模糊信息处理基础

郭宗祥　　杨鸿铨　编

成都电讯工程学院出版社

模糊信息处理基础

郭宗祥　杨鸿铨　编

成都电讯工程学院出版社

·1989·

模糊信息处理基础

郭宗祥　杨鸿铨编

*

成都电讯工程学院出版社出版
四川石油管理局印刷厂印刷
四川省新华书店经销

*

开本 787×1092 1/32 印张 14.125 字数 304千字
版次 1989年7月第一版　印次 1989年7月第一次印刷
印数 1—2100册
中国标准书号 ISBN 7-81016-127-X/TN·34
(5452·64)　　定价：4.70元

内容提要

本书系统论述了模糊信息处理的基本理论和方法。主要包括模糊集合、扩张原理、模糊数、模糊性、可能性、模糊概率、度集、格模糊集合、模糊关系与方程、模糊决策、模糊逻辑、模糊聚类、图象的模糊处理、信号的模糊检测和参数的模糊估计等。另外，为使读者加深对基本理论和方法的理解，扩大知识面，书中还附有大量练习题和应用实例。

本书可作为信息与系统、电子系统、计算机科学，管理科学等专业的研究生及本科高年级学生的教科书，对科技工作者、高等院校教师也有一定的参考价值。

前　　言

自从美国著名教授查德（L.A.Zadeh）1965年发表《模糊集合》论文以来，一门新的学科迅速发展起来了。目前，它已经形成数学的一个重要分支，渗透到各个学科领域，应用相当广泛。

模糊数学是研究和处理模糊性现象的数学。模糊性是指客观事物的差异在中介过渡时呈现的“亦此亦彼”性。如美与丑、清洁与污染、生物与非生物、接收机灵敏度高与低、图象清晰与模糊、音质好与坏等。这些对立的概念之间都没有绝对分明的界限，即无明确的外延。我们称这些没有明确外延的概念为模糊概念。

模糊数学的产生是历史的必然，它反映了信息革命的迫切需要，为信息革命提供了一种新的富有魅力的数学工具和手段。因为，人类彼此交换信息常常依靠自然语言，而模糊数学恰好给出了一套表现自然语言的理论和方法。它使机器能够理解和接受自然语言，从而提高其灵活性，以完成更复杂的任务，发挥更大的作用。其次，信息革命的中心任务是提高机器的“智能”，二十一世纪将形成“智能产业”。而机器的智能都是人通过程序赋予的，从而使机器具有象人一样的近似推理能力。有人认为模糊数学是智能数学的一个雏形，它给出了模糊逻辑（主要是语言值逻辑）和近似推理的理论和方法。将它用于专家系统或学习系统可使机器有某种推理的功能。另外，信息革命的日益发展突出了“软科学”研究的地位，模糊数学是软科学的

数学语言。社会学、经济学、哲学、心理学、教育学等人文学科被称为软科学。人文学科日益迫切要求数学化；定量化。这些学科面对的系统太复杂，又存在着大量的模糊性，长期以来找不到适当的数学工具。而模糊数学的出现正为各门学科，尤其是人文学科提供了新的数学描述语言和工具，使软科学研究定量化。

因此，国内外数学界和信息、系统、计算机科学等方面的科技人员，对模糊数学及其应用研究都给予了较大重视。在近几年发表的大量著作、论文中，强调了模糊数学与信息革命的联系，并深入地讨论了如：专家系统、信息检索、模糊数据库、模式识别、计算机视觉，决策理论与系统、人机系统、模糊逻辑与推理、可能性测度和信任度理论、模糊信息、知识描述等。这些方面的论著和报告，为模糊数学的应用研究提供了丰富的资料。

本书是根据1983年以来，我们对校内外研究生讲授的《模糊数学与模糊识别》、《模糊数学与模糊信息处理》课程所编讲义并吸收了近期国内、外发表的专著和论文的新内容，系统论述了模糊信息处理所必需的模糊数学的基本理论，以及应用模糊数学工具对具有模糊性的观测结果进行处理的基本理论和方法。通过本书读者能够学到较系统而扎实的模糊信息处理的基础理论和技术；认识到模糊数学具有强大的渗透力、广泛的适应性，以及它作为信息处理的有力工具之一，与统计信息处理可相互渗透、互为补充。在解决具体问题时，可依对象和内容在二者中作出合理选择，以取得最好结果。随着模糊数学及其应用研究的蓬勃开展，必将使模糊信息处理理论与技术得到充实、

完善，从而在信息革命中发挥更大的作用。

全书共十一章，杨鸿铨编写三、四章，并审阅了全书，其余各章由郭宗祥编写。本书可作为研究生、高等院校本科高年级的教科书。书中凡注有“*”号的部分，作为教材，可以适当取舍。

由于编者水平有限、时间仓促，书中错误之处在所难免，恳请读者批评指正。

编　者

一九八八年八月

目　　录

第一章　模糊集合与扩张原理

本章简要介绍普通集合知识后，将讨论模糊集合和它的代数性质、模糊集合的截集和分解定理，以揭示模糊集合与普通集合的不同和联系。还将讨论模糊集合论中最基本的原理之一——扩张原理和模糊数及其运算。

§1.1　普通集合的基本概念

集合论是现代数学的基础。集合可以表现概念。一个概念有其内涵与外延。内涵指的是符合此概念的对象所具有的共同属性，外延指的是符合此概念的那些对象的全体。外延实际上就是一个集合，而集合的元素必须具有共同属性。所以外延限定了概念的内涵。

集合的运算和变换可以表现判断和推理。因此，建立在集合论基础上的现代数学成了描述和表现各门学科的形式语言和系统。

在讨论模糊集合前先简要地介绍普通（经典）集合的基本运算和映射概念。

普通集合是具有某种性质的、确定的、彼此可以区别的事物的总体。构成集合的事物叫做集合的元素或元。通常用大写字母A，B，C，…X，Y，Z等表示集合，而用小写字母a，b，c，…，x，y，z等表示元素。

x是集合A的元素，用$x \in A$表示。当元素x不属于集合A时，记为$x \overline{\in} A$（或$x \notin A$）。集合也简称为集。

元素 x 与集 A 的关系只有两种可能，要么 $x \in A$，要么 $x \overline{\in} A$，即“非此即彼”，二者必居其一。

满足关于事物 x 的命题 $P(x)$ 的 x 所构成的集合，用 $\{x | P(x)\}$ 表示。例如，若令 x 为整数，则：$\{x | 0 \leqslant x \leqslant 5\}$ 等于由元素0，1，2，3，4，5构成的集合。由有限个元素 x_1，x_2，…，x_n 构成的集合 $\{x_i | i = 1, 2, \cdots, n\}$，用 $\{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$ 表示。由可数元素 x_1，x_2，…构成的集合 $\{x_i | i = 1, 2, \cdots\}$ 也常用 $\{x_1, x_2, \cdots\}$ 表示。

空集 不含任何元素的集称为**空集**，记为 ϕ。例如，因为不存在“既 $0 < x < 1$，又 $x > 2$”的数 x，所以

$$\{x | 0 < x < 1,\ x > 2\} = \phi$$

有限集 含有限个元素的集称为**有限集**，记为 $A = \{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$。

无限集 非有限个元素的集称为**无限集**。

单元素集 仅含一个元素 x 的集，记为 $\{x\}$。x 与 $\{x\}$ 的意义是不同的，它们间的关系是 $x \in \{x\}$。

包含 $\forall x \in A \Rightarrow x \in B$，则称 B 包含 A，记为 $A \subset B$，并称 A 是 B 的子集。

“$\forall x$”表示“集 A 中的所有元素 x”。

若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$，则称 A 与 B 相等，记为 $A = B$。否则，$B \neq A$。

若 $A \subset B$，但 $A \neq B$，则称 B 真包含 A，记为 $A \subsetneqq B$，称 A 是 B 的真子集。

论域 作为对象被考虑的所有元素的全体。通常以大写字母 U，V 或 X，Y 表示。

幂集 设U是论域，由U的所有子集作元素而构成的集称为U的幂集，记为$P(U)$。

设U为论域，$A, B, C \in P(U)$，定义集的运算如下：

并集 由A和B中的元素的全体所构成的集称为A与B的并集，记为$A \cup B$，即$A \cup B \triangleq \{u \mid u \in A$ 或 $u \in B\}$。

交集 由A和B中的公共元所构成的集称为A与B的交集，记为$A \cap B$，即$A \cap B \triangleq \{u \mid u \in A$ 且 $u \in B\}$。

差集 由属于A但不属于B的元所构成的集称为A与B的差集，记为$(A - B) \triangleq A \setminus B \triangleq \{u \mid u \in A$且$u \overline{\in} B\}$。

显然，$A \setminus B = A \cap \overline{B}$。

补集 由论域U中不属于A的元所构成的集称为A在U中的补集。记为$U \setminus A = A^c$或$\overline{A}$。当$B \subset A$，称$A \setminus B$为B在A中的补集。

并集、交集、差集、补集可以用维恩图1.1.1来表示。

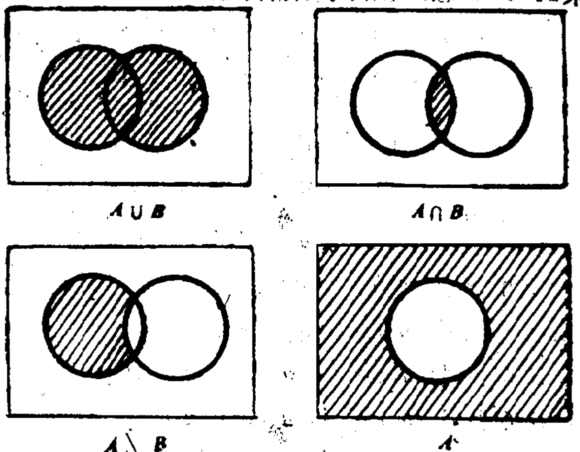

图 1.1.1

设$A, B, C \subset U$，其并、交、补运算具有如下性质：

(1)幂等律 $A \cup A = A$，$A \cap A = A$

(2)交换律 $A \cup B = B \cup A$，$A \cap B = B \cap A$

(3)结合律 $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

(4)分配律 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(5)吸收律 $A \cap (A \cup B) = A$

$A \cup (A \cap B) = A$

(6)0-1律 $A \cup \phi = A$，$A \cap \phi = \phi$

$A \cup U = U$，$A \cap U = A$

(7)复原律 $(A^c)^c = A$

(8)对偶律(德·摩尔根律)

$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$，$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

(9)互补律 $A \cup A^c = U$，$A \cap A^c = \phi$

设$A \in P(U)$，定义映射χ_A: $U \to \{0, 1\}$

$$\chi_A(u) = \begin{cases} 1, & \text{当 } u \in A \\ 0, & \text{当 } u \overline{\in} A \end{cases}$$

称χ_A为集A的特征函数，如图1.1.2所示。为简单起见以后将$\chi_A(u)$记成$A(u)$。由定义知

$A = B \Longleftrightarrow A(u) = B(u)$，$\forall u \in U$

$B \subseteq A \Longleftrightarrow B(u) \leqslant A(u)$，$\forall u \in U$

$B \subsetneqq A \Longleftrightarrow B(u) < A(u)$，$\forall u \in U$

且$\exists u_0 \in U$，使得$B(u_0)=0$，$A(u_0)=1$

$$(A\cup B)(u) \triangleq A(u)\vee B(u) \triangleq \max\{A(u),\ B(u)\} \qquad \forall u\in U$$

$$(A\cap B)(u) \triangleq A(u)\wedge B(u) \triangleq \min\{A(u),\ B(u)\} \qquad \forall u\in U$$

$$\overline{A}(u) \triangleq 1-A(u) \qquad \forall u\in U$$

其中，"$\triangleq$"表示定义，"$\vee$"表示"取大"运算，"$\wedge$"表示"取小"运算，$\exists u_0$表示至少存在一个。

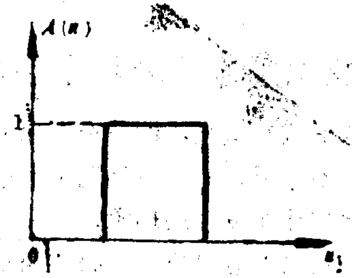

图 1.1.2

给定集U和V，若有一对应法则存在，使得对于集U中任一元u，有V中唯一元v与之对应，则称此对应法则f为从U到V的**映射**，记为f：$U\to V$，并称U为映射f的定义域。定义

$$f(U)=\{f(u)\mid u\in U\}\subset V$$

称$f(U)$为f的**值域**。一般将映射分成

(1)若$f(u)=V$，则称f为满射或全射。

(2)若$f(u_1)=f(u_2)$，则$u_1=u_2$，称映射f为单射。

(3)若f既是单射又是满射，则称f为双射或满单

射。

(4)若 f 为双射，由 $v=f(u)$ 确定 V 到 U 的映射，称为 f 的逆映射，记为 f^{-1}。

(5)设 $f: U\to V$，$g: V\to W$，定义映射 $h: U\to W$，$h(u)=g(f(u))$，$\forall u\in U$。称 h 为 f 与 g 的合成映射，记为 $h=g\circ f$。

若 $f: U\to V$，$g: V\to W$，$h: W\to X$，则

$(h\circ g)\circ f: U\to X$ 且 $(h\circ g)\circ f=h\circ(g\circ f)$。

§1.2 模糊集合的表示方法及其运算

普通集合表示确切概念，即一个对象对于某个集合，要么属于，要么不属于，绝不模棱两可。这就限定了普通集合只能表现“非此即彼”的现象。

然而，在自然和社会现象中，研究的对象与概念间是否符合，绝大多数情况是不肯定的。因为很多概念严格说来都没有绝对明确的外延。例如高个子，矮个子；美、丑；清洁、污染；生物、非生物；高、低灵敏度；强、弱干扰；清晰与模糊等等，都是没有明确外延的概念，称它们为模糊概念。模糊概念不能用普通集合描述。

例如，“所有大于1的实数”可用普通集合：

$$A=\{u \mid 1<u<\infty\}$$

表示它。

如改其为“所有比 1 大得多的实数”，这就变成一个模糊概念了。因为无法划出严格分明的界限，在此界限内都属于“比 1 大得多的实数”，否则都不属于。而只能说

某数属于它的程度的高或低。L.A.Zadeh教授仿照特征函数表示普通集合与元素关系的方法，用隶属函数表示模糊集合。

定义1.2.1 设在论域U上给定映射：

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}: U \rightarrow [0, 1]$$

则说$\mu_{\underset{\sim}{A}}$确定了U上的一个模糊子集$\underset{\sim}{A}$。称$\mu_{\underset{\sim}{A}}$为$\underset{\sim}{A}$的隶属函数。$\mu_{\underset{\sim}{A}}(u)$(以后简记为$\underset{\sim}{A}(u)$)表示$u$关于$\underset{\sim}{A}$的隶属度，即$u$属于$\underset{\sim}{A}$的程度。

当$\underset{\sim}{A}(u)=1$时，则u完全属于$\underset{\sim}{A}$，当$\underset{\sim}{A}(u)=0$时，则u完全不属于$\underset{\sim}{A}$。$\underset{\sim}{A}(u)$越接近于1，u属于$\underset{\sim}{A}$的程度就越大。因此，隶属函数可视为特征函数的一般化。而普通集合是模糊集合的特殊情况。

例1.2.1 设$\underset{\sim}{A}$为“比0大得多的实数”的模糊集。其隶属函数：

$$\underset{\sim}{A}(u)=\begin{cases}0 & u \leqslant 0 \\ \dfrac{1}{1+(100/u^2)} & u>0\end{cases}$$

如图1.2.1

例1.2.2 设$X=S/N$(dB)，则强杂波是论域$X=(-\infty, +\infty)$上的模糊集$\underset{\sim}{N}$，其隶属函数为

$$\underset{\sim}{N}(x)=\begin{cases}1 & x \leqslant -20 \\ -0.025x+0.5 & -20<x<20 \\ 0 & x \geqslant 20\end{cases}$$

如图1.2.2。