

磁流体发电若干问题

〔西德〕J. 雷德尔 编

刘鉴民 译

科学出版社

1983

内 容 简 介

本书是根据德意志联邦共和国多年来在燃烧磁流体发电研究方面所取得的成果编写而成的。书中侧重从实验研究的角度上详细讨论了磁流体发电斜壁通道的有关理论计算、设计和实验研究等几个重要问题。对超导磁体和燃烧室也作了一般的叙述。

本书内容简练,说理清楚。书中所列的公式与图表曲线,有较大的实际参考价值。

本书可供从事磁流体发电研究的科技人员、高等院校工程热物理和热能动力专业的师生和发电厂技术人员参考。

Editor: J. Raeder

MHD POWER GENERATION

SELECTED PROBLEMS OF COMBUSTION

MHD GENERATORS

Springer-Verlag, 1975

磁流体发电若干问题

〔西德〕J. 雷德尔 编

刘鉴民 译

责任编辑 范铁夫

科 学 出 版 社 出 版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1983 年 3 月 第 一 版 开本: 787×1092 1/32

1983 年 3 月 第一次印刷 印张: 10 3/4

印数: 0001—2,900 字数: 242,000

统一书号: 15031·476

本社书号: 2964·15—10

定 价: 1.65 元

目 录

第一章 绪论	1
第二章 理论	J. 雷德尔 6
2.1 导电气体的基本流动方程式	6
2.1.1 磁流体动力学的一般方程式	6
2.1.2 欧姆定律	9
2.1.3 一维流动方程式	10
2.1.3.1 质量、动量和焓诸通量的定义	12
2.1.3.2 诸通量的轴向变化	14
2.1.3.3 平均值的显式公式	18
2.1.3.4 一维流动方程式	19
2.1.3.5 平均值与轴向值之间的简单关系	20
2.1.4 “平均”欧姆定律	22
2.2 工质性能的计算	29
2.2.1 等离子体成分的确定	29
2.2.1.1 概论	29
2.2.1.2 理想气体混合物的平衡常数法	31
2.2.1.3 关于燃烧前燃料-氧化剂混合物成分的 定义	35
2.2.2 热力学函数的计算	37
2.2.3 燃烧温度的计算	40
2.2.4 电导率的计算	42
2.2.4.1 微弱电离等离子体的电导率	43
2.2.4.2 用平均碰撞截面表示的电导率	44
2.2.4.3 按 Frost 近似方法计算的电导率	49
2.2.5 粘性和热传导率的计算	51

2.3 关于典型的添加钾种子的燃烧等离子体的数据和工质性能	55
2.3.1 反应方程式和反应能	55
2.3.2 零温焓 $H_{0,i}$	56
2.3.3 电子和重粒子之间动量传输的碰撞截面	57
2.3.4 专用的数值结果	62
2.3.4.1 摩尔百分数, 热力学函数, 莫理尔图, 燃烧温度	62
2.3.4.2 粘性, 导热率和普朗特数	73
2.3.4.3 电导率和碰撞频率	76
2.4 边界层的论述	81
2.4.1 从层流到湍流的过渡	82
2.4.2 湍流气动力学平板流的 v_x 和 T 的边界层分布型	83
2.4.3 贴近壁面的湍流气动力学边界层的“精细结构”	88
2.4.4 壁上剪应力 τ_w 的计算	91
2.4.5 壁的热损失的计算	95
2.4.6 各种“亏损厚度”的计算	101
2.4.7 变自由流速度对边界层的影响	102
2.4.8 壁的粗糙度的影响	104
2.4.9 有效电极电压降 U_e	106
2.4.10 磁流体动力学效应对边界层的影响	110
第三章 磁流体发电机系统的设计	
..... R. 宾德, J. 雷德尔	113
3.1 燃烧效率对电输出功率影响的估计	113
3.2 磁流体发电机的数值计算	118
3.2.1 燃烧计算	118
3.2.2 在燃烧室和拉伐尔喷管中膨胀的计算	119
3.2.3 磁流体通道中流动的计算	120

3.2.3.1	方程组的数值解	122
3.2.3.2	积分误差检验和精度	124
3.2.3.3	结果的说明	126
3.3	设计准则和边界条件	135
3.4	发电成本的计算	138
3.4.1	设备费用	139
3.4.1.1	燃烧系统	139
3.4.1.2	磁流体发电机通道	141
3.4.1.3	超导磁体	142
3.4.1.4	逆变器系统	144
3.4.1.5	排气系统	144
3.4.1.6	电厂的厂房和设备	147
3.4.2	总发电成本	148
3.5	设计参数对运行可靠性和发电成本的影响	149
3.5.1	通道扩散度的影响	151
3.5.2	通道中等位面倾斜角的影响	153
3.5.3	通道入口马赫数的影响	155
3.5.4	磁感应强度的影响	155
3.5.5	通道和磁场长度的影响	159
3.6	最低发电成本的设计	159
第四章	技术问题..... H. 蒙滕布鲁克	166
4.1	燃烧系统	166
4.1.1	总述	166
4.1.2	推进剂	166
4.1.2.1	固体燃料-固体氧化剂	167
4.1.2.2	混合系统	169
4.1.2.3	液体燃料-液体氧化剂	170
4.1.2.4	液体-气体和气体-气体系统	173
4.1.2.5	添加种子	173
4.1.3	燃烧器的设计	173

4.1.4	喷管的设计	175
4.1.5	供给系统	177
4.1.6	燃烧系统的试验	177
4.2	磁流体通道	178
4.2.1	工作原理: 法拉第、霍耳或斜壁通道	179
4.2.2	设计原则: 冷壁、半热壁或热壁通道	180
4.2.3	通道的设计特点	182
4.2.3.1	通道壁的击穿强度	182
4.2.3.2	由加热引起的通道膨胀	183
4.2.3.3	磁流体通道的壁厚	191
4.2.3.4	集流电极问题	195
4.2.3.5	磁流体通道的振动试验	197
4.3	磁流体发电机的磁体	201
4.3.1	条件	201
4.3.2	导体的选择	202
4.3.3	绕组的几何形状和概念	204
4.3.4	铁屏蔽	207
4.3.5	磁场和力的分布	209
4.3.6	设计	214
4.3.7	猝灭性能	216
4.3.8	热损失和致冷系统	218
4.3.9	电系统	219
4.3.10	小结	220
4.4	其他部件	221
4.4.1	扩散段和排气系统	221
4.4.2	逆变器系统	223
第五章 试验研究		
..... G. 杰克尔, R. 福尔克, H. 蒙滕布鲁克		226
5.1	试验装置	226
5.1.1	燃烧系统	227

5.1.2	磁流体通道	229
5.1.3	鞍型线圈磁体	232
5.1.4	排气的处理	233
5.1.5	数据的采集	233
5.2	测量方法和问题	234
5.2.1	概述	234
5.2.2	压力	235
5.2.3	气体温度	236
5.2.4	进入通道壁的热流	246
5.2.5	流速	247
5.2.6	电导率	249
5.3	试验结果	251
5.3.1	决定通道入口流动变量数值的参数	252
5.3.1.1	种子比	252
5.3.1.2	氧-燃料比	253
5.3.1.3	燃烧室压力	255
5.3.1.4	燃烧效率	256
5.3.2	通道中的边界层效应	259
5.3.3	没有磁流体动力学相互作用时沿通道的流动参 数和电导率的分布	263
5.3.4	有磁流体动力学相互作用时通道中流动参数的 分布	267
5.3.5	磁流体发电机的电特性	275
5.3.6	短路效应	283
5.3.7	电极电压降的讨论	288
5.3.8	燃烧效率对发电机性能的影响	295
5.3.9	波动	302
第六章	燃料-氧燃烧磁流体发电机的应用	
	 R. 宾德, H. 蒙滕布鲁克	308
6.1	磁流体发电机的特点	308

6.2 发电成本	309
6.2.1 假定	309
6.2.2 设备费用	310
6.2.3 总发电成本	311
6.3 作为备用机组的磁流体发电机	312
6.3.1 关于备用电源的一些评论	312
6.3.2 作短期备用电源的现实可能性	315
6.3.3 以磁流体发电机作备用电源的规定	316
6.4 作核电站的紧急备用电源的磁流体发电机	319
6.5 作等离子体实验电源用的磁流体发电机	320
6.5.1 对大型等离子体实验电源的要求	320
6.5.2 磁流体发电机的适用范围	322
第七章 结束语	324
参考文献	328

第一章 绪 论

应用磁流体发电机发电的想法，甚至比使用直流发电机的想法还要久远。早在 1838 年法拉第就已经想到了。但是，过了一百多年之后，人们才第一次认真地尝试建造一台磁流体发电机。从 1910 年前后磁流体发电机获得专利之后，1942 年，Karlovitx 和 Halacz 在美国通用电气公司曾经试图运转一台燃烧磁流体发电机。可是，他们的失败，使磁流体发电机在此后的许多年内无人问津。

尽管电动力学的前辈们，从法拉第到劳伦兹，已经获得有关磁流体发电机的若干基本规律的定性知识的重要积累，但还没有掌握获得成功的一些其他要素。主要障碍是对一些重要的辅助问题缺少足够精确的定量数据。譬如说，等离子体的电导率，测量与计算都未能达到必需的精确度。A. R. Kantrowitz 认识到了这个问题。由于他和他的同事们在纽约州伊萨卡的康乃尔大学所做的工作，这才填补了这个主要的空白。五十年代末，热气体的电导率已经有了相当完整的理论描述，并为测量所证实。如今，能够产生具有实际价值的电功率的磁流体发电机首次研制已获成功，Kantrowitz 的不懈努力终于如愿以偿。

五十年代后期，在另一个领域内，即在描述反应气体的可压缩流动中，也已经能够取得足够的定量数据。众所周知，这样的流动是要用复杂的微分方程组来描述的，并只能对极少数的特殊情况求解。随着高精度的电子计算机的问世，使得有可能对描述磁流体发电机中各种现象的微分方程组获得相

应的解。

最后,直至五十年代末,建造磁流体发电机的某些基本要求才得到满足。火箭和空间技术问题促进了耐高温材料的发展,无论是陶瓷材料或金属材料,对建造等离子体发生系统和磁流体发电通道都是必需的。特别是超导体的研制,进展非常迅速,预示了原则上能够建造超导磁体。定量的研究立即表明,如果没有超导磁体,就不可能在磁流体发电机中获得合理的效率。

大约 1960 年前后,具备了建造磁流体发电机的基本条件:

(1) 已经可以得到磁流体发电机使用的工作介质,这些介质电导率 σ 和流速 v 有好的组合(燃烧气体等离子体和惰性气体等离子体以及液态金属)。

(2) 已经具有可供求解描述磁流体发电机中流动过程的复杂方程组的电子计算机。

(3) 可以指望采用超导磁体,以极少的电功率消耗在磁流体发电通道中产生足够高的磁感应强度 B 。也相信材料生产技术会使抗受热等离子体及其腐蚀性的碱金属种子的壁材料的研制工作赶上去。

另一方面,也不能指望在 1960 年,就能解决从现在的简单试验装置向制造工业应用的磁流体发电机飞跃的具体问题。在六十年代,进行了这些具体问题的研究工作。介绍这些研究成果的首次会议,1962 年在纽卡斯尔·阿邦·泰因举行。大约就在这个时候,在德国也开始了磁流体发电机的研制。在下列三个方面做了工作:

(1) 惰性气体磁流体发电[在勃朗波福尔公司(BBC),尤里希的核研究装置(KFA)等离子体物理研究所,和伽兴等离子体物理研究所(IPP)。

(2) 液态金属磁流体发电机[通用电力公司(AEG)].

(3) 燃烧磁流体发电机(在西门子).

这本专著只讲燃烧气体磁流体发电机. 而且只研究为在基本负荷电站中使用的这种燃烧气体磁流体发电机. 不久就会明白, 对于这种特殊情况下的若干重要问题还没有完全解决. 即使在今天, 也仍然很难达到 7000 小时(和更长)的寿命. 很清楚, 即使是保守的估计, 以磁流体发电机为前置系统的燃烧电厂的效率, 也应超过常规电厂的效率. 但在六十年代中期, 作为主要能源的油和煤的价格, 使得采用矿物燃料作基本负荷运行的电厂的发电成本比原子能电厂的发电成本要高得多. 这样, 虽然磁流体发电厂的效率较高, 但也不足以鼓励人们去继续研制磁流体发电机, 因此在 1965 年这项研究便告停止.

六十年代末, 此种观点在德国有所改变. 煤矿老板要寻找新的市场. 国外所做的不懈努力(主要在美国、苏联、波兰和日本), 引起了西欧对错误判断形势的忧虑. 然而, 如果能在国家和国际规模上进行合作, 这项研究工作的重新开始才会有吸引力. 在德国, 这项工作由德国磁流体小组委员会代表联邦政府负责领导. 从 1969 年起, 研究机构和私人公司在两个集团里制订了共同的计划:

埃森采矿研究股份有限公司——尤里希核研究装置等离子体物理研究所——西门子通用公司

和

马克斯-普朗克学会等离子体物理研究所——奥格斯堡-纽伦堡通用机械股份公司.

在国际上, 德国的工作是在美德自然资源协定的名义下与美国合作的, 并在经济合作和发展协会的支持下, 在东西欧之间, 通过交换意见开展了类似的活动. 自然, 等离子体物

理研究所——奥格斯堡-纽伦堡通用机械股份公司共同计划的研制工作，必须优先考虑作为等离子体物理研究所主要工作的热核反应研究的需要。因此，在这种情况下，研制 10 兆瓦-10 秒发电机应该认为是合适的。况且，这种“短时间”发电机本身也有它的优点，即它的研制和运行能够以最小的努力有效地研究尚未解决的特殊问题。短时间运行避开了一系列困难，尤其是由冷却系统带来的问题。而且，短时间运行也降低燃料的消耗，从而减少对环境的污染（甚至不需要专门的安全措施），降低燃料费用，省去燃料储存问题和简化供给系统（不用泵）。此外，短时间运行可以采用常规磁体（脉冲运行），因此不致于因为大量技术问题而妨碍第一阶段的研制工作。

所以，送呈联邦研究和技術部批准的計劃，或多或少是个明显的选择，即研制大约 10 兆瓦-10 秒短时间磁流体发电机。这个计划分两个阶段完成。第一阶段的预定目标为：

（1）在试验装置的运行中取得大量经验，以使用可靠的比例规律，足够精确地外推计划中的输出功率为 10 兆瓦的发电机。理论方法结合试验验证，不断地发展理论模型，从而使计算结果能尽可能好地和相应的试验数值符合，至少达到满意的程度。

（2）测量出那些比例规律只能不完全地包括或完全不能包括的全部参数，例如，燃烧系统的某些特性。

（3）实验论证某些基本问题。例如，在发电机中获得满意的电导率和功率密度等。

（4）根据国外成果，完成 10 兆瓦-10 秒发电机的最后设计说明书。

（5）安排应用研究，以估计这种发电机在公用和工业供电系统中，以及在热核反应研究中作试验电源使用的可能性。一旦这些研究取得积极成果，将对照经济收益来权衡发电机

的研制价值。

(6) 利用现有的试验装置,以获得对磁流体发电机的进一步研制可能有用的材料 and 设计方面的经验,尤其是对于运行时间超过 10 秒的磁流体发电机更是如此。

设想第一阶段的工作完成之后,第二阶段的预定目标为:

(1) 建成 10 兆瓦发电机。

(2) 接到公用电网以研究它的性能。(为此目的,电力公司已提出了一系列建议)。

(3) 研究产生具有一定脉冲波形的特种运行方式(控制其内阻)。

这个计划的第一阶段已经圆满地完成,实现了全部预定的目标。某些成果,是克服了巨大的困难才取得的。有时候必须深入到基础研究领域去进行钻研,以确信所用的方程和数值是合适的。任何时候都应避免工作的重复,并应用其他研究组织的成果。

在本专著中,只叙述我们做过的工作。因此,它不叙及磁流体发电的完整体系,但其主体内容都包括在内了。我们尽量说清我们的工作和其他同事们在相同领域内做过的工作或正在做的工作之间的联系。但是,把我们的工作完全和这个领域内国际上的全部有用知识综合成一个整体的意图,或者相反,仅仅提供国际上在短时间燃烧磁流体发电机领域内的研究概貌,都已经超出了本书的范围。

第二章 理 论

在“理论”这个标题下所介绍的材料，并不是磁流体动力学方面的教科书，而只涉及物理学的这一广阔领域对于一个特殊技术目标的应用。这就是研制一种特种形式的磁流体发电机，即能够为公用事业或类似的目的提供短脉冲大容量备用电源的燃烧磁流体发电机。由于这个目标包括技术的和经济两个方面，因此所用的理论必须特别简单明了，一方面是为了能以合理的准确度计入大量的效应，另一方面，是为了最终能得到供经济研究用的高速计算机程序。作为一个典型例子，我们只限于描述一维流动方程式。一方面采用二维或三维方程式受到大量必要的计算机运算的限制，另一方面，我们必须十分重视着眼于解释一维计算的结果。

因此，这里所介绍的理论材料，是作为我们在过去大约四年中的实际工作之专题论著的一部分。这段叙述可以说明，这里所介绍的理论的范围尽管有限，但对于我们的特殊目的来说是够用的了。

2.1 导电气体的基本流动方程式

2.1.1 磁流体动力学的一般方程式

流过磁场的等离子体，其全部有关参数分布的一般计算，是一个三维的、依变于时间的问题。这种计算以质量、动量和总焓守恒方程为基础：

连续方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (2.1)$$

动量方程

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho(\mathbf{v} \operatorname{grad}) \cdot \mathbf{v} = -\operatorname{grad} p - \operatorname{div} \underline{\underline{\tau}} + \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (2.2)$$

焓方程

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial}{\partial t} \left(h + \frac{\mathbf{v}^2}{2} \right) + \rho \mathbf{v} \operatorname{grad} \left(h + \frac{\mathbf{v}^2}{2} \right) - \frac{\partial p}{\partial t} \\ = -\operatorname{div}(\underline{\underline{\tau}} \cdot \mathbf{v}) - \operatorname{div} \mathbf{q} + \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} \end{aligned} \quad (2.3)$$

式中, ρ 为质量密度, p 为静压力, h 为静焓, $\mathbf{v}$ 为中心流的速度, $\mathbf{j}$ 为电流密度, $\mathbf{E}$ 为电场强度, $\mathbf{B}$ 为磁感应强度, $\mathbf{q}$ 为热流密度, $\underline{\underline{\tau}}$ 为应力张量.

在式 (2.3) 中, 括号里的总和通常称为滞止焓.

由于以上方程式内含有应力张量 $\underline{\underline{\tau}}$ 和热流密度向量 $\mathbf{q}$, 因此可以用来处理有摩擦与热传导的流动. 摩擦与热传导可以既是由分子输运, 又是由湍流输运过程所引起. 但是, 只是在 $\underline{\underline{\tau}}$ 与 $\mathbf{q}$ 和其它变量如速度、温度及其梯度等之间的数学关系式被用于计算时, 这个区别才是重要的.

磁流体流的特征项是“劳伦兹”力 $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ 以及从每单位体积流体中取出的电功率 $\mathbf{j} \cdot \mathbf{E}$.

由于我们只打算讨论定态磁流体发电机, 因此可以令式 (2.1) 至 (2.3) 中的偏导数 $\frac{\partial}{\partial t}$ 等于零. 定态磁流体动力学的最终方程式是

$$\operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (2.4)$$

$$\rho(\mathbf{v} \operatorname{grad}) \cdot \mathbf{v} = -\operatorname{grad} p - \operatorname{div} \underline{\underline{\tau}} + \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (2.5)$$

$$\rho \mathbf{v} \operatorname{grad} \left(h + \frac{\mathbf{v}^2}{2} \right) = -\operatorname{div} (\underline{\underline{\tau}} \cdot \mathbf{v}) - \operatorname{div} \mathbf{q} + \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} \quad (2.6)$$

应该强调的是,即使是明显的定常磁流体流动,当时间尺度很短时,也将包含有依变于时间的过程.其原因可能是不同形式的等离子体的不稳定性,燃烧不稳定性,或者供给系统与燃烧系统的声频振荡.后两者导致进入磁流体通道的等离子体的参数产生脉动.

方程式(2.4)至(2.6)含有大量的因变量,可以按以下两组分类.第一组包括 $\mathbf{v}$ 的三个分量 v_x 、 v_y 和 v_z ,热的变量 h 和三个热力学变量 p 、 ρ 、 T .在我们的流动方程式中,温度 T 不是显式出现,而是隐式出现的,因为电流密度 $\mathbf{j}$ 决定于电导率 $\underline{\underline{\sigma}}$,而电导率又将表示为 T 和 p 的函数.第二组变量包括 $\underline{\underline{\tau}}$ 、 $\mathbf{q}$ 、 $\mathbf{j}$ 、和 $\mathbf{E}$ 的分量.第二组变量可以用第一组变量和由外部给定的数值(例如负荷电流 I ,通道壁的温度 T_w ,或磁感应强度 $\mathbf{B}$)来表示.

我们把 $\mathbf{B}$ 当做外部给定的场来处理.因为在实际的燃烧磁流体发电机中,磁雷诺数 Re_m 比1小得多(典型的 Re_m 大约是 10^{-3}).由于在物理上 $Re_m = \mu_0 \sigma_1 v_x l$ 是感应磁场对外加磁场之比值,因此燃烧磁流体发电机中的电流对于总磁场的影响可以忽略不计. (μ_0 为真空导磁率, σ_1 为标量电导率, v_x 为典型流动速度, l 为 $\operatorname{curl} \mathbf{B}$ 的长度尺度.)

七个变量 v_x 、 v_y 、 v_z 、 h 、 p 、 ρ 和 T 是基本变量.方程式(2.4)到(2.6)给出了确定基本变量的五个方程式.尚缺的两个方程式,就是把流动现象和热力学联系起来的热力学方程和热状态方程:

$$\rho = \rho(p, T). \quad (2.7)$$

$$h = h(p, T). \quad (2.8)$$

函数 $\rho(p, T)$ 和 $h(p, T)$ 的确定将在2.2.2节中详细讨

论. 可以写出下式:

$$\rho = \frac{M(p, T)}{R} \cdot \frac{p}{T}, \quad (2.9)$$

式中, R 是通用气体常数, $M(p, T)$ 为气体混合物的分子量. 后者决定于 p 和 T , 因为根据定义, 它是含有 N_A 个分子的体积内混合物的质量 ($N_A = 6.02252 \times 10^{23}$ — 阿佛加德罗常数). 各种分子的相对数量随化学平衡而改变, 最后得到 M 依变于 p 和 T 的关系式.

对于真实气体, 不可能给出 $h(p, T)$ 的简单的数学关系式. 因此, 为了进行数值计算, 我们将采用 $h(p, T)$ 表. 这些表的计算也将在 2.2.2 节中叙述.

2.1.2 欧姆定律

磁化等离子体中的电流密度 $\mathbf{j}$ 决定于广义欧姆定律. 采用如下的形式^[2, 11]:

$$\mathbf{j} = \sigma_1 \mathbf{E}_{\parallel}^* + \sigma_2 \mathbf{E}_{\perp}^* + \sigma_3 \mathbf{b} \times \mathbf{E}^* \quad (2.10)$$

($\mathbf{b} = \mathbf{B}/B$ 为在 $\mathbf{B}$ 方向上的单位向量).

向量 $\mathbf{E}^*$ 表示广义电场强度:

$$\mathbf{E}^* = \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} + \frac{1}{en_e} \text{grad } p_e. \quad (2.11)$$

($\mathbf{E}_{\parallel}^*$ 和 $\mathbf{E}_{\perp}^*$ 分别是平行和垂直于 $\mathbf{B}$ 的 $\mathbf{E}^*$ 的分量, e 为电荷, n_e 为电子密度, p_e 为电子的分压力).

根据式 (2.10) 所表示的欧姆定律, 必须作若干假定与省略. 其中最重要的是:

(1) 整个过程是稳定的. 实际上, 这就意味着所有的变化同空间电荷振荡的时间尺度 τ_e 相比必须是缓慢的 [$\tau_e \approx 1/(\text{等离子体频率})$].

(2) 只考虑由电子形成的 $\mathbf{j}$.