算法	166
5.3.2	块 Toeplitz 方程的递推解法	168
5.3.3	增量迭代盲目反卷积算法	168
5.4	利用傅里叶变换的迭代盲目反卷积算法	172
5.5	迭代盲目反卷积的计算例子	173
5.6	关于盲目反卷积中的规整化问题	177
5.7	从斑纹干涉测量数据复原目标的方法	177

5.8	三次相关方法	179
5.9	其他的盲目反卷积算法	180
5.9.1	零叶面分离方法	180
5.9.2	模拟退火方法	181
5.9.3	最小熵方法	181
	参考文献	182
第六章	图像反降晰	184
6.1	导言	184
6.2	图像反降晰涉及的非线性、噪声和分辨率改善问题	185
6.3	常见的降晰函数模型和辨识	189
6.3.1	线性移动降晰函数	189
6.3.2	散焦降晰函数	191
6.3.3	Gauss 降晰函数	191
6.3.4	降晰函数的辨识和估计	192
6.4	基本的频域反降晰算法	194
6.4.1	Wiener 滤波器	194
6.4.2	约束最小二乘算法	194
6.4.3	计算机模拟例子	196
6.4.4	循环边界法和频域反降晰算法的实施	196
6.5	降晰函数辨识:误差—参数分析法	200
6.6	基本的空间域复原算法	214
6.6.1	受限制自适应复原算法	214
6.6.2	受限制自适应复原算法的改进	218
6.6.3	最大熵复原算法	221
6.7	总体最小二乘复原算法	224
6.8	图像建模和图像估计	226
6.8.1	图像建模及其意义	226
6.8.2	Gauss 随机场模型和复原算法	227
6.8.3	Poisson 随机场模型和复原算法	229
6.8.4	图像的 AR 模型和 ARMA 模型	230
6.9	Markov 随机场模型及其对图像复原的应用	233
6.9.1	导言	233
6.9.2	Markov 随机场和 Gibbs 随机场	234
6.9.3	自生模型	236
6.9.4	Gauss - Markov 随机场(GMRF)模型	237
6.9.5	线过程模型	239
6.9.6	图像的最大后验估计	239
6.9.7	Gibbs 采样器、随机松弛和模拟退火	240
6.9.8	迭代条件模(ICM)算法	242
6.9.9	某些进一步的问题	242
6.10	总变分最小化方法	242

6.11 保存图像细节的规整化方法	248
6.11.1 一类保存图像细节的惩罚泛函	248
6.11.2 各向异性扩散和偏微分演化方程	250
6.11.3 离散型的例子	251
6.11.4 半二次规整化	252
6.12 降晰函数辨识和图像估计的期望—最大化(EM)算法	257
6.12.1 一类参数估计问题和期望—最大化(EM)算法	257
6.12.2 EM 算法对图像反降晰的应用	260
6.12.3 E 步算法	261
6.12.4 M 步算法	262
6.12.5 实际考虑	263
6.13 迭代盲目复原算法	265
6.14 空间变化降晰图像复原	266
6.14.1 坐标变换法	266
6.14.2 降晰矩阵分解法	272
参考文献	286
第七章 相位恢复	291
7.1 导言	291
7.2 迭代傅里叶变换(IFT)算法	294
7.3 解相关算法	296
7.4 相位恢复的模糊问题和处理方法	300
7.5 相位恢复问题的计算例子	303
7.6 从自相关支持域估计目标支持域的理论和方法	305
7.6.1 支持域的凸边界	306
7.6.2 应用:凸边界估计	308
7.6.3 凸支持的某些性质	308
7.6.4 非凸支持	309
7.6.5 支持估计方法	309
参考文献	311
索引	314

Contents

Chapter 1 Introduction	1
1.1 On convolution and deconvolution	1
1.2 Deconvolution, noise suppression, and phase retrieval	2
1.3 Inverse problems and ill-posedness	3
1.4 Applications of deconvolution and signal recovery	4
1.5 On the organization of the book	8
1.6 A note on bibliography	9
References	10
Chapter 2 Mathematical Preliminary	11
2.1 Deconvolution	11
2.2 Two-dimensional discrete convolution	16
2.3 Fourier transform and discrete Fourier transform	19
2.4 z-Transform and system functions	24
2.5 Fundamentals of probability	27
2.6 Parameter estimate	29
2.7 Projection operators and estimate problems	31
2.7.1 Hilbert space and linear operators	31
2.7.2 Orthogonal decomposition of Hilbert space and projection operators	33
2.7.3 Linear least squares estimate	34
2.7.4 Least mean-square estimate	34
2.8 Project onto convex sets: Theory and methods	35
2.9 Stochastic processes	39
2.9.1 Stationary stochastic processes	39
2.9.2 Stationary discrete sequences	40
2.9.3 Transition of stationary discrete sequences through linear systems	40
2.9.4 Gaussian and Markovian processes	41
2.10 Stationary ARMA processes	42
2.11 Гантмахер's theorem of rational functions	44
2.12 Higher-order statistics and Higher-order spectral analysis	46
2.12.1 Cumulants	46
2.12.2 Joint cumulants	47
2.12.3 Basic properties of joint cumulants	48
2.12.4 Triple correlation and bispectrum	48
2.12.5 Analysis of higher-order statistics for signals transited through linear systems	49

2.12.6	Estimate of higher-order cumulants and higher-order spectra on the basis of measured data	52
2.12.7	Application of higher-order cumulants and higher-order spectra in signal processing	53
References		54
Chapter 3 Solutions of Fredholm integral equations of the first kind, regularization, and computational models		
3.1	Inverse filtering and ill-posedness	56
3.2	An explanation for ill-posedness of deconvolution problems	58
3.3	Operator-theoretical analysis of Fredholm integral equations of the first kind	59
3.3.1	Compact operators, compact self-adjoint operators, and spectrum decomposition	59
3.3.2	Orthogonal decomposition of Hilbert spaces	62
3.3.3	Solutions of integral equations of the first kind	62
3.3.4	Least squares solution and pseudo-inverse solution of integral equations of the first kind	64
3.4	General concept of regularization of deconvolution problems	65
3.5	ТИХОНОВ regularization of integral equations of the first kind	67
3.6	Regularization techniques with edge-preservation property	70
3.7	Singularities and ill-posedness of linear algebraic equations	72
3.8	Discretization of convolutional equations and the computational model using circulant matrices	73
3.9	Aperiodic model of deconvolution	78
3.10	A comparison for ill-posedness of circulant and aperiodic models of deconvolution	80
3.11	A remark on ill-posedness of deconvolution problems	83
3.12	Iterative approaches for solutions of linear algebraic equations	84
3.12.1	Van Cittert iterations	84
3.12.2	Gradient-based iterative approaches	85
3.13	Total least squares solution of linear equations	87
References		89
Chapter 4 Deconvolution and recovery of one-dimensional (1-D) signals		
4.1	Historical overview of deconvolution and recovery of 1-D signals	91
4.2	A technical inference of 1-D deconvolution and recovery	93
4.3	Wiener filters of discrete processes	93
4.3.1	Wiener filters of non-causal discrete processes	93
4.3.2	Wiener filters of causal discrete processes	95
4.3.3	Incremental Wiener filters	96
4.4	Homomorphic deconvolution	97
4.5	Predictive deconvolution	102
4.5.1	Deconvolution problems for seismic records	102
4.5.2	Predictive deconvolution	102
4.5.3	Recursive solutions of Toeplitz equations	104

4.5.4	Levinson-Durbin recursion	105
4.5.5	Estimate of autocorrelations	106
4.5.6	On the minimal phase property of predictive error filters	107
4.5.7	Lattice implementation of predictive error filters	107
4.5.8	An example of predictive deconvolution	108
4.5.9	Bidirectional prediction deconvolution algorithm (Burg's algorithm)	109
4.5.10	On the determination of orders of predictive filters	110
4.5.11	Overdetermined rational model equation approach	111
4.5.12	A note on predictive deconvolution	113
4.6	Approaches using higher-order statistics and higher-order spectra	113
4.6.1	Support region of higher-order cumulants of outputs of linear systems	113
4.6.2	Identification of linear systems using closed formulas	115
4.6.3	Phase estimate approaches	116
4.6.4	Cumulant-impulse response equation and identification of linear systems in terms of algebraic equations	117
4.6.5	Cumulant match approaches	120
4.6.6	Identification of AR and ARMA systems	121
4.6.7	Identifiability of AR systems and the overdetermined equation approach	122
4.6.8	A note on higher-order statistical approaches	125
4.7	Channel Equalization	125
4.7.1	Digital communication channels and equalization problems	125
4.7.2	Adaptive equalizers	130
4.7.3	Blind equalization by matching of statistical features	133
4.7.4	Implication of fractionally-spaced sampling for blind equalization	137
4.8	Multi-channel deconvolution: a GCD algorithm	140
4.8.1	The GCD algorithm	140
4.8.2	Determination of orders of GCDs	143
4.8.3	Solution of multi-channel deconvolution problems	144
4.8.4	Application to blind deconvolution problems	145
4.9	Multi-channel deconvolution of partial convolution signals	147
4.9.1	Partial convolution and multi-channel deconvolution	147
4.9.2	Deduction of identification equations and identifiability	148
4.9.3	Solution of multi-channel deconvolution problems	150
4.10	Deconvolution methods for spectroscopy	151
4.11	A few MATLAB files for deconvolution of 1-D signals	156
	References	157
	Chapter 5 Blind deconvolution on finite support region	161
5.1	Introduction	161
5.2	Embedability and decomposibility of supports	164
5.3	Iterative blind deconvolution algorithm in the spatial domain	166
5.3.1	The basic algorithm	166
5.3.2	Recursive solution of block-Toeplitz equations	168

5.3.3	Incremental iterative blind deconvolution algorithm	168
5.4	Iterative blind deconvolution by means of Fourier transform	172
5.5	Computational examples of iterative blind deconvolution	173
5.6	On regularization for blind deconvolution	177
5.7	Methods of image recovery from data of speckle interferometry	177
5.8	An approach using triple-correlation	179
5.9	A few methods of blind deconvolution	180
5.9.1	Zero-sheet separation	180
5.9.2	Blind deconvolution through simulated annealing	181
5.9.3	Minimum entropy deconvolution	181
References		182
Chapter 6 Image deblurring		184
6.1	Introduction	184
6.2	Nonlinearity, noise, and resolution problems in image deblurring	185
6.3	Function models and identification methods of typical blurs	189
6.3.1	Linear motion blur	189
6.3.2	Defocusing blur	191
6.3.3	Gaussian blur	191
6.3.4	On identification and estimate of blurs	192
6.4	Typical deblurring algorithms in the frequency domain	194
6.4.1	Wiener filters	194
6.4.2	Constrained least squares algorithm	194
6.4.3	Computer simulation examples	196
6.4.4	Cyclic boundary method and implementation of deblurring algorithms in the frequency domain	196
6.5	Identification of blurs: an error-parameter analysis approach	200
6.6	Typical deblurring algorithms in the spatial domain	214
6.6.1	Constrained adaptive restoration algorithm	214
6.6.2	Improvement of the constrained adaptive restoration algorithm	218
6.6.3	Maximum entropy restoration algorithm	221
6.7	Total least squares restoration algorithm	224
6.8	Image modeling and estimation	226
6.8.1	Implication of image modeling	226
6.8.2	Gauss random field models and restoration algorithms	227
6.8.3	Poisson random field models and restoration algorithms	229
6.8.4	AR and ARMA models of images	230
6.9	Markov random field model and its application for image restoration	233
6.9.1	Introduction	233
6.9.2	Markov random fields and Gibbs random fields	234
6.9.3	The auto-models	236
6.9.4	Gauss-Markov random field model	237

6.9.5	Line process models	239
6.9.6	Maximum a posteriori estimate of images	239
6.9.7	Gibbs sampler, stochastic relaxation, and simulated annealing	240
6.9.8	Iterated conditional modes (ICM) algorithm	242
6.9.9	A few further problems	242
6.10	Total variation minimization approach	242
6.11	Regularization methods having edge-preserving property	248
6.11.1	A class of penalty functionals for edge-preserving regularization	248
6.11.2	Nonisotropic diffusion and revolutionary partial differential equations	250
6.11.3	Examples of discrete type	251
6.11.4	Half-quadratic regularization	252
6.12	Blur identification and image restoration using the expectation-maximization (EM) algorithm	257
6.12.1	A class of parameter estimate problems and the EM algorithm	257
6.12.2	Application of EM algorithms to image deblurring problems	260
6.12.3	E-step	261
6.12.4	M-step	262
6.12.5	Practical considerations	263
6.13	Iterative blind restoration algorithm	265
6.14	Restoration of images degraded by spatially variant blurs	266
6.14.1	Coordinate transformation approaches	266
6.14.2	Blur matrix decomposition method	272
	References	286
	Chapter 7 Phase retrieval	291
7.1	Introduction	291
7.2	Iterative Fourier transform (IFT) algorithms	294
7.3	De-autocorrelation algorithms	296
7.4	Ambiguity problems and solutions of phase retrieval	300
7.5	Computational examples of phase retrieval	303
7.6	Theory and methods for estimating the support of an object from its auto-correlation support	305
7.6.1	Convex boundary of supports	306
7.6.2	Application: estimate of convex boundaries	308
7.6.3	A few properties of convex supports	308
7.6.4	Non-convex supports	309
7.6.5	Methods for support estimate	309
	References	311
	Index	314

第一章 导 论

1.1 关于卷积和反卷积

研究和工程的许多问题都要涉及到卷积(Convolution)的概念。用一个仪器来观测和记录一个物理现象和过程时,所得到的观测和记录不仅仅反映物理现象和过程,还反映仪器(包括传输线路和记录介质)的特性。仪器系统的非理想特性会使得到的观测和记录降质(Degradation)。这种降质的机制在数学上用一个叠加积分来描述:

$$y(t) = S \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} h(t; \tau) x(\tau) d\tau \right\} + \xi(t) \quad (1.1.1)$$

式中, $x(\tau)$ 是原有的物理量; $y(t)$ 是获得的观测; $h(t; \tau)$ 表示观测仪器在 τ 时刻的脉冲响应; 在输入端 τ 时刻的输入值 $x(\tau)$ 反映到输出端成为一个时间函数 $h(t; \tau)x(\tau)$; 既然输入是一个时间过程, τ 是一个连续时间变量, 在输出端上的任意时刻 t 得到的观察应该是一个对 τ 的积分; $S\{\cdot\}$ 表示记录介质或传感元件的非线性; $\xi(t)$ 表示噪声。噪声的加性表示是一个简化假定。在许多实际问题中脉冲响应是时不变的, τ 时刻的脉冲响应函数 $h(t; \tau)$ 只和 $(t - \tau)$ 的大小有关, 即 $h(t; \tau) = h(t - \tau)$ 。如果不考虑非线性的影响, 叠加积分(1.1.1) 变成卷积积分

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau) x(\tau) d\tau + \xi(t) \quad (1.1.2)$$

实际希望得到的是原来不失真的物理量 $x(t)$ 。反卷积(Deconvolution) 是一种技术方法。它依据观测 $y(t)$ 和关于噪声统计特性的知识来估计原来的物理量 $x(t)$ 。为了估计 $x(t)$, 自然地需要知道仪器系统的特性 $h(t)$ 。如果 $h(t)$ 是已知的(例如事先可测量好的), 估计 $x(t)$ 是一个常规的反卷积问题。如果 $h(t)$ 和 $x(t)$ 都未知, 要由观测 $y(t)$ 来同时进行估计, 则称为盲目反卷积(Blind Deconvolution) 问题。

在一类应用中, 主要希望依据观测 $y(t)$ 来估计系统的特性, 称为系统辨识(System Identification)。当系统用脉冲响应函数或有理传递函数来描述时, 系统辨识就是估计描述这些函数的系数。对于系统辨识, 若输入量 $x(t)$ 未知, 则称为盲目辨识(Blind Identification)。可以看出, 反卷积和系统辨识是密切相关的问题。

以上描述容易推广到二维图像问题。在二维情况下, 卷积机制造成的图像降质特别地称为降晰(Blurring), 它的直观表现是图像的分辨率(Resolution) 降低^①。照相机光学系统不精良、拍摄时对焦不准、拍摄时相机有移动等等, 都会使照片变得不清晰。对红外成像系

^① 卷积因素造成图像降质表现为图像细节变得模糊, 即分辨率降低。由于“模糊”这个汉语词已被许多场合取用, 为区分起见, 我们将 Blurring 译为“降晰”, 取习惯上说的“变不清晰”之意。需要指出, 这和 Definition 一词的译称“清晰度”在概念上不直接相关联。关于分辨率和清晰度的含义见第六章 6.2 节。