

高等学校试用教材

机 械 原 理

下 册

天 津 大 学 西北工业大学 北京航空学院 合编
上海交通大学 北京钢铁学院 清 华 大 学
天 津 大 学 主编

人 民 教 育 出 版 社

本书除绪论外,共十五章,分上、下两册。上册包括绪论以及机构的结构分析、平面机构的运动分析、平面机构的力分析、运动副中的摩擦和机械效率、平面连杆机构、空间连杆机构、平面高副机构的设计基础、凸轮机构等八章;下册包括齿轮机构、轮系、间歇运动机构、机构的组合与选型、机械系统动力学、机械的平衡、机构最优设计引论等七章。

本书可作为高等工业学校机械类各专业的试用教材,也可供非机械类各专业师生及有关工程技术人员参考。

高等学校试用教材

机械原理

下 册

天津大学 西北工业大学 北京航空学院
上海交通大学 北京钢铁学院 清华大学 合编
天津大学 主编

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/16 印张 18 字数 400,000

1979年5月第1版 1980年2月第2次印刷

印数 55,001—109,000 册

书号 15012·0168 定价 1.50 元

下册目录

第九章 齿轮机构1	§ 11-3 凸轮式间歇运动机构.....127
§ 9-1 概述.....1	* § 11-4 不完全齿轮机构.....132
§ 9-2 齿廓啮合的基本定律.....3	习题.....140
§ 9-3 渐开线的形成、特性及其方程式.....4	第十二章 机构的组合与选型141
§ 9-4 渐开线齿轮各部分的名称和尺寸.....7	§ 12-1 基本机构及其组合.....141
§ 9-5 一对渐开线齿轮的啮合传动.....12	§ 12-2 常用组合机构的分析与设计.....143
§ 9-6 渐开线齿轮传动的重迭系数.....16	* § 12-3 机构的选型和运动循环图.....161
§ 9-7 渐开线齿轮传动的滑动系数.....20	习题.....166
§ 9-8 渐开线齿轮的加工.....21	第十三章 机械系统动力学168
§ 9-9 渐开线齿廓的根切现象.....25	§ 13-1 概述.....168
§ 9-10 用标准齿条型刀具切削标准齿轮而不发生根切的最少齿数.....26	§ 13-2 等效力和等效力矩.....172
§ 9-11 齿轮变位的原理.....27	§ 13-3 等效质量和等效转动惯量.....174
§ 9-12 避免根切的最小变位系数.....28	§ 13-4 机械系统运动方程式.....178
§ 9-13 变位齿轮的几何尺寸.....29	§ 13-5 机械系统运动方程式的求解.....179
§ 9-14 变位齿轮传动.....34	§ 13-6 机械系统过渡过程和稳定运动状态下的动力学计算.....189
§ 9-15 渐开线齿轮传动中的干涉现象.....36	§ 13-7 稳定运动状态下速度的调节——飞轮计算.....192
§ 9-16 变位系数的选择.....41	* § 13-8 具有变质量构件的机械系统动力学简介.....201
§ 9-17 用齿条型刀具切制的齿轮的传动类型及其设计步骤.....44	习题.....209
§ 9-18 切向变位的概念.....51	第十四章 机械的平衡212
§ 9-19 斜齿圆柱齿轮机构.....52	§ 14-1 转子不平衡的原因和分类.....212
§ 9-20 螺旋齿轮机构.....60	§ 14-2 转子的静平衡.....213
§ 9-21 蜗轮蜗杆机构.....62	§ 14-3 刚性转子的动平衡.....214
§ 9-22 直齿圆锥齿轮机构.....67	§ 14-4 转子不平衡量的表示方法和许用不平衡量.....221
§ 9-23 曲齿圆锥齿轮简介.....74	* § 14-5 挠性转子的动平衡.....223
§ 9-24 圆弧齿齿轮简介.....78	§ 14-6 具有往复运动构件的平面机构平衡的目的和一般原理.....233
习题.....81	§ 14-7 质量替代.....236
第十章 轮系83	§ 14-8 机构惯性力的平衡方法.....242
§ 10-1 概述.....83	习题.....250
§ 10-2 轮系及其传动比.....84	第十五章 机构最优设计引论253
§ 10-3 周转轮系的力矩与效率的计算.....94	§ 15-1 概述.....253
§ 10-4 周转轮系各轮齿数的确定.....99	§ 15-2 机构最优设计的数学模型.....260
* § 10-5 周转轮系的均衡装置原理.....102	* § 15-3 工程设计的最优化方法.....265
* § 10-6 其他类型的行星传动.....105	* § 15-4 机构的最优设计.....277
习题.....111	参考文献283
第十一章 间歇运动机构113	
§ 11-1 棘轮机构.....113	
§ 11-2 槽轮机构.....120	

第九章 齿轮机构

§ 9-1 概 述

齿轮机构可以用来传递空间任意两轴间的运动,而且传动准确可靠,效率也高,是现代机械中应用最广泛的一种传动机构。

齿轮机构也是应用最早的一种机构,我国早在二千多年前汉代时,就已经在翻水车等机械中应用了齿轮传动。这种初期的齿轮就是在圆柱体的表面上刻出沟槽,其齿形多为直线,如图 9-1 所示。在当时由于齿轮的转速很低,对传动平稳性的要求也不高,一般只要求主、从动轮之间能实现一定的转数比就行了。例如,当要求主动轮转两圈,从动轮只转一圈时,只要将主动轮的齿数 Z_1 做成从动轮齿数 Z_2 的一半,即 $Z_2 = 2Z_1$ 就可以了,至于齿形曲线如何便不再考究。但是,随着生产的发展,齿轮的转速愈来愈高,人们就发现轮齿的形状虽然对转数比没有影响,但它

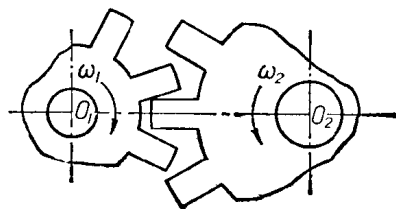


图 9-1

对于传动的平稳性和齿轮抗破坏的能力却有很大的关系。用这种直线齿廓的齿轮传动,容易发生冲击,噪音大,抗破坏能力低,而且在转一圈的过程中,尽管主动轮的角速度 ω_1 是均匀的,而从动轮的角速度 ω_2 则时快时慢。即齿轮传动的瞬时角速度比(以后简称传动比 $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$)不是恒定的。

所以这种直线齿廓的齿轮不能满足高速传动的要求,这就促使人们去探讨用适当的曲线作为齿轮的齿廓。十六世纪人们已经知道用摆线作为齿廓,至十七世纪中叶才采用渐开线作为齿廓,近代还采用变态摆线及圆弧等作为齿廓曲线。随着生产的发展,必将还有新的齿廓曲线出现。

齿轮的应用既广,类型也多,若按照两齿轮传动时的相对运动为平面运动或空间运动,可将其分为平面齿轮机构和空间齿轮机构两大类,如图 9-2 所示。在平面齿轮机构中除了图 9-2 中所示的外啮合齿轮机构外,还有内啮合齿轮机构(图 9-3)和齿轮齿条机构(图 9-4)。

齿轮机构的类型很多,传动的过程也很复杂。但是,直齿圆柱齿轮(以后简称直齿轮)机构是齿轮机构中应用最广、最简单、最基本的一种类型。所以我们将以直齿轮为重点进行研究,从中找出齿轮传动的基本规律,并以此为指导去研究其他类型的齿轮传动。

在生产实践中,对齿轮传动的要求是多方面的,但归纳起来不外是下述两种基本要求:

- 1) 传动要准确平稳,即要求在传动过程中,传动比为恒定,以免产生冲击、振动和噪音。
- 2) 承载能力要高,即要求齿轮尺寸小,重量轻,能传递较大的动力,有较长的使用寿命。

齿轮的研究基本上是围绕上述两方面的问题进行的。本章也是从这两方面入手探讨齿轮传动的基本原理,并运用这些知识来为生产实践服务。

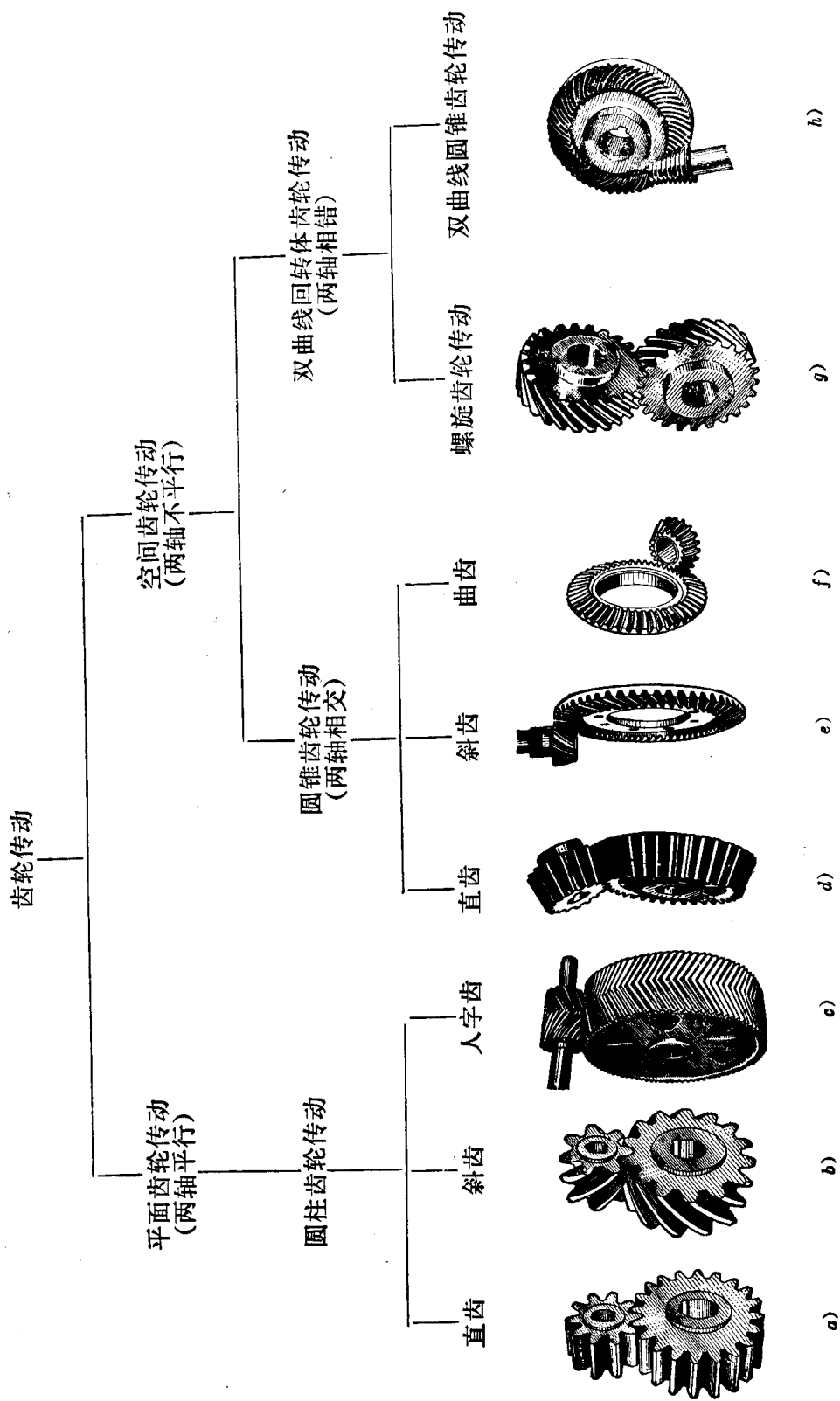


图 9-2

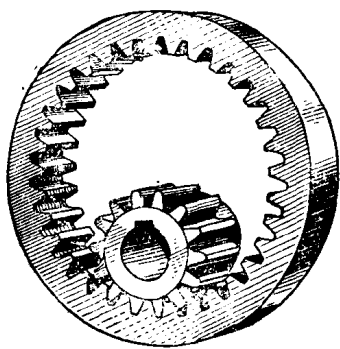


图 9-3

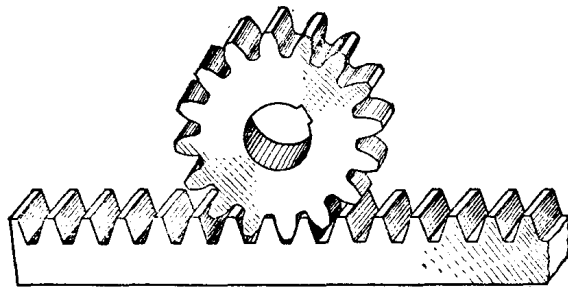


图 9-4

§ 9-2 齿廓啮合的基本定律

如上所述, 齿轮传动最重要的要求之一, 就是传动比必须恒为常数。否则当主动轮以等角速度回转时, 从动轮的角速度将为变数, 从而产生了惯性力, 这种惯性力是一种附加的动载荷, 它不仅影响齿轮的寿命使其过早地破坏, 同时也引起机器的振动, 发生噪音和影响工作精度。

前面已经指出: 齿轮的传动比与齿廓曲线的形状有关, 下面就来研究齿廓曲线与齿轮传动比的关系。

如图 9-5 所示, O_1, O_2 为两轮的回转轴心, C_1, C_2 为两轮相互啮合的一对齿廓。设齿轮 1 以角速度 ω_1 绕轴线 O_1 沿顺时针方向回转, 齿轮 2 受齿轮 1 的驱动, 以角速度 ω_2 绕轴线 O_2 沿逆时针方向回转。齿廓 C_1, C_2 在 K 点接触, 它们在 K 点的线速度分别为

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \omega_1 \cdot O_1K \text{ (方向垂直于 } O_1K) \\ v_2 &= \omega_2 \cdot O_2K \text{ (方向垂直于 } O_2K) \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

过 K 点作两齿廓的公法线 nn , 则 v_1, v_2 在公法线 nn 上的分量应相等, 即 $v_{1n} = v_{2n}$ (如两者不等, 当 $v_{1n} > v_{2n}$ 时, 齿廓 C_1 将嵌入齿廓 C_2 中, 这显然是不可能的; 而当 $v_{1n} < v_{2n}$ 时, 齿廓 C_2 将与齿廓 C_1 分离而不能传动)。故得

$$v_1 \cos \alpha_{K1} = v_2 \cos \alpha_{K2} \quad (b)$$

由式 (a)、(b) 可得

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2K \cos \alpha_{K2}}{O_1K \cos \alpha_{K1}} \quad (c)$$

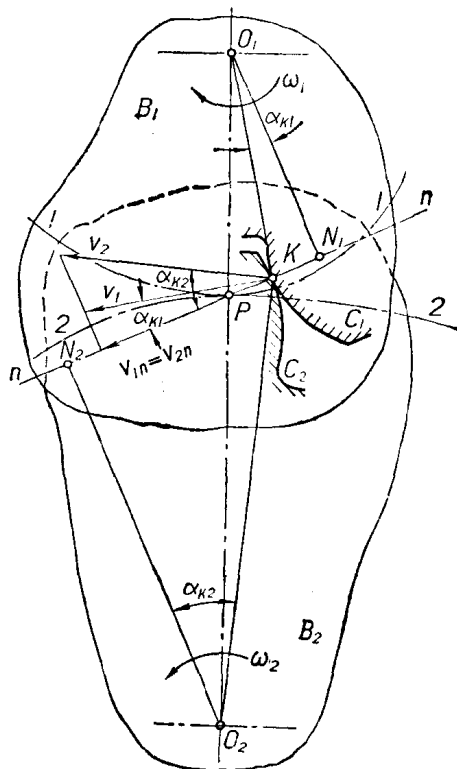


图 9-5

现再过 O_1, O_2 分别作 nn 的垂线, 交 nn 于 N_1 及 N_2 两点, 则得 $O_2K \cos \alpha_{K2} = O_2N_2$; $O_1K \cos \alpha_{K1} = O_1N_1$ 。

又因 $\triangle O_1PN_1 \sim \triangle O_2PN_2$, 故式(c)可写为:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2N_2}{O_1N_1} = \frac{O_2P}{O_1P} \quad (9-1)$$

式(9-1)表明: 传动比等于连心线 O_1O_2 被齿廓接触点的公法线所分成两段的反比。这种关系称为齿廓啮合的基本定律。

连心线与过接触点所作两齿廓的公法线的交点 P , 称为该对齿轮传动的节点。

由式(9-1)可知, 如要求两轮的传动比为常数, 则应使 $\frac{O_2P}{O_1P}$ 为一常数。又因两轮的轴心 O_1, O_2 为定点, 即连心线 O_1O_2 为定长, 所以要使 $\frac{O_2P}{O_1P}$ 为常数, 则必须使 P 点在连心线上为一定点。

由此得出结论, 欲使两齿轮的传动比为一常数, 则其齿廓曲线必须符合下列条件, 即: 不论两齿廓在任何位置接触, 过接触点所作两齿廓的公法线都必须通过两轮连心线上的固定点 P 。

如果在齿轮 1、2 上分别固连两纸片 B_1, B_2 , 并使之随两轮转动, 则 P 点将分别在两纸片中描出二条节线 1—1、2—2。在定传动比传动的齿轮中, 由于 O_1P 及 O_2P 为定长, 所以两节线均为圆(即分别以 O_1, O_2 为圆心, O_1P, O_2P 为半径所画的圆), 特称为节圆。节点 P 就是两节圆的切点。由式(9-1)可知, 两节圆在节点处的速度为 $v_P = \omega_1 \cdot O_1P = \omega_2 \cdot O_2P$ 。显然, 两节圆作纯滚动(这里所说的节点就是第七章中所说的瞬心, 而节圆就是瞬心线)。

由此可见: 一对齿轮的传动比等于两节圆半径的反比。节圆是一对齿轮传动时, 出现了节点以后才存在的。单个齿轮没有节点, 也就不存在节圆。

如果由于特殊的需要, 希望两轮的传动比按一定的规律变化(变传动比传动), 则 P 点就不是定点, 而应按相应的规律在连心线上移动。在变传动比传动的齿轮中, 由于节点不是定点, 故其节线不是圆, 这种齿轮通称为非圆齿轮, 如图 9-6 所示的椭圆齿轮, 其节线为一椭圆。

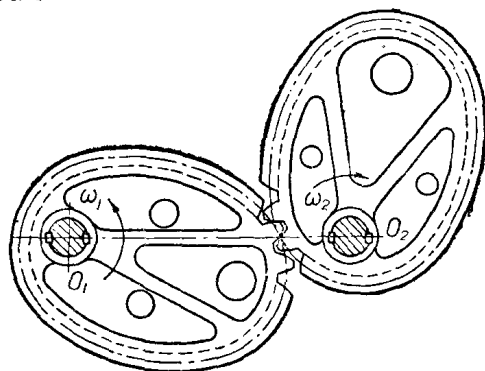


图 9-6

凡能满足齿廓啮合基本定律而相互啮合的一对齿廓称为共轭齿廓。理论上共轭齿廓是很多的, 任意给定一条齿廓曲线都可以求出与其共轭的另一条齿廓曲线。但在生产实际中, 必须从设计、制造、安装和使用等各方面的因素综合考虑, 选择适当的曲线作为齿廓曲线, 目前常用的齿廓曲线为渐开线。

用渐开线作为齿廓, 不但容易制造, 而且便于安装, 互换性也好, 所以目前绝大多数齿轮都采用渐开线作为齿廓曲线。因此, 本章也主要介绍渐开线齿轮传动。

§ 9-3 渐开线的形成、特性及其方程式

渐开线齿轮的轮齿是由两条渐开线作齿廓而组成的, 如图 9-7 所示。下面分别讨论渐开线的形成、特性及其方程式。

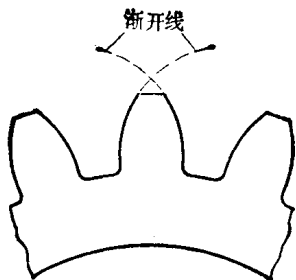


图 9-7

一、渐开线的形成

如图 9-8 所示, 当直线 BK 沿一圆周作纯滚动时, 直线上任一点 K 的轨迹 AK , 就是该圆的渐开线。这个圆叫做渐开线的基圆, 它的半径用 r_b 表示, 直线 BK 叫做渐开线的发生线, 角 θ_i 叫做渐开线 AK 的展角。

二、渐开线的特性

根据渐开线的形成, 可知渐开线有下列几个特性。

- 1) 发生线沿基圆滚过的长度, 等于基圆上被滚过的圆弧长度。即

$$BK = \widehat{AB}$$

2) 发生线 BK 是渐开线在任意点 K 的法线。由图 9-8 可知, 发生线上的 K 点在各个瞬时的速度方向, 必然与发生线相垂直。而发生线上 K 点的瞬时速度方向, 也就是渐开线上 K 点的切线 tt 的方向, 所以发生线 BK 也必垂直于切线 tt 。即发生线 BK 就是渐开线在 K 点的法线。又由于发生线在各个位置都与基圆相切, 故最后可得出结论: 渐开线上任意点的法线, 一定是基圆的切线。

3) 同一基圆所生成的任意两条反向渐开线间的公法线长度处处相等。如图 9-9 所示, 基圆上有两条反方向的渐开线 1 和 2。设在渐开线 1 上任选一点 A_1 , 其法线为 A_1N_1 。延长 A_1N_1 交渐开线 2 于 B_1 点, 则 B_1N_1 是渐开线 2 在 B_1 点的法线。故 A_1B_1 就是渐开线 1 和 2 的公法线。而其长度 A_1B_1 就等于两渐开线起点 a_1 、 a_2 之间的弧长 $\widehat{a_1a_2}$ 。同理, 在渐开线 1 上再任选一点 A_2 , 它的公法线是 A_2N_2 。延长 A_2N_2 交渐开线 2 于 B_2 点, 则 A_2B_2 也就是渐开线 1 和 2 的公法线, 其长度 A_2B_2 也必等于两渐开线的起点 a_1 、 a_2 之间的弧长 $\widehat{a_1a_2}$ 。由此得知 $A_1B_1 = A_2B_2$ 。亦即这个基圆上任意两条反向渐开线之间的公法线长度处处相等。

4) 如图 9-8 所示, 发生线与基圆的切点 B 是渐开线上 K 点的曲率中心, 而发生线 BK 是渐开线上 K 点的曲率半径。渐开线离基圆

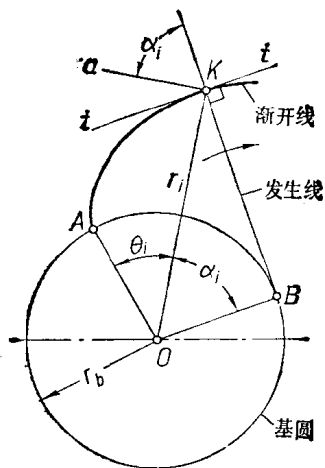


图 9-8

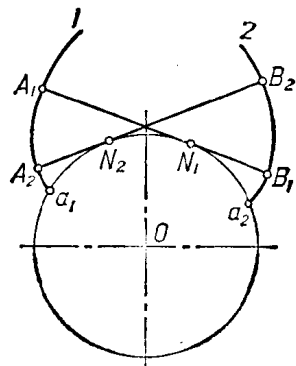


图 9-9

表 9-1 渐开线函数 ($\text{inv} \alpha_i = \text{tg} \alpha_i - \alpha_i$) 表

α°	次	0'	5'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'	45'	50'	55'
1	0.000	00177	00225	00281	00346	00420	00504	00598	00704	00821	00950	01092	01248
2	0.000	01418	01603	01804	02020	02253	02503	02771	03058	03364	03689	04035	04402
3	0.000	04790	05201	05634	06091	06573	07078	07610	08167	08751	09362	10000	10668
4	0.000	11364	12090	12847	13634	14453	15305	16189	17107	18059	19045	20067	21125
5	0.000	22220	23352	24522	25731	26978	28266	29594	30963	32374	33827	35324	36864
6	0.00	03845	04008	04175	04347	04524	04706	04892	05083	05280	05481	05687	05898
7	0.00	06115	06337	06564	06797	07035	07279	07528	07783	08044	08310	08582	08861
8	0.00	09145	09435	09732	10034	10343	10659	10980	11308	11643	11984	12332	12687
9	0.00	13048	13416	13792	14174	14563	14960	15363	15774	16193	16618	17051	17492
10	0.00	17941	18397	18860	19332	19812	20299	20795	21299	21810	22330	22859	23396
11	0.00	23941	24495	25057	25628	26208	26797	27394	28001	28616	29241	29875	30518
12	0.00	31171	31832	32504	33185	33875	34575	35285	36005	36735	37474	38224	38984
13	0.00	39754	40534	41325	42126	42938	43760	44593	45437	46291	47157	48033	48921
14	0.00	49819	50729	51650	52582	53526	54482	55448	56427	57417	58420	59434	60460
15	0.00	61498	62548	63611	64686	65773	66873	67985	69110	70248	71398	72561	73738
16	0.0	07493	07613	07735	07857	07982	8107	08234	08362	08492	08623	08756	08889
17	0.0	09025	09161	09299	09439	09580	09722	09866	10012	10158	10307	10456	10608
18	0.0	10760	10915	11071	11228	11387	11547	11709	11873	12038	12205	12373	12543
19	0.0	12715	12888	13063	13240	13418	13598	13779	13963	14148	14334	14523	14713
20	0.0	14904	15098	15293	15490	15689	15890	16092	16296	16502	16710	16920	17132
21	0.0	17345	17560	17777	17996	18217	18440	18665	18891	19120	19350	19583	19817
22	0.0	20054	20292	20533	20775	21019	21266	21514	21765	22018	22272	22529	22788
23	0.0	23049	23312	23577	23845	24114	24386	24660	24936	25214	25495	25777	26062
24	0.0	26350	26639	26931	27225	27521	27820	28121	28424	28729	29037	29348	29660
25	0.0	29975	30293	30613	30935	31260	31587	31917	32249	32583	32920	33260	33602
26	0.0	33947	34294	34644	34997	35352	35709	36069	36432	36798	37166	37537	37910
27	0.0	38287	38666	39047	39432	39819	40209	40602	40997	41395	41797	42201	42607
28	0.0	43017	43430	43845	44264	44685	45110	45537	45967	46400	46837	47276	47718
29	0.0	48164	48612	49064	49518	49976	50437	50901	51368	51838	52312	52788	53268
30	0.0	53751	54238	54728	55221	55717	56217	56720	57226	57736	58249	58765	59285
31	0.0	59809	60335	60866	61400	61937	62478	63022	63570	64122	64677	65236	65798
32	0.0	66364	66934	67507	68084	68665	69250	69838	70430	71026	71626	72230	72838
33	0.0	73449	74064	74684	75307	75934	76565	77200	77839	78483	79130	79781	80437
34	0.0	81097	81760	82428	83100	83777	84457	85142	85832	86525	87223	87925	88631
35	0.0	89342	90058	90777	91502	92230	92963	93701	94443	95190	95942	96698	97459
36	0.	09822	09899	09977	10055	10133	10212	10292	10371	10452	10533	10614	10696
37	0.	10778	10861	10944	11028	11113	11197	11283	11369	11455	11542	11630	11718
38	0.	11806	11895	11985	12075	12165	12257	12348	12441	12534	12627	12721	12815
39	0.	12911	13006	13102	13199	13297	13396	13493	13592	13692	13792	13893	13995
40	0.	14097	14200	14303	14407	14511	14616	14722	14829	14936	15043	15152	15261
41	0.	15370	15480	15591	15703	15815	15928	16041	16156	16270	16386	16502	16619
42	0.	16737	16855	16974	17093	17214	17335	17457	17579	17702	17826	17951	18076
43	0.	18202	18329	18457	18585	18714	18844	18975	19106	19238	19371	19505	19639
44	0.	19774	19910	20047	20185	20323	20463	20603	20743	20885	21028	21171	21315
45	0.	21460	21606	21753	21900	22049	22198	22348	22499	22651	22804	22958	23112
46	0.	23268	23424	23582	23740	23899	24059	24220	24382	24545	24709	24874	25040
47	0.	25206	25374	25543	25713	25883	26055	26228	26401	26576	26752	26929	27107
48	0.	27285	27465	27646	27828	28012	28196	28381	28567	28755	28943	29133	29324
49	0.	29516	29709	29903	30098	30295	30492	30691	30891	31092	31295	31498	31703
50	0.	31909	32116	32324	32534	32745	32957	33171	33385	33601	33818	34037	34257
51	0.	34478	34700	34924	35149	35376	35604	35833	36063	36295	36529	36763	36999
52	0.	37237	37476	37716	37958	38202	38446	38693	38941	39190	39441	39693	39947
53	0.	40202	40459	40717	40977	41239	41502	41767	42034	42302	42571	42843	43116
54	0.	43390	43667	43945	44225	44506	44789	45074	45361	45650	45940	46232	46526
55	0.	46822	47119	47419	47720	48023	48328	48635	48944	49255	49568	49882	50199
56	0	50518	50838	51161	51486	51813	52141	52472	52805	53141	53478	53817	54159
57	0.	54503	54849	55197	55547	55900	56255	56612	56972	57333	57698	58064	58433
58	0.	58804	59178	59554	59933	60314	60697	61083	61472	61863	62257	62653	63052
59	0.	63454	63858	64265	64674	65086	65501	65919	66340	66763	67189	67618	68050

注：用法举例：

(1) 找出 $\alpha = 14^\circ 30'$ 的渐开线函数值。由表中“ α° ”这一栏向下查到“14”，再沿横行向右查到“30”这一栏得“55448”，前面的次数为“0.00”。故得 $14^\circ 30'$ 的渐开线函数为 $\text{inv} 14^\circ 30' = 0.0055448$ 。(2) 找出 $\alpha = 22^\circ 18' 25''$ 的渐开线函数值。 $\text{inv} 22^\circ 18' 25''$ 在表中直接查不出，只能查出 $\text{inv} 22^\circ 15'$ 及 $\text{inv} 22^\circ 20'$ 的数值，而 $\text{inv} 22^\circ 18' 25''$ 就在这两个函数之间，可用线性插入法近似地求出。先在表中找出 $\text{inv} 22^\circ 15' = 0.020775$ ； $\text{inv} 22^\circ 20' = 0.021019$ 。表中 $5' = 300''$ 的差值为 0.000244，而角度 $22^\circ 18' 25''$ 比 $22^\circ 15'$ 多 205''，则 $\text{inv} 205''$ 的数值应为： $\frac{0.000244 \times 205}{300} = 0.000167$ ，因此得 $\text{inv} 22^\circ 18' 25'' = 0.020775 + 0.000167 = 0.020942$ 。

愈远的部分,其曲率愈小,即渐开线愈平直(曲率半径愈大);渐开线愈靠近基圆,其曲率愈大,即渐开线愈弯曲(曲率半径愈小)。

5) 渐开线的形状与基圆的大小有关,如图 9-10 所示。基圆半径相等,则渐开线完全相同,基圆半径愈小,则渐开线愈弯曲;基圆半径愈大,则渐开线愈平直;基圆半径为无穷大时,则渐开线就变为一条直线。

6) 基圆内无渐开线。

以上是研究渐开线齿轮啮合原理的出发点。

三、渐开线方程式

根据渐开线形成的过程,可以推导出渐开线的参数方程式。如图 9-8 所示, A 是渐开线在基圆上的起点, K 是渐开线上任意一点,它的向径用 r_i 表示,渐开线 AK 段的展角用 θ_i 表示。当此渐开线齿廓在 K 点啮合时,齿廓在 K 点所受的正压力方向(即齿廓曲线在该点的法线方向)与 K 点速度方向线(沿 Ka 方向)之间的夹角,称为渐开线在 K 点的压力角,以 α_i 表示。

由 $\triangle OBK$ 可见

$$r_i = \frac{r_b}{\cos \alpha_i}$$

又

$$\operatorname{tg} \alpha_i = \frac{BK}{r_b} = \frac{\widehat{AB}}{r_b} = \frac{r_b(\alpha_i + \theta_i)}{r_b} = \alpha_i + \theta_i$$

故

$$\theta_i = \operatorname{tg} \alpha_i - \alpha_i$$

由上式可知,展角 θ_i 是随压力角 α_i 的大小而变化的。只要知道了渐开线上某点的压力角 α_i ,则该点的展角 θ_i 就可以由上式求出。所以称展角 θ_i 为压力角 α_i 的渐开线函数,工程上常用 $\operatorname{inv} \alpha_i$ 表示 θ_i ,即

$$\operatorname{inv} \alpha_i = \operatorname{tg} \alpha_i - \alpha_i$$

综上所述,可得渐开线的极坐标参数方程式为:

$$\left. \begin{aligned} r_i &= \frac{r_b}{\cos \alpha_i} \\ \operatorname{inv} \alpha_i &= \operatorname{tg} \alpha_i - \alpha_i \end{aligned} \right\} \quad (9-2)$$

为了计算方便,现已将不同压力角 α_i 的渐开线函数列成表(表 9-1),以便查用。

§ 9-4 渐开线齿轮各部分的名称和尺寸

为了进一步研究齿轮的啮合原理和齿轮的设计问题,必须将齿轮各部分的名称、符号及其尺寸间的关系加以介绍。

一、外齿轮

图 9-11 所示为一标准直齿圆柱齿轮的一部分。在齿轮整个圆周上轮齿的总数称为齿轮的

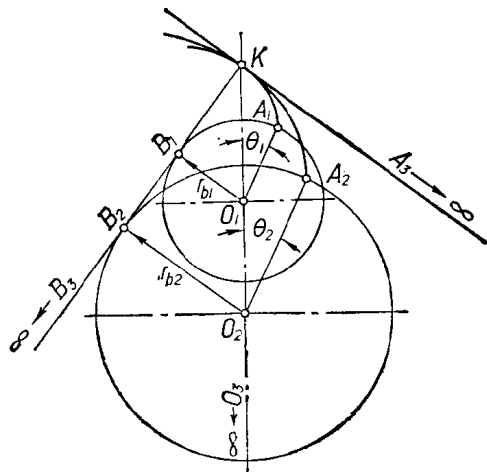


图 9-10

齿轮所有各齿的顶端都在同一圆周上, 这个过各齿顶端的圆称为齿顶圆。其直径和半径分别用 d_a 和 r_a 表示。齿轮所有各齿的齿槽底部也在同一圆周上, 过各齿槽底部的圆称为齿根圆, 其直径和半径分别用 d_f 和 r_f 表示。又相邻左右两齿廓之间的空间称为齿间。在任意圆周上所量得齿间的弧线长度称为该圆周上的齿间宽, 以 e_i 表示。轮齿沿任意圆周上所量得弧线长度称为该圆周上的齿厚, 以 s_i 表示。而沿任意圆周上所量得相邻两齿同侧齿廓之间的弧长称为该圆周上的周节(或称齿距), 以 p_i 表示, 则

在齿顶圆与齿根圆之间，规定一直径为 d (半径为 r) 的圆，作为计算齿轮各部分尺寸的基础，并把这个圆叫做分度圆。在分度圆上的齿厚、齿间宽和周节即为通常所称的齿厚、齿间宽和周节，并分别用 s 、 e 和 p 表示，而 $p=e+s$ 。对于标准齿轮 $s=e$ 。

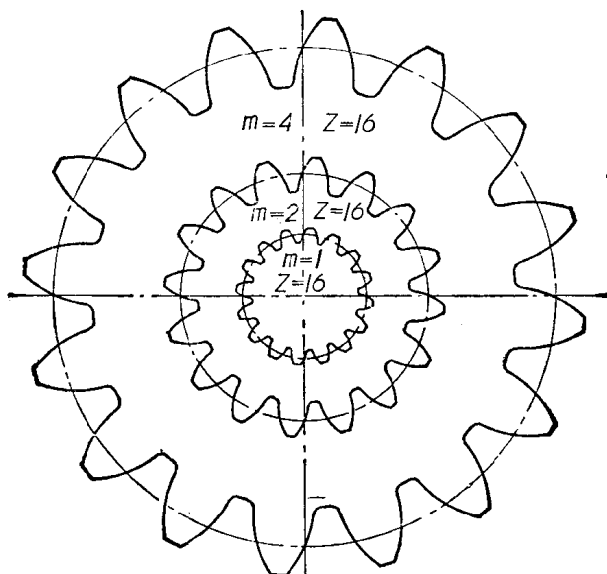


图 9-12

$$d = \frac{Zp}{\pi}$$
$$m = \frac{p}{\pi} \quad (9-3)$$
$$\mathbf{d} = m\mathbf{Z} \quad (9-4)$$

• 8 •

小与轮齿尺寸的关系。

齿轮的模数在我国已经标准化,表 9-2 为我国国家标准(GB1357-78)中的标准模数系列。

表 9-2 标准模数系列表

mm

第一系列:	0.1	0.12	0.15	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	1
	1.25	1.5	2	2.5	3	4	5	6	8	10	12
	16	20	25	32	40	50					
第二系列:	0.35	0.7	0.9	1.75	2.25	2.75	(3.25)	3.5	(3.75)	4.5	5.5
	(6.5)	7	9	(11)	14	18	22	28	(30)	36	45

注: 1. 本表适用于渐开线圆柱齿轮。对斜齿轮是指法面模数。

2. 选用模数时,应优先采用第一系列,其次是第二系列,括号内的模数尽可能不用。

上面引出了齿轮的一个重要参数——模数 m ,下面再介绍齿轮的另一个重要参数——压力角 α 。

在§9-3中,曾谈到什么是渐开线的压力角,由图9-13可见,同一渐开线齿廓上各点的压力角是不同的,在接近基圆的 b_1 点,压力角 α_1 较小;离基圆较远的 b_2 点,压力角较大,基圆周上 a 点的压力角等于零。由图可见渐开线齿廓上任意点 b_i 的压力角 α_i ,可由下式决定,即

$$\cos \alpha_i = \frac{r_b}{r_i} \quad (9-5)$$

由上式可见,对于同一渐开线齿廓, r_i 不同时 α_i 也不同,即渐开线齿廓在不同的圆周上有不同的压力角。通常所说的齿轮压力角,是指分度圆上的压力角,以 α 表示,并规定分度圆上的压力角为标准值,一般取 $\alpha=20^\circ$ (或 15°),而根据式(9-5)可知

$$\cos \alpha = \frac{r_b}{r}$$

至此,可以给分度圆一个完整的定义:分度圆是齿轮上具有标准模数和标准压力角的圆。由式(9-4) $d=mZ$ 可知,当齿轮的模数 m 和齿数 Z 一定时,其分度圆即为一定。所以,任何齿轮都有一个分度圆,而且只有一个分度圆。

又如图9-11所示,轮齿被分度圆分为两部分,介于分度圆与齿顶圆之间的部分称为齿顶,其径向高度称为齿顶高,以 h_a 表示;介于分度圆与齿根圆之间的部分称为齿根,其径向高度称为齿根高,以 h_f 表示。标准齿轮的尺寸与模数 m 成正比。例如:

$$\text{齿顶高 } h_a \quad h_a = h_a^* m \quad (9-6)$$

$$\text{齿根高 } h_f \quad h_f = (h_a^* + c^*) m \quad (9-7)$$

$$\text{齿全高} \quad h = h_a + h_f = (2h_a^* + c^*) m \quad (9-8)$$

$$\text{齿顶圆直径} \quad d_a = d + 2h_a = (Z + 2h_a^*) m \quad (9-9)$$

$$\text{齿根圆直径} \quad d_f = d - 2h_f = (Z - 2h_a^* - 2c^*) m \quad (9-10)$$

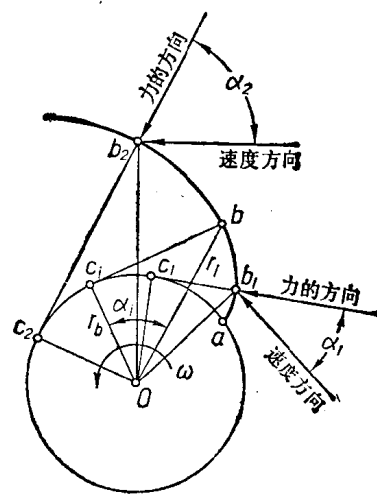


图 9-13

以上各式中, h_a^* 称为齿顶高系数, c^* 称为顶隙系数。这两个系数我国已规定了标准值, 见表 9-3。

表 9-3 圆柱齿轮标准齿顶高及顶隙系数

系 数	正 常 齿	短 齿
h_a^*	1	0.8
c^*	0.25	0.3

现将渐开线标准直齿圆柱齿轮的几何尺寸计算公式列于表 9-4, 供参考。标准齿轮, 是指 m 、 α 、 h_a^* 和 c^* 均为标准值, 而且 $e=s$ 的齿轮。

表 9-4 渐开线标准直齿圆柱齿轮几何尺寸的计算公式

名 称	符 号	公 式
模 数	m	根据轮齿承受载荷、结构条件等定出, 选用标准值
压 力 角	α	选用标准值
分度圆直径	d	$d = mZ$
齿 顶 高	h_a	$h_a = h_a^* m$
齿 根 高	h_f	$h_f = (h_a^* + c^*) m$
齿 全 高	h	$h = h_a + h_f$
齿顶圆直径	d_a	$d_a = (Z + 2h_a^*) m$
齿根圆直径	d_f	$d_f = (Z - 2h_a^* - 2c^*) m$
基 圆 直 径	d_b	$d_b = d \cos \alpha$
周 节	p	$p = \pi m$
齿 厚	s	$s = \frac{\pi m}{2}$
齿 间 宽	e	$e = \frac{\pi m}{2}$
中 心 距	a	$a = \frac{1}{2} (d_1 + d_2) = \frac{m}{2} (Z_1 + Z_2)$
顶 隙	c	$c = c^* m$

二、齿条

图 9-14 所示为一齿条, 可以把它看作齿轮的一种特殊型式。因为当齿轮的齿数增大到无穷大时, 其圆心将位于无穷远处, 这时该齿轮的各个圆周都变成直线, 渐开线齿廓也变为直线齿廓。齿条与齿轮相比有下列两个主要的不同点。

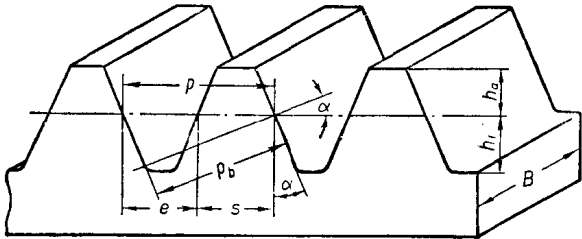


图 9-14

1) 由于齿条的齿廓是直线,所以齿廓上各点的法线是平行的。而且在传动时齿条是作平动的,故齿条上各点速度的大小和方向均相同,所以齿条齿廓上各点的压力角都相等(即为标准值 20° 或 15°)。由图可见,齿条齿廓的压力角等于齿廓的倾斜角 α (α 也称为齿形角)。

2) 由于齿条上各齿同侧的齿廓都是平行的,所以不论在分度线上、齿顶线上或与分度线平行的其他直线上,其周节均相等,即 $p_i = p = \pi m$ 。但只有在分度线上 $s = e$, 在其他直线上的齿厚与齿间宽并不相等。

齿条各部分的尺寸,可参照外齿轮的计算公式按表 9-5 计算。

表 9-5 渐开线标准齿条几何尺寸的计算公式

名 称	符 号	公 式
齿顶高	h_a	$h_a = h_a^* m$
齿根高	h_f	$h_f = (h_a^* + c^*) m$
齿全高	h	$h = h_a + h_f$
周节	p	$p = \pi m$
齿厚	s	$s = \frac{\pi m}{2}$
齿间宽	e	$e = \frac{\pi m}{2}$
顶隙	c	$c = c^* m$

三、内齿轮

图 9-15 所示为一内齿圆柱齿轮。由于内齿轮的轮齿是分布在空心圆柱体的内表面上,圆柱体的空心形状和外齿轮的形状完全相同。但内齿轮与外齿轮比较有下列不同点:

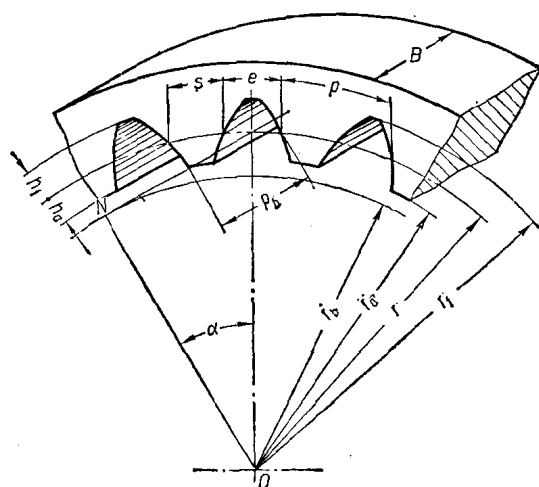


图 9-15

1) 内齿轮的齿厚相当于外齿轮的齿间宽,内齿轮的齿间宽就相当于外齿轮的齿厚。内齿轮的齿廓虽然也是渐开线的,但外齿轮的齿廓是外凸的,而内齿轮的齿廓却是内凹的。

2) 内齿轮的齿顶圆在它的分度圆之内,齿根圆在它的分度圆之外,即齿根圆大于齿顶圆。

3) 当内齿轮的齿顶齿廓全部为渐开线时,其齿顶圆必须大于它的基圆。

基于上述特点, 内齿轮某些基本尺寸的计算也不同于外齿轮, 其基本尺寸的计算公式见表 9-6。

表 9-6 渐开线标准内齿轮几何尺寸计算公式

名 称	符 号	公 式
分度圆直径	d	$d = mZ$
齿顶高	h_a	$h_a = h_a^* m$
齿根高	h_f	$h_f = (h_a^* + c^*) m$
齿全高	h	$h = h_a + h_f$
齿顶圆直径	d_a	$d_a = (Z - 2h_a^*) m$
齿根圆直径	d_f	$d_f = (Z + 2h_a^* + 2c^*) m$
基圆直径	d_b	$d_b = d \cos \alpha$
周节	p	$p = \pi m$
齿厚	s	$s = \frac{\pi m}{2}$
齿间宽	e	$e = \frac{\pi m}{2}$
中心距	a	$a = \frac{1}{2} (d_2 - d_1) = \frac{m}{2} (Z_2 - Z_1)$
顶隙	c	$c = c^* m$

§ 9-5 一对渐开线齿轮的啮合传动

上面仅研究了单个齿轮, 但是机器中的齿轮总是成对使用的, 因此还必须进一步探讨一对渐开线齿轮啮合传动的情况。

一、渐开线齿廓能保证定传动比传动

根据渐开线的形成及其性质, 不难证明用渐开线作为齿廓曲线是符合啮合基本定律, 并能保证定传动比传动的。

如图 9-16 所示, 设 C_1 、 C_2 为两齿轮上相互啮合的一对渐开线齿廓, 它们的基圆分别为 r_{b1} 及 r_{b2} 。当 C_1 、 C_2 在任意点 K 啮合时, 过 K 点作这对齿廓的公法线 N_1N_2 , 根据渐开线的性质可知: 此公法线 N_1N_2 必同时与两轮的基圆相切, 即 N_1N_2 为两轮基圆的一条内公切线。它与连心线 O_1O_2 相交于 P 点。根据啮合基本定律可知: 其传动比为 $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P}$ 。而且在传动过程

中, 由于基圆大小和位置都不变, 所以不论两齿廓在任何位置接触, 例如在 K' 点接触, 则从接触点所作两齿廓的公法线都将与 N_1N_2 相重合 (因为两定圆在同一方向只有一条内公切线)。故 N_1N_2 为一条定直线, 而连心线 O_1O_2 也为一条定直线, 其交点 P 必为一定点, 所以两轮的传动比为一常数, 即

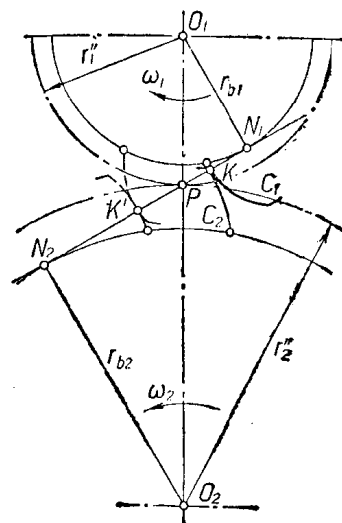


图 9-16

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P} = \text{常数}$$

又由图可知, 直角三角形 O_1N_1P 与直角三角形 O_2N_2P 相似, 所以两轮的传动比还可写为:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P} = \frac{r'_2}{r'_1} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}} \quad (9-11)$$

式中 r'_1, r'_2 分别为两轮的节圆半径, r_{b1}, r_{b2} 分别为两轮的基圆半径。

即两轮的传动比不仅与两节圆半径成反比, 也与两基圆半径成反比。

二、一对渐开线齿轮正确啮合的条件

如上所述, 一对渐开线齿廓是能保证定传动比传动的, 但这并不表明任意两个渐开线齿轮都能正确地啮合传动。一对渐开线齿轮要正确啮合, 必须满足一定的条件, 即正确啮合的条件。

由上述可知, 一对渐开线齿廓在任何位置啮合时, 其接触点的公法线都是同一条直线 N_1N_2 , 也就是说一对渐开线齿轮在啮合过程中, 它的啮合点都应在直线 N_1N_2 上, 所以我们把直线 N_1N_2 称为啮合线。

图 9-17 为一对渐开线齿轮啮合的情形, 设前面的一对轮齿在 L 点接触, 如果后面的一对轮齿也处在啮合线上, 就应该在 M 点接触。这样, 才能满足接触点都在啮合线上的要求。这时, 轮 1 相邻两齿的同侧齿廓在公法线上的距离 L_1M_1 , 就应等于轮 2 相邻两齿的同侧齿廓在公法线上的距离 L_2M_2 。如果不等, 当 $L_1M_1 > L_2M_2$ 时, 传动就要中断; 而当 $L_1M_1 < L_2M_2$ 时, 两齿就可能卡住。所以要使两轮正确啮合, 必须使 $L_1M_1 = L_2M_2$ 。而 L_1M_1 与 L_2M_2 均为相邻两齿同侧齿廓在公法线上所量得的距离, 故称为法节。根据渐开线的性质可知, 法节与其基圆周节(基节)相等, 故也可用 p_b 表示, 于是得:

$$p_{b1} = p_{b2} \quad (a)$$

根据式(9-5)可推知:

$$\cos \alpha = \frac{r_b}{r} = \frac{p_b}{p}$$

故

$$p_{b1} = p_1 \cos \alpha_1 = \pi m_1 \cos \alpha_1$$

$$p_{b2} = p_2 \cos \alpha_2 = \pi m_2 \cos \alpha_2$$

将其代入式(a)后, 可得两轮正确啮合的条件为:

$$m_1 \cos \alpha_1 = m_2 \cos \alpha_2 \quad (9-12)$$

式中 m_1, m_2 及 α_1, α_2 分别为两轮的模数及压力角。如前所述, 由于模数和压力角都已标准化了, 所以要满足式(9-12), 则应使

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= m_2 = m \\ \alpha_1 &= \alpha_2 = \alpha \end{aligned} \right\} \quad (9-13)$$

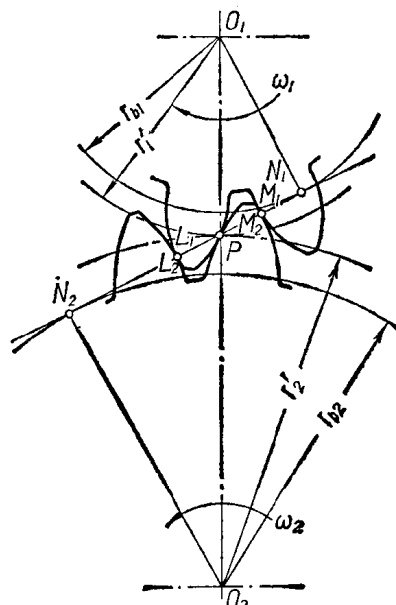


图 9-17

即渐开线齿轮正确啮合的条件是：两轮的模数和压力角应分别相等。

三、中心距及啮合角

1. 外啮合传动

图 9-18, a 为一对渐开线标准齿轮外啮合的情况, 由图可以看出, 其中心距 a 为:

$$\begin{aligned} a &= r_{a1} + c + r_{f2} = r_1 + h_a^* m + c^* m + r_2 - (h_a^* + c^*) m \\ &= r_1 + r_2 = \frac{m}{2} (Z_1 + Z_2) \end{aligned} \quad (9-14)$$

即两轮的中心距 a 等于两分度圆半径之和, 这种中心距特称为标准中心距。

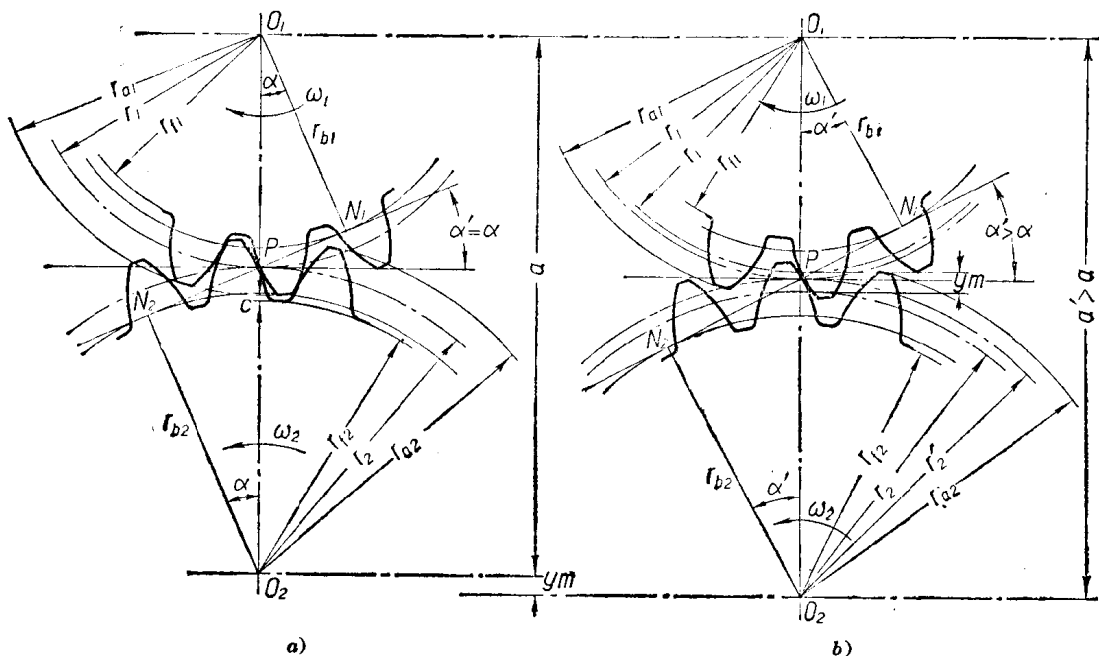


图 9-18

一对齿轮啮合时, 两轮的中心距总等于两轮节圆半径之和。由式(9-14)可知, 一对标准渐开线外啮合齿轮按标准中心距安装时, 两轮的中心距等于两分度圆半径之和。又由式(9-5)、(9-11)、(9-13)可推得 $\frac{r_2'}{r_1'} = \frac{r_2}{r_1}$ 。所以一对标准渐开线齿按标准中心距安装时, 其分度圆与节圆重合。

过节点 P 作两节圆的公切线, 它与啮合线之间所夹的锐角称为啮合角, 通常用 α' 表示, 从图上可以明显地看出它就等于节圆的压力角。当节圆与分度圆重合时, 显然, 啮合角 α' 与分度圆压力角 α 相等, 即 $\alpha' = \alpha$ 。

由于齿轮制造和安装的误差, 运转时径向力的作用以及轴承磨损等原因, 齿轮的实际中心距 a' 往往与标准中心距 a 不相一致, 而略有变动。如图 9-18, b 所示, 设原来的中心距 a 加大至 a' , 则两轮的分度圆就不再相切, 这时节圆与分度圆不再重合, 两轮的节圆半径将大于各自的分度圆半径。

由图 9-18, a 可得

$$r_{b1} = r_1 \cos \alpha, \quad r_{b2} = r_2 \cos \alpha$$