

国家基础性重大关键项目

# 气候系统的非线性特征 及其预测理论

郭秉荣 江剑民 丑纪范 著  
范新岗 张红亮



气象出版社

国家基础性重大关键项目

# 气候系统的非线性特征 及其预测理论

郭秉荣 江剑民 丑纪范 著  
范新岗 张红亮

《气候动力学和气候预测理论的研究》  
课题资助项目

气象出版社

(京)新登字 046 号

## 内 容 简 介

本书针对气候问题的特殊性,引用最新数学成就——混沌理论、胞映射理论和分形理论,立足于新观念、新方法,对气候的定义、气候系统的非线性特征、演变机制、可预报性问题以及气候状态的预报方法等做了较全面的研究,这些内容初步形成了气候系统的准动力-准随机理论,是气候动力学的新发展。本书的另一部分主要内容是以三类反问题的形式,系统地讨论了气候系统动力预报方法的改进问题。并用数值试验证实了,充分利用和发挥多时次历史观测资料和动力模式的作用,通过反演求解,能丰富信息量、改造信息结构和订正模式的不足,从而多方面优化了预报问题的条件,无疑能提高预报效果,是改进动力系统预测方法的新途径。

本书可供大气科学、海洋科学、流体力学和应用数学方面的科技工作者参考,亦可作为有关专业的硕士、博士研究生的教材或教学参考资料。

## 图书在版编目(CIP)数据

气候系统的非线性特征及其预测理论/郭秉荣等著. —  
北京:气象出版社, 1996. 6  
ISBN 7-5029-2172-9

I. 气… II. 郭… III. ①气候-系统-非线性-特征②气候变化-气候展望 N.P46

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (96) 第 1718 号

## 气候系统的非线性特征及其预测理论

郭秉荣 江剑民 范新岗 张红亮 丑纪范 著

责任编辑:黄丽荣 终审:周诗健

封面设计:严瑜仲 责任技编:刘祥玉 责任校对:悟 石

\* \* \*

气象出版社出版发行

(北京海淀区白石桥路 46 号 邮政编码:100081)

北京怀柔王史山印刷厂印刷

开本:850×1168 1/32 印张:8.25 字数:212 千字

1996 年 6 月第一版 1996 年 6 月第一次印刷

印数:1—700 平装定价:15.00 元 精装定价:22.00 元

ISBN 7-5029-2172-9/P · 0801

## 前　　言

气候异常，全球性的大旱灾、大水灾，给人类造成巨大的生命、财产损失，严重的威胁人类的生存、发展。世界各国，为了防灾、减灾，研究气候问题，成了当务之急。我国情况也是如此，如今，气候课题受到特别重视。本书的绝大部分内容就是国家基础性研究重大关键项目《气候动力学和气候预测理论的研究》的第一课题的部分研究成果。

我们写这本书，目的有三：一是，谈研究气候问题的途径，一种途径主张，对物理机制的研究，靠大模式、大机器，进行庞大、复杂的模拟试验。预报方法采取算出逐日预报值，再作算术平均。另一种途径，主张建立较为简单的模式，充分利用多时次的观测资料和引入新的数学理论和方法，进行规模不大的、问题针对性较强的试验研究，并新建立准动力-准随机的预报方法。书中就两种途径做了比较，特别是通过本书已完成的工作，证明后一种途径是可行的、有效的，是很有希望和比较符合我国国情的。但是需要指出，这些工作是很初步的，它只是通过一个很简化的模式，对气候系统的若干基础性问题做了粗线条的勾勒，离开实际还有较大的距离。二是，谈对 Lorenz 发现的混沌态和他指出的“系统长期行为不确定性”问题抱什么态度，一种态度是不理会它，仍然彷彿短、中期数值预报的方法研究气候问题。另一种态度是，正视它、重视它，设法搞清楚 Lorenz 这一重大发现的实质和意义。书中介绍了引入混沌理论和胞映射理论，建立气候系统准动力-准随机理论的工作。表明正是因为，在长期天气系统中，混沌态的被发现，有可能为研究气候问题开辟新途径。这只是一家之言，提出来供参考。三是，谈研究气候问题采用什么方法。一种是纯动力的方法，主张气候问题的数值模拟与预报问题的研究都靠纯动力模式进行。另一种方法，主张动力与统计相结合，既合理利用动力模式确定性的因果制约机

制，又运用统计观点，充分发挥多时次观测资料的作用。书中详细介绍了气候系统动力模式的三类反问题，讨论了问题的求解，并提出了数值试验结果，证明这是动力与统计相结合的最佳形式，也是改进预报模式的新途径。

结合全书的内容，上面就三个问题表明了我们的见解，这些都是商榷性的。科学研究，各种途径、各种方法都可以做试验，效果好否，只能靠实践做检验。

本书所介绍的研究工作是作者们密切合作的成果，均系第一次公开发表。全书由郭秉荣执笔完成。

这项工作，从酝酿立题，建立模式，直到近几年完成的工作，已经有十多年的时间。这期间，薛纪善同志参加了部分工作。

在本课题的研究中，得到曾庆存院士的大力支持和帮助，特致衷心地感谢。

由于学识水平所限，书中错误或不当之处，恳请指正。

著者

1996年5月

# 目 录

前 言	
第一章 引论	(1)
§ 1 引言——读者须知	(1)
§ 2 气候科学研究面临的问题与思考	(1)
§ 3 气候动力学与混沌理论	(3)
§ 4 气候动力学与胞映射理论	(4)
§ 5 气候动力学与分形理论	(5)
§ 6 气候动力学与反演理论	(6)
§ 7 气候动力学的准动力-准随机理论	(7)
第二章 最大简化气候模式的数学模型	(9)
§ 1 引言——我们想干什么	(9)
§ 2 设计的思路和目的	(10)
§ 3 出发方程	(11)
§ 4 非线性常微分方程组的推导	(12)
§ 5 系统的能量关系	(25)
§ 6 下垫面温度场的线性模型	(26)
§ 7 下垫面温度的计算公式	(29)
§ 8 下垫面温度用多时次大气环流信息表示	(33)
第三章 混沌域的确定与模式解的统计分布特征	(38)
§ 1 引言——如何迈开第一步	(38)
§ 2 混沌域的确定	(39)
§ 3 耦合系统的反馈强度及其它参数的取定	(40)
§ 4 大气系统模式解的统计表征	(41)
§ 5 耦合系统模式解的统计表征	(47)
第四章 模式系统混沌态特征量的计算和分析	(52)
§ 1 引言——如何刻画混沌态	(52)

§ 2	模式系统的关联维数	(53)
§ 3	滞后时间的取定与系统相轨线的动力特征	(57)
§ 4	跳点取样对混沌态特征量估算的影响	(66)
§ 5	大气模式系统的分数维与下垫面热力作用的关系	(70)
§ 6	大气模式系统的里亚普诺夫特征指数与解的性态	(76)
§ 7	混沌态的功率谱指数	(82)
<b>第五章</b>	<b>可预报性问题的研究</b>	(89)
§ 1	引言——怎样研究这个问题	(89)
§ 2	解对初值的敏感性与 Lorenz 吸引子	(90)
§ 3	气候状态的研究与狭义胞映射	(98)
§ 4	气候状态的研究与广义胞映射	(110)
§ 5	大气系统模式可预报期限的全局分析	(120)
§ 6	耦合系统模式可预报期限的全局分析	(124)
<b>第六章</b>	<b>气候系统的准动力-准随机预报方法</b>	(133)
§ 1	引言——理论与实践怎样统一	(133)
§ 2	个别状态的不确定与整体的确定	(134)
§ 3	准动力-准随机预报方法的基本原理	(136)
§ 4	级别预报与量值预报	(140)
§ 5	预报准确率的理论上限	(150)
§ 6	初始信息度与预报准确率	(152)
<b>第七章</b>	<b>气候系统动力模式改进的新途径</b>	(157)
§ 1	引言——它为什么会引起特别关注	(157)
§ 2	改进数值预报的两种途径	(159)
§ 3	气候系统动力模式反问题的一般形式	(163)
§ 4	第一类反问题的求解及数值试验	(167)
§ 5	第二类反问题的求解及数值试验	(173)
§ 6	第三类反问题的求解及数值试验	(190)
§ 7	提为反问题的短期气候预报研究	(207)
§ 8	从全局观点看反演试验	(219)

附录	(222)
第八章 小结与展望	(248)
§ 1 引言——为谁写小结	(248)
§ 2 主要结果与评述	(248)
§ 3 小结之后——问题与展望	(251)
参考文献	(253)

# 第一章 引 论

## § 1 引言——读者须知

作为本书的第一章，一开始与读者见面的就是一系列不太常见的理论，可能引起误会，认为这本书可能深奥难读。其实并非如此。从本书的目录能看出，所讨论的都是有实际意义的问题。在讨论这些问题时，确实用到了这些理论，而且是用得比较成功的。是哪些问题要用这些理论？是哪些问题能用这些理论？如何利用这些理论？用这些理论要达到怎样的目的？来龙去脉，作者是怎样思考的？应该将它写出来，可能更有益于读者，这就是写这章引论的目的。否则，这本书写完了，都是就事论事，太缺乏思想性。

有些数学理论可能是抽象、深奥的，但作为应用科技工作者，应该过滤掉那些抽象、深奥的部分，抓住实质性的、有实用价值的东西。它们既然能用于解决实际问题，自然也就不抽象、深奥了。

本书的内容，对有些读者不存在问题，对有些读者，可能要补充点有关数学方面的知识。可以通过自学解决，如果读者需要和条件可能，本书作者也愿意提供帮助和服务。因为写这本书的目的，是希望它能发挥点作用。想读本书的读者，应该受到作者的欢迎，就是这点意思。

## § 2 气候科学研究面临的问题与思考

气候系统的时间、空间尺度比天气系统的时间、空间尺度都大得多，形成的背景极为复杂。完整的气候系统是由大气圈、水圈、冰

雪圈、岩石圈和生物圈五部分组成。这些组成部分有各自独立的演变规律，它们之间互有影响，相互制约，形成了时、空多维的、千变万化的综合系统。气候系统是否有演变的规律呢？当然有，但是由于制约关系错综复杂、可变因子太多，要认识它、把握它很困难。所以在较长的时期，气候科学的研究靠统计方法，形成了统计气候学。从气候变化的历史资料，通过统计方法，研究气候系统过去的规律，其目的是为了知道未来的规律。因为，自然界的任何现象今与昔的变化关系，虽然不是重复的，有绝对不同的情况，也有大同小异的情况，有突变的情况，也有渐变的情况。所以基于统计气候学的预报方法，在把握了一定的规律之后，是能发挥一定作用的。统计气候学的最大优点是它不在乎气候运动的复杂性，因为它并不研究演变过程本身，而只统计过程的综合结果。但是基于统计方法得到的规律并不完全是真实的。而且已有的真实规律在未来的演变中也并不全都保持下来。这些复杂的情况，是统计气候学难以克服的，所以它的应用和发展都有很大的局限性。

气候运动当然满足物质运动的普遍规律，所以基于数学模型为研究手段的气候动力学也是有相当长历史的。气候动力学方程组是强迫、耗散、非线性的。对它做一定的简化，进行定性分析的理论研究已做了不少工作。但求问题的准确解析解是不可能的，只能求数值解。所以这些年来，国内外已有不少气候方面的数值模拟工作。数值模拟是先进的科学手段，靠数值模拟研究能验证和揭示很多复杂的物理现象和规律。混沌现象就是 E. N. Lorenz 通过热对流模型，靠数值模拟发现的。很自然，对于复杂的气候系统的研究，数值模拟必将占有重要的地位和发挥很大的作用。

但是，数值模拟的基础是动力模式，数值模拟就是在设定的不同条件下求动力模式的数值解。所以，如何设计更接近实际的动力模式是关键。而这对气候系统来说，是更复杂、更困难的问题，因为要将五大气候圈构架的物理过程，包含的多变因子，有机的、合理的容纳入气候动力模式中，谈何容易！所以现在气候数值模拟用的

模式越来越复杂,要求的计算条件越来越高。这样做下去,成果是会有的,但是是否是最佳途径?和唯一手段呢?丑纪范对这个问题多有思考,并且提出研究气候系统问题的另外两条途径,即简化模式的研究途径和基于反演理论,充分利用多时次观测资料的研究途径。为了后面讨论问题叙述方便,我们将上面提到的,靠动力模式做数值模拟研究的途径简称为“正问题数值模拟研究法”,而将后面两条途径分别简称为“简化模式研究法”和“反演理论研究法”。当然,后两种研究法也离不开数值模拟手段。本书的内容就是根据后两种方法研究气候系统问题得到的初步结果。

“简化模式研究法”就是在物理条件许可的范围内,尽可能简化模式,使之便于引用新的数学成就,立足于新观念和新方法,有针对性的研究气候系统的关键性问题。如本书研究的是气候系统的非线性特征。

所谓“反演理论研究法”就是充分利用已知的信息(多时次历史观测资料),依靠动力模式,通过反演手段以改进预报问题的初始条件和模式本身。用这两种研究方法的效果如何呢?请读者看本书各章节的内容,也许有一些值得思考的东西。

面临气候科学的研究中许多困难问题,我们在思考,同行们也在思考,共同努力。

下面简要介绍后两种研究方法是怎样形成的?用到哪些新的数学理论和方法,最后得到怎样的结果?

### § 3 气候动力学与混沌理论

气候动力学怎么会与混沌理论联系起来呢?1963年,E. N. Lorenz 发表了他的工作“确定性的非周期流动”,他通过热对流模型(一个简单的强迫、耗散、非线性系统),进行数值模拟试验,发现了混沌态,指出了系统的解对初值的敏感性和系统的长期行为不确定性。这是科学界的一件大事,举世瞩目。它也特别引起

丘纪范的关注,因为他想到气候系统是更复杂的强迫、耗散、非线性系统,也有长期行为问题。如果气候系统也存在混沌态,它的长期行为是不确定的,那末气候系统的演变机制如何研究?预测问题如何解决?所以在 80 年代初丘纪范就提出建立相应的数学模型,将这个问题搞清楚。建立这样的数学模型不是容易的事,求出模式系统的混沌解,更不是容易的事。为这两件事,花了不少精力和时间。本书第二章介绍建模工作。第三章介绍如何求模式系统的混沌解。既然模式系统的解是混沌态,那末研究气候系统的工作就发生了格局性的变化。正如本书的全部内容所体现的,研究气候系统就是研究混沌系统,研究气候状态的特征就是研究混沌态的特征,研究气候系统的演变机制就是研究混沌态的性态变化,预报气候状态就是预报混沌吸引子上的状态概率分布。在这样的观念下,气候动力学就是混沌动力学。所以第四章、第五章、第六章、第七章在研究气候状态特征,给出气候定义,讨论可预报性问题,建立准动力学随机预报方法以及分析模式系统中各种因子的作用时,都是以混沌态为基础,以吸引子观为基础,即以混沌动力学为基础的。混沌理论从 1963 年 Lorenz 发现混沌态,到现在已有 30 多年历史。理论工作不少,应用也有进展。但是像本书这样,将混沌理论与气候动力学结合起来,得出一系列具体的、有意义的结果,可算是混沌理论在应用方面的可喜收获。这样的工作,一方面可以看作是混沌理论对气候动力学的促进,另一方面,在气候动力学中得到结果,又丰富了混沌理论的内容,使这种理论更有生机。

## § 4 气候动力学与胞映射理论

胞映射理论是 Hsu, C. S. 提出的,它是非线性动力系统,特别是强非线性动力系统全局分析的有效工具。应用这种理论,他本人在非线性振动方面做了大量工作,已出版了这方面的专著。

我们在研究气候系统的问题时,碰到了困难。因为气候状态是

代表大气运动的全局特征,具体地说,它是当时间  $t \rightarrow \infty$  时,所有初值信息已完全消失,系统达到的渐近状态。在点映射系统,无法研究这种问题。因为对  $t \rightarrow \infty$  和所有初值(无穷多个)无法做全局分析。怎么办呢? 丑纪范请来了及时雨——胞映射理论。在前面已经提到,为了引用混沌理论需要建立相应的数学模型,那就是将气候系统原来的模式化成了非线性常微分方程组(第二章有专门介绍)。现在只需将这个方程组的未知函数(即状态变量)离散化,就能将原来的点映射系统转化成胞映射系统(第五章有介绍)。这样,就能以有限取代无限,并克服舍入误差和观测误差带来的影响,从而使个别状态的不确定转化为整体的确定。利用广义胞映射原理,将对动力模式的求解转化成了 Markov 链上的概率转移,这就是广义胞映射公式,也就是气候系统的预报公式(第六章介绍)。如前所述,我们是讨论混沌系统的问题,当系统的状态分布函数到达混沌吸引子的分布之前(即在可预报期限内),利用这个公式,可以根据初值做预报。当系统的状态达到混沌吸引子的分布时,初值信息已完全消失,这个公式预报的就是气候状态。用马氏过程的语言,它就是极限概率分布或稳定状态概率。

由此观之,胞映射理论对研究气候动力学是何等重要。

## § 5 气候动力学与分形理论

在用混沌理论和胞映射理论研究气候动力学问题时,也用到分形理论的知识。如上节所说,利用广义胞映射公式可以预报气候状态(整体特征),这个公式就是  $p^* = \lim_{n \rightarrow \infty} P^n p(0)$ 。其中  $P$  是转移概率矩阵,  $p(0)$  是初始状态,  $p^*$  是极限概率分布,即气候状态。 $p^*$  与  $p(0)$  无关。这样,  $p^*$  完全决定于转移概率矩阵  $P$ 。而系统的控制变量包含在  $P$  中,如果控制变量有改变,即  $P$  有改变,自然气候状态也随之变化。只不过控制变量是在更长的时间尺度上进行缓慢的量变积累,到一定阶段产生质的突变。控制变量缓变也好,突

变也好，都会引起气候状态的变化，即表现有不同的混沌态。如何识别不同的混沌态呢？这成了进一步研究气候动力学很关键的问题。丑纪范提出引用分形理论的知识，计算混沌态的特征量，如分数维、里亚普诺夫特征指数、标度指数和功率谱指数等。分别考察、分析这些特征量随控制变量的变化。我们知道了混沌态的分数维（混沌态几何构造复杂程度的定量标志）、里亚普诺夫特征指数（混沌解性态的定量标志）、标度指数（混沌态的自相似性的定量标志）和功率谱指数（混沌态能量状态的定量标志），认识和区分混沌态的问题也就解决了，也使我们对气候系统非线性特征的认识上升到定量的高度。这说明学习分形理论知识对研究气候动力学是很有帮助的。

## § 6 气候动力学与反演理论

气候动力学的核心任务是建立更符合实际的气候动力模式，研究气候系统的演变机制和解决气候系统的预测问题。§ 1 中谈到的研究气候系统问题的三种方法，它们之间无矛盾，而且是相互补充，相互促进的。本节着重讨论反演理论对研究气候动力学的重要性。

系统地提出数值预报问题的反问题是丑纪范早在进行的工作。它对短、中、长数值预报是普遍适用的。本书又对气候系统动力模式的反问题专门做了全面系统的讨论（第七章）。总的看来，效果不错，前景看好。有一点遗憾的是，这些工作是按模拟方案进行的，但出于理论性研究的考虑，希望模式简单，易进行试验，也只能这样。但是这样，用反演理论研究气候系统问题的更大的优越性显示不出来。我们用“正问题模拟研究法”可以不断地改进气候动力模式的结构和内容，这一点是肯定的。但是想仅靠这一种方法解决气候系统的建模问题是困难的，也是满足不了要求的。当然，要建立准确的气候模式是可望而不可及的事。但是值得注意的是，这种

准确模式(假想它存在)的解却可以认为是现存的,那就是大量的实际气候资料。它是由五大气候圈形成的综合气候信息,是极宝贵的。在任何时候,用“正问题模拟研究法”建立的气候模式与准确模式比较,总是不精确的,有欠缺的。而且这些欠缺因素,我们往往还不清楚。于是我们就可以用那些被认为是准确模式解的实际气候资料,通过反演手段来补偿那些欠缺因素以改进预报问题的条件和提高模式的精度,这就是反演理论的中心思想。这里再一次强调,因为气候系统的问题更复杂,未知因素更多,仅依靠“正问题模拟研究法”力量单薄。能将极为丰富的气候信息资料开发出来,通过反演理论加以利用,发挥“正问题模拟研究法”所不能起到的作用。这样,就显示了反演理论更适于解决气候动力学的问题,或者说,气候动力学的研究更需要反演理论。

## § 7 气候动力学的准动力-准随机理论

在前面 § 3 中,已简单地提到利用广义胞映射公式如何做气候系统的预报。这里着重说明这种预报方法的准动力-准随机的意义。因为已经知道气候系统存在混沌态,直接用点映射系统的气候动力模式做预报是不可能的。如果分别给定个别初值积分模式,可以得到相空间的无限点集,Lorenz 已经指出,这种个别状态的长期行为是不确定的,而且初值有无限多个,这无法表征气候状态。所以我们必须依靠胞映射理论,建立广义胞映射公式,以整体状态的概率转移取代对个别状态的动力模式积分。在达到极限概率之前,可根据初始状态做预报,当达到极限概率,就是气候状态。这是从 Markov 链的观点得到的结果。而从原动力模式求解的观点来看,这正是模式的解趋向终态的过程,终态就是系统的吸引子。因为我们是在混沌域讨论问题,这里的吸引子就是混沌态。将这两种观点结合起来,我们求得的正是混沌吸引子上的状态概率分布,这就是气候状态。气候状态在这里作为系统的整体特征它是确定性

的。这就是研究气候系统的问题从确定(动力模式是完全确定性的)到不确定(模式系统的解——个别状态的长期行为是不确定的)再到确定(系统的全局特征是确定的)的转化过程。

因此,统观全局,可以看出,作为基础的动力模式是确定性的。但在求解过程中是概率理论起重要作用。最后得到的结果(系统的全局特征)虽然是确定性的。但是状态概率分布或混沌态本身又带有随机性的特征。显然,这种求解过程和求得的解不是全动力的,也不是全随机的。而且在全书中讨论的各种问题(系统的特征、演变机制、可预报性问题以及预报方法等)都是基于这种观点。所以将这些内容统称为准动力-准随机理论。

准动力-准随机理论没有改变动力理论的实质,即由质量守恒、动量守恒和能量守恒三大定律构成的动力模式对系统的演变总是起确定性的制约作用。但是它的特点是着重反映了气候系统的非线性效应引起的随机变化机制。

本章说了这些话,仅是一家之言,写出来供参考。我们确信,在气候科学的研究中已经有、还会有更好的理论和方法。对这些我们抱尊重、学习的态度。

## 第二章 最大简化气候模式 的数学模型

### § 1 引言——我们想干什么

我们想建立一个研究气候系统的数学模型。首先明确是怎样的气候系统？如前所述，完整的气候系统由五部分组成。这几部分相互影响，而且自身也以一定的时空尺度进行演变。最熟悉的大气运动就有大、中、小三种运动尺度。海洋上在几个月到几年的时间尺度上与上面的大气相互作用。山脉的形成时间尺度是 $10^5 \sim 10^8$ ，拔地而起的青藏高原影响全球的大气运动，冰雪消融，明显地改变海陆温度分布。人类的生活、生产活动造成不可忽视的温室效应等等。这是一个制约面很广、极复杂的系统。当前国内外出现的气候预报模式的主流，就是将这些众多的相互作用的物理过程耦合起来，力求模式逼真于实际气候系统。其计算量非常大，要求最新最大的计算机。这样做，是否是最佳途径？结果会怎样？一切在试验中。从我国国情出发，丑纪范提出走另一条途径。我们研究的是比上述系统简单得多的一个子系统——地、气耦合系统。

实际的地、气耦合系统也是很复杂的，它不仅有感热加热、辐射加热和凝结加热等复杂形式的外强迫作用，而且还要考虑千变万化的云量和洋流影响。特别是，为 E. N. Lorenz 首先发现的，在长期大气运动过程中，非线性效应引起的举世瞩目的新现象——混沌态，更是为认识和研究气候运动带来了不少疑惑和困难。丑纪范在 80 年代初已很关注这个问题，提出建立相应的数学模型开展研究工作，剖析 Lorenz 提出的问题的实质，搞清楚在长期天气系统中，混沌态表征什么？系统长期行为的不确定性是指什么？在混