

成人高等教育用书

高等数学标准

关洪
唐声
刘红

北京工业大学出版社

高等数学标准化习题集

关淑娟 唐声安 刘德荫 编著

北京工业大学出版社

(京)新登字212号

高等数学标准化习题集

关淑娟 唐声安 刘德荫 编著

*

北京工业大学出版社出版发行

各地新华书店经销

北京通县燕山印刷厂印刷

*

1992年2月第1版 1992年2月第1次印刷

850×1168毫米32开本 11.25印张 279千字

印数: 1~5000册

ISBN7-5639-0171-X/O·8

定价: 4.60元

内容简介

本习题集是根据高等数学课程[樊映川著高等数学讲义(上、下)]的体系和基本要求编写的。内容包括：一元函数微积分、多元函数微积分、级数和微分方程。全书共分两部分：第一部分为标准化练习题；第二部分为题解或题示。全书共有742道习题，书后附解题答案。

标准化练习题包括：是非题、填空题、单项选择题、多项选择题。题目形式多样，有巩固性的习题，也有提高性的习题，每一题都做了解答。为了照顾自学青年的困难，有的题目解得比较详细。本书可供函授大学、电大、职大以及参加高等数学自学考试的学生学习高等数学时使用，也可供理工科院校的学生们使用。

目 录

第一部分 标准化练习题

第一章	函数	(1)
第二章	极限与连续	(9)
第三章	导数与微分	(18)
第四章	中值定理 导数的应用	(26)
第五章	不定积分	(34)
第六章	定积分及其应用	(42)
第七章	向量代数与空间解析几何	(53)
第八章	多元函数微分学	(61)
第九章	重积分	(70)
第十章	曲线积分与曲面积分	(81)
第十一章	级数	(92)
第十二章	常微分方程	(103)

第二部分 题解或提示

第一章	函数	(115)
第二章	极限与连续	(130)
第三章	导数与微分	(150)
第四章	中值定理 导数的应用	(170)
第五章	不定积分	(191)
第六章	定积分及其应用	(210)
第七章	向量代数与空间解析几何	(230)
第八章	多元函数微分学	(240)
第九章	重积分	(259)
第十章	曲线积分与曲面积分	(276)

第十一章 级数.....	(294)
第十二章 常微分方程.....	(319)
附录: 答案.....	(335)

第一部分 标准化练习题

第一章 函 数

一、是非题

在下列命题中，对者在题后画“√”号，错者画“×”号。

- ✓1. 不等式 $|x-a| \leq \delta (\delta > 0)$ 表示以点 a 为中心的 δ 邻域.
- × 2. 函数 $\lg x^2$ 与 $2\lg x$ 表示相同的函数.
- × 3. 函数 $|\sin x|$ 与 $\sin |x|$ 表示相同的函数.
- ✓4. 若函数 $y=f(x)$ 的定义域是 $[0, 1]$ ，则函数 $y=f(x+2)$ 的定义域为 $[2, 3]$.
- ✓5. 函数 $y=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$ 是奇函数.
- ✓6. 函数 $y=x\frac{a^x-1}{a^x+1}$ 是偶函数.
- ✓7. 奇函数与偶函数之积是奇函数.
- × 8. 奇函数与偶函数之和是偶函数.
- × 9. 函数 $f(x)=\cos\frac{1}{x}$ 是周期函数.
- ✓10. 若函数 $y=f(x)$ 是以 $T>0$ 为周期的周期函数，则函数 $y=f(ax+b)$ ($a>0$) 是以 $\frac{T}{a}$ 为周期的周期函数.
- ✓11. 两个单调增加函数之和仍为单调增加函数.
- ? × 12. 函数 $y=\frac{ax-b}{cx-d}$ 的反函数就是它本身.
- × 13. 若 $y=f(x)$ 是单调减少函数，那么它的反函数 $y=f^{-1}(x)$

也是单调减少函数.

✓ 14. 在 (a, b) 内, 两个无界函数的和, 也一定是无界函数.

○ ✓ 15. 设在 (a, b) 内, $f(x)$ 是有界函数, $g(x)$ 是无界函数, 则 $f(x)g(x)$ 在 (a, b) 内也一定无界.

✓ 16. 分段函数都不是初等函数.

二、填空题

1. 函数 $y = \sqrt{1-x} + \sqrt{4-x^2}$ 的定义域是_____.

2. 函数 $y = \sqrt{(1-x)(4-x^2)}$ 的定义域是_____.

3. 函数 $y = \arcsin \frac{1-x^2}{1+x^2}$ 的定义域是_____.

4. 函数 $y = \sqrt{\sin x - 1}$ 的定义域是_____.

5. 函数 $y = \arccos \sqrt{2x}$ 的定义域是_____.

6. 设 $f(x) = \lg(kx^2 - 2x + k)$ 的定义域是一切实数, 则 k 的取值范围是_____.

7. 设 $f(x) = x^3 - 5x^2 + 10x - 3$, 则 $f(0) = \underline{\quad}$ $f(1) = \underline{\quad}$.

8. 设 $f(x) = \arcsin(\lg x)$ 则 $f\left(\frac{1}{10}\right) = \underline{\quad}$ $f(1) = \underline{\quad}$.

9. 设 $f(x) = \begin{cases} \sin x & |x| \leq 2 \\ x & |x| > 2 \end{cases}$,

则 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \underline{\quad}$, $f(\pi) = \underline{\quad}$.

10. 设 $f(2x) = 3x - 1$ 且 $f(a) = 4$ 则 $a = \underline{\quad}$.

11. 设 $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$, 则 $f[f(x)] = \underline{\quad}$.

12. 设 $f(x) = \frac{1}{1-x}$ 则 $\{f[f(x)]\} = \underline{\quad}$.

13. 设 $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ 则 $f(x) = \underline{\quad}$.

14. 设 $f(x-1) = x^2 + 2x - 3$ 则 $f(x) = \underline{\quad}$.

15. 设 $f(x-1)=x^2$ 则 $f(x+1)=$ _____.

16. 设 $f(x)$ 是线性函数, 且 $f(1)=1, f(2)=4$ 则 $f(x)=$ _____.

17. 函数 $y=3^x-1$ 的反函数是 _____.

18. 函数 $y=\arccos \frac{1-x}{3}$ 的反函数是 _____.

19. 函数 $y=-\frac{3}{5}\sqrt{25-x^2}$ ($0 < x \leq 5$) 的反函数是 _____.

20. 函数 $y = \begin{cases} x & x < 1 \\ x^2 & 1 \leq x \leq 4 \\ 2^x & x > 4 \end{cases}$ 的反函数是 分段函数

三、单项选择题

在每小题后的4个备选答案中,只有一项是正确的,请将正确答案前面的代号填入题后的括号内.

1. 下面4组中的函数 $f(x)$ 与 $g(x)$, 表示同一个函数的是 (C).

(A) $f(x)=x, g(x)=(\sqrt{x})^2$;

(B) $f(x)=1, g(x)=\frac{x}{x}$;

✓ (C) $f(x)=x, g(x)=\sqrt[3]{x^3}$;

(D) $f(x)=1, g(x)=x^0$.

2. 函数 $y=\sqrt{4-x}+\sin\sqrt{x}$ 的定义域是 ().

(A) $[0,1]$; (B) $[0,1)\cup(1,4]$;

(C) $[0,+\infty)$; ✓ (D) $[0,4]$.

3. 函数 $y=\sqrt{x^2-25}+\frac{1}{\lg(7-x)}$ 的定义域是 ().

(A) $(-\infty,-5)\cup(5,7)$;

(B) $(-\infty,-5)\cup(5,6)\cup(6,7)$;

✓ (C) $(-\infty,-5)\cup[5,6)\cup(6,7)$;

(D) $(-\infty, -5] \cup [5, 6) \cup (6, 7)$.

4. 下列函数中, 定义域为 $(-\infty, +\infty)$ 的函数是 ().

(A) $y = x^{\frac{3}{4}}$; (B) $y = x^{-\frac{1}{5}}$;

☒ (C) $y = x^{\frac{2}{5}}$; (D) $y = x^{-5}$.

△ 5. 函数 $y = \frac{1-x^2}{1+x^2}$ 的值域是 ().

(A) $[-1, 1]$; (B) $[-1, 1)$;

☒ (C) $(-1, 1]$; ☒ (D) $[0, 1]$.

6. 函数 $y = -x(2+x)$ ($x \geq 0$) 的反函数的定义域是 ().

(A) $[0, +\infty)$; (B) $(-\infty, 1]$;

(C) $(0, 1]$; ☒ (D) $(-\infty, 0]$.

△ 7. 函数 $y = x + \frac{1}{x}$ 在 $x \in (0, 1)$ 上是 (),

☒ (A) 单调增加函数;

(B) 单调减少函数;

(C) 先单调增加后单调减少函数;

(D) 先单调减少后单调增加函数.

8. 函数 $y = x \sin x$ 是 ().

☒ (A) 偶函数; (B) 奇函数;

(C) 单调函数; (D) 有界函数.

9. 函数 $y = \sin x - \cos x$ 是 ().

(A) 偶函数; (B) 奇函数;

(C) 单调函数; ☒ (D) 有界函数.

10. 下列函数中, 是奇函数的是 ().

(A) $y = \cos^3 x$; ☒ (B) $y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$;

(C) $y = x^2 + \sin x$; (D) $y = \ln(x^2 + x^4)$.

11. 设 $f(x) = ax^7 + bx^3 + cx - 5$ 其中 a, b, c 为常数, 若

$f(-7)=7$, 则 $f(7)=$ ().

(A) -17; (B) -7; (C) 14; (D) 21.

△12. 函数 $y=\sin x+\sqrt{3}\cos x$ 的周期是 ().

(A) 2π ; (B) π ; (C) $\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$; (D) $\frac{\pi}{6}$.

△13. 设 $f(x)=\begin{cases} 1 & x \text{ 为有理数} \\ 0 & x \text{ 为无理数} \end{cases}$, 则有 ().

(A) $f(x)$ 是周期函数, 最小正周期为 1;

(B) $f(x)$ 是周期函数, 最小正周期为 $\sqrt{2}$;

(C) $f(x)$ 是周期函数, 无最小正周期;

(D) $f(x)$ 不是周期函数.

14. 设 $\varphi(x)=\begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ x & x < 0 \end{cases}$ $\psi(x)=\begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$, 则当

$x < 0$ 时, $\varphi[\psi(x)]=$ ().

(A) $-x$; (B) $-x^2$; (C) x ; (D) x^2 .

△15. 函数 $y=\sin^3 e^{2x+1}$ 的复合过程为 ().

(A) $y=\sin^3 u$, $u=e^v$, $v=2x+1$;

(B) $y=u^3$, $u=\sin e^v$, $v=2x+1$;

(C) $y=u^3$, $u=\sin v$, $v=e^{2x+1}$;

(D) $y=u^3$, $u=\sin v$, $v=e^w$, $w=2x+1$.

16. 设 $f(x)=x^2$, $\varphi(x)=2^x$ 则 $f[\varphi(x)]=$ ().

(A) 2^{x^2} ; (B) x^{2^x} ; (C) x^{2^x} ; (D) 2^{2^x} .

17. 函数 $y=\frac{a+x}{b+cx}$ (a, b, c 是常数) 的反函数是 $y=\frac{1+2x}{1+3x}$,

则 a, b, c 的值是 ().

(A) $a=1$, $b=-2$, $c=3$;

(B) $a=-1$, $b=2$, $c=3$;

(C) $a=-1$, $b=2$, $c=-3$;

(D) $a=1, b=-2, c=-3$.

18. 函数 $y=f(x+2)$ 的图象是通过 $y=f(x)$ 的图象做以下平移而得到 ().

(A) 沿 x 轴正向平移 2 个单位;

(B) 沿 x 轴负向平移 2 个单位;

(C) 沿 y 轴正向平移 2 个单位;

(D) 沿 y 轴负向平移 2 个单位.

19. 函数 $y=f(x)$ 的图象与 $x=f(y)$ 的图象关于 () 对称.

(A) 原点; (B) x 轴;

(C) 直线 $y=x$; (D) y 轴.

20. 函数 $y=f(x)$ 的图象关于原点对称, 则下列关系式成立的是 ().

(A) $f(x)-f(-x)=0$; (B) $f(x)+f(-x)=0$;

(C) $f(x)+f^{-1}(x)=0$; (D) $f(x)-f^{-1}(x)=0$.

四、多项选择题

在每小题后的 5 个备选答案中, 至少有两项是正确的, 请将正确答案前面的代号填入题后的括号内.

1. 下列每对函数是相同的有 ().

(A) $f(x)=\lg \frac{2-x}{2+x}$ 与 $\varphi(x)=\lg(2-x)-\lg(2+x)$;

(B) $f(x)=\lg(x-2)(x+2)$ 与 $\varphi(x)=\lg(x-2)+\lg(x+2)$;

(C) $f(x)=\frac{x^2-1}{x-1}$ 与 $\varphi(x)=x+1$;

(D) $f(x)=x^2(\sin^2 x + \cos^2 x)$ 与 $\varphi(x)=x^2$;

(E) $f(x)=\sin(\arcsin x)$ 与 $\varphi(x)=x$.

2. 为使下列式子有意义, $f(x)$ 应满足给出的条件, 以下 5 组

正确的有 ().

(A) $y = \frac{1}{f(x)}$, 要求 $f(x) \neq 0$; ✓

(B) $y = \sqrt[n]{f(x)}$ (n 为偶数), 要求 $f(x) \geq 0$; ✓

(C) $y = \log_a f(x)$ ($a > 0, a \neq 1$), 要求 $f(x) \geq 0$;

(D) $y = \arcsin f(x)$, 要求 $|f(x)| \leq 1$; ✓

(E) $y = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$, 要求 $f(x) \geq 0$.

3. 设 $f(x) = \frac{1}{x}$, $\varphi(x) = 1 - x$, 以下函数正确的有 ().

(A) $f[\varphi(x)] = 1 - \frac{1}{x}$; (B) $\varphi[f(x)] = 1 + \frac{1}{x}$;

✓(C) $f[f(x)] = x$; ✓(D) $\varphi[\varphi(x)] = x$;

✓(E) $f\{\varphi[f(x)]\} = \frac{x}{x-1}$.

4. 设 $f\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = x$, 则下列等式中正确的是 ().

(A) $f(-2-x) = -2-f(x)$; (B) $f(-x) = f\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$;

(C) $f(x^{-1}) = f(x)$; (D) $f[f(x)] = x$;

(E) $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$.

5. 函数 $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ 是 ().

(A) 奇函数; ✓(B) 偶函数;

✓(C) 周期函数; (D) 单调函数;

✓(E) 有界函数.

6. 下列函数中为偶函数的有 ().

✓(A) $y = x^4 + x^2 + 1$; (B) $y = x \cos x$;

✓(C) $y = |\sin x|$; (D) $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$;

✓(E) $y = e^{-x^2}$.

7. 下列5个命题中, 正确的是 ().

(A) 偶函数的图象一定与纵坐标轴相交;

(B) 奇函数的图象一定过原点;

(C) 既是奇函数又是偶函数的函数是不存在的;

(D) 偶函数的图象关于纵坐标轴对称;

✓(E) 奇函数的图象关于原点对称.

8. 下列函数的图象中, 关于原点对称的是 ().

(A) $y = \frac{x+1}{x}$; (B) $y = -x^5 + 3x$; (C) $y = \cos(x + \frac{\pi}{2})$;

(D) $y = (x-1)^3 + 1$; (E) $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$.

9. 下列函数中, 在指定区间内是有界的是 ().

✓(A) $y = 2^x$ $x \in (-\infty, 0)$;

△ (B) $y = \ln x$ $x \in (0, 1)$;

(C) $y = \operatorname{ctg} x$ $x \in (0, \frac{\pi}{2})$;

(D) $y = x^2 + x - 5$ $x \in (0, +\infty)$;

✓(E) $y = \sin x$ $x \in (-\infty, +\infty)$.

△ 10. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \lg x^2 & x \in [-1, 0) \cup (0, 1] \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

$g(x) = \arcsin x$ $x \in [-1, 1]$ 通过复合, 以下结论正确的是 ().

(A) $g[f(x)]$ 是 $[-1, 1]$ 上的函数;

(B) $g[f(x)]$ 是 $[0, 1]$ 上的函数;

(C) $f[g(x)]$ 是 $[-1, 1]$ 上的函数;

(D) $f[g(x)]$ 是 $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ 上的函数;

(E) $g[g(x)]$ 是 $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ 上的函数.

第二章 极限与连续

一、是非题

1. 如果数列 $\{u_n\}$ 收敛, 它的极限只有一个. ✓
2. 如果数列 $\{u_n\}$ 与 $\{v_n\}$ 都发散, 则数列 $\{u_n + v_n\}$ 也一定发散. ✗
3. 如果数列 $\{u_n\}$ 收敛, $\{v_n\}$ 发散, 则数列 $\{u_n v_n\}$ 一定发散. ✗
4. 收敛数列一定有界. ✓
5. 发散数列一定无界. ✓
6. 如果 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = A$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} |u_n| = |A|$. ✓
7. 如果 $\lim_{n \rightarrow \infty} |u_n| = |A|$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = A$. ✗
8. 越来越接近于零的量是无穷小量. ✗
9. 无穷小量是越来越接近于零的量. ✓
10. 两个无穷大量之和仍是无穷大量. ✓
11. 有界变量与无穷大量之积仍是无穷大量. ✓
12. 如果函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在点 x_0 处都不连续, 那么 $f(x) + g(x)$ 在 x_0 处一定不连续. ✓
13. 如果函数 $f(x)$ 在 x_0 处连续, $g(x)$ 在 x_0 处不连续, 那么 $f(x) \cdot g(x)$ 在 x_0 处一定不连续. ✓
14. 在开区间内的连续函数, 一定有最大值和最小值. ✓
15. 如果 $f(x)$ 在点 x_0 处连续, 那么 $|f(x)|$ 在点 x_0 处也一定连续. ✓
16. 如果 $|f(x)|$ 在点 x_0 处连续, 那么 $f(x)$ 在点 x_0 处也一定连续. ✓

连续.

17. 不连续函数平方后仍为不连续函数.

18. 如果 $f(x)$ 在开区间 (a, b) 内一致连续, 那么 $f(x)$ 在开区间 (a, b) 内一定有界.

19. 方程 $x^5 - 6x + 1 = 0$, 在区间 $(1, 2)$ 内至少有一实根.

20. 分段函数必存在间断点.

二、填空题

1. 设数列 $\{u_n\}$ 的通项公式是 $u_n = \frac{3n+1}{2n+1}$, n 应从 ____ 开始, 才能使 $|u_n - \frac{3}{2}| < 0.01$ 成立.

2. 当 $|x-3| < \underline{\hspace{1cm}}$ 时, 不等式 $\left| \frac{x^2-9}{x-3} - 6 \right| < \varepsilon (\varepsilon > 0)$ 可以成立.

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+n} - n) = \underline{\hspace{1cm}}.$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} (x \sin \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \sin x) = \underline{\hspace{1cm}}.$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x^2}-2}{x} = \underline{\hspace{1cm}}.$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sin x)}{\sin 3x} = \underline{\hspace{1cm}}.$

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{\ln x} = \underline{\hspace{1cm}}.$

8. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 5x} = \underline{\hspace{1cm}}.$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2}-1}{\cos x-1} = \underline{\hspace{1cm}}.$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arcsin x}{\sin^3 x} = \underline{\hspace{1cm}}.$

11. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right) = \underline{\hspace{1cm}}.$

12. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x^2-1} \right)^x = \underline{\hspace{2cm}}.$

13. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2+5}{x-1} + ax+b \right) = 3$, 则 $a = \underline{\hspace{1cm}}$, $b = \underline{\hspace{1cm}}.$

14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2^{-nx}}{1+2^{-nx}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

15. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\sqrt{x+\sqrt{x}}$ 是 $\underline{\hspace{1cm}}$ 阶的无穷小.

16. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 无穷小 $1-\cos x$ 与 mx^n 等价, 则 $m = \underline{\hspace{1cm}}$, $n = \underline{\hspace{1cm}}.$

17. 设 $f(x) = \begin{cases} e^x & x < 0 \\ x+a & x \geq 0 \end{cases}$, 如果 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $a = \underline{\hspace{1cm}}.$

18. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{\lg 2x}{x} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$, 如果 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $a = \underline{\hspace{1cm}}.$

19. 设 $f(x) = x \cos \frac{1}{x}$, 则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的第 $\underline{\hspace{1cm}}$ 类 $\underline{\hspace{1cm}}$ 间断点.

20. 设 $f(x) = \frac{\frac{1}{e^x}-1}{\frac{1}{e^x}+1}$, 则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的第 $\underline{\hspace{1cm}}$ 类 $\underline{\hspace{1cm}}$ 间断点.

三、单项选择题

1. 下列数列 $\{u_n\}$ 中, 收敛的是 ().

(A) $u_n = (-1)^n \frac{n-1}{n}$, (B) $u_n = \frac{n}{n+1}$;

(C) $u_n = \sin \frac{n\pi}{2}$; (D) $u_n = n - (-1)^n$.

2. 下列数列 $\{u_n\}$ 中, 发散的是 ().