目　　录

第二版序言

在第一版序言中我已经谈过，傅里叶变换在各个学科的联系中起到了统一的作用，在电气工程主要课程中已经严格地建立起变换方法。在大量课程中不断出现的计算和数据处理，尽管它们在电路、电子和波方面有着不同的特点，但是通过傅里叶变换却能找到它们之间的共同联系。因此，人们很容易把题材内容移至预见到的起中枢作用的内容上来，而且各专业课教师已经找到讲授它们的合适的方法。这门课是为一年级研究生，特别是外校考来的研究生开设的，也是为学士学位最后一年增设的。

快速傅里叶变换(*FFT*)算法的引入大大地扩展了傅里叶变换对数据处理的应用范围，并且突出了离散傅里叶变换(*DFT*)的地位。在新增的第十八章中我们处理的课题所引起的技术革命还仅仅是开始被察觉到。这些课题对处理大量数据的工程师来讲，为了理解傅里叶"记号"（这仅仅是别名）是不可缺少的。将来几乎每个人都应该知道这些知识。

在图形辞典中，用图形来表示变换已被证明是很有参考价值的，故这一版就增补进来了。图形的表示为积分变换的许多出版物增加了新内容，但是在这些出版物中由于罗列了大量不常用的资料，以致有时很难找出常用的部分。此外，如象冲击脉冲，不连续的或分段定义的简单函数等可能未被收集，或者可能难于辨认。

在适当阶段配备有好的习题，对学生来说是极为有益的，但是好的习题是很难编得恰当的。在书末的补充习题中，有一些的技术背景和提出的看法超出了数学练习的范围。

符号是思想的重要产物，我高兴地说，从*P.M.*伍德沃德（*P.M. Woodward*）的书中学到的sinc函数是有生命力的，这是由一位作者

偶然引入的，而这一作者并不知道"*sinx*除以*x*"不是*sincx*。单位矩形（即高和宽都是1）函数$\Pi(x)$，*sincx*的变换，也已证明是极其有用的，而特别是对教学工作者有用。在打字或者其它不想使用希腊字母的地方还可以写作"*rectx*，"无论什么时候，发音*rect*是方便的。shah函数$III(x)$是易于理解的，它很容易打印，又因为它是自身的变换，所以它要比人们的想象更加有用。褶积的星号，很久以前就被伏尔泰拉(*Volterra*)所使用，甚至还要早些，现在已经是普遍使用了。我们采用**表示二维褶积，它在图象处理中是有用的，现在也已有广泛的应用。

在傅里叶变换的教学中，早些强调褶积（即卷积—译注）是完全正确的讲授方法。近年来，原先认为相当高深的褶积概念已经变成在最初阶段就容易理解的概念了，这一概念适合描述对正弦扰动具有正弦响应的系统的运动。

罗纳德N.布拉斯维尔

第一版序言

变换方法为电气网络、能量转换与控制的设备、天线和电气系统的其它部分以及电的或非电的纯线性系统的研究提供了统一的数学处理方法。这些方法也同样地应用到电气通信、无线电传播和电离介质等这些和电气系统紧密相连的学科中，这些方法还被应用到包含数据的采集、处理和显示的信息论上。此外，别的理论方法也常常被用于电气工程的基本领域，但是在所有的方法中变换方法是绝不可少的。

在斯坦福大学里，变换及其应用作为电气工程的全部课程中的一门课已经开设多年，学习这门课只要具备大学生的水平即可，而不需要更多的预备知识。这一门课做为所有研究生早期的共同主课，是为了在以后更专门的课程中使学生们避免一再遇到同样的基本内容，以便教师可以更直接地讲授其专门的课题。

很明显，不可能在一门课程中给出线性数学的全部理论。因而在取材上，必须保留已有确定评价的材料，当然要根据以后是否有用来严格地决定材料的取舍。

一本初级教程应当是简明的，但并非不重要。本书的目标是简化许多关键课题的表达方式，而这些课题的表达方式在高级课程中通常是用相适应的符号和褶积方法来处理的。

本书各章结构顺序为

$$1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 5 \to \begin{array}{c} 6 \\ \downarrow \\ 7 \end{array} \to 8 \to \left|\begin{array}{l} \to 9 \\ \to 10 \\ \to 11 \\ \to 12 \\ \to 13 \\ \to 14 \\ \to 15 \to 16 \\ \to 17 \end{array}\right.$$

学习本书的方法之一就是按各章结构顺序来读。对能独立阅读本书前半部分的学生，或能在少量讲授课时内迅速掌握本书前半部分的学生来说，这个顺序是可行的，但是如果是按照更加正常的方式来学习这些内容时，那么希望大家同时用物理课题来说明定理和概念，例如早为学生们感知的波形和它们的频谱（第九章）就可以作为实际材料。

材料的总量是适合一个学期还是半个学期要根据采用本书的后半部分，即关于应用部分的章数多少而定。

过去已出版过许多关于傅里叶变换的数学课本。本书与它们的不同点在于：本书是为那些与傅里叶变换在物理学中应用有关的人而写的，而不是为那些想进一步深入了解其数学课题的人而写的。本书探讨了傅里叶变换和其它变换的联系。书中有意识地搜集了许多经过压缩的资料，这些资料很适合于作为变换对和为有关变换定理作参考资料使用。

1939年我在悉尼大学向卡斯路(*Carslaw*)学习"傅里叶级数和积分"时，就对这个问题产生了兴趣。最近我已经成功地把变换方法应用于联系定向天线的各类问题，而本书只能简短地涉及这类问题，其详细内容则可参看物理百科全书（54卷，*S.Flügge,ed.,Springer-verlag,Berlin*,1962）。在解决这类问题时，我从傅里叶变换的物理研究中得益不少，这是在剑桥大学卡文迪什实验室向*J.A.*拉特哥林夫（*J.A.Ratcliffe*）学习的。

罗纳德*N*.布拉斯维尔

第一章　引　论

线性变换，特别是以傅里叶(*Fourier*)和拉普拉斯(*Laplace*)命名的线性变换，是以提供了解决线性系统问题的方法而著称的。其特点在于将变换作为一种数学或物理工具，把问题变成为可解的问题。本书打算作为学习和运用变换方法研究线性系统的入门书。

本书是从傅里叶变换入手的，因此，在后面论述更一般的拉普拉斯变换时，由于许多性质已经熟悉，就不至于在复平面上收敛带这一新的基本问题上感到困惑。事实上，本书论述的所有其它变换基本上都是通过傅里叶变换来阐明的。

傅里叶变换在很多门学科的理论中起着重要作用。尽管可以象对待其它变换的习惯一样，把它们看成纯数学的函数，但在许多领域中，它们也具有同产生它们的函数一样的明确的物理意义。光的、电的或声的波形及其频谱，可以同等地看作是能进行物理演示和测量的实体。示波器能使我们看到电的波形，而分光镜或频谱分析仪能使我们看到光谱或电波频谱。我们对声音的鉴别就更直接了，因为耳朵就能分辨声频。波形和频谱互为傅里叶变换；因而，傅里叶变换有着鲜明的物理背景。

同傅里叶变换有关的领域之多是惊人的。一项研究中常见的概念在另一项研究中会以稍微不同的形式出现，这是人们共同的经验。例如，相衬显微镜的原理使人联想起频率调制解调电路，两者都易于用同样方式的变换加以说明。又如，统计学中的问题可以借助于研究串联放大器时所熟悉的方法。这些只不过是具有不同物理表现的傅里叶理论某个基本定理的实例而已。

能够从某一物理领域转入另一领域并把早已获得的经验加以运用是很有好处的，但必须掌握解释新领域中术语的这一关键。根据傅

里叶理论范围内所包含的课题的丰富多样性，可以清楚地看出傅里叶理论是一种普遍的有多种用途的工具。

许多科学家不是从数学的角度来熟悉傅里叶变换的，而是把它们视之为一组关于物理现象的命题。一个定理对应的物理现象常常是明显的物理事实，这就可使科学家接受那些在数学理论上十分费解的事实。着重物理方面的解释使我们能以初等的方式来处理那些通常认为是高深的课题。

虽然傅里叶变换在那么多的领域中受到重视，但它却常见诸于正规的数学教程中，并且放在较为深奥的傅里叶级数的最后部分，由于需要，傅里叶变换特别地成了高年级学生的课程，但未能成为学生们掌握的有用工具。如果将传统的讲授顺序颠倒过来，那么傅里叶级数就可以作为最终的情形而隶属于傅里叶变换的体系之中，而有关级数在数学方面的特殊困难是同这个最终性质（它是非物理性的）相关联的，这样一来就排除了用通常那种途径研究傅里叶变换所产生的困难。

傅里叶变换方法的高度广泛性迫切要求这门课程在早期讲授，经验表明，早期讲授一些精练的定理是完全可能的，它们的种种应用为解决物理问题提供了有力的工具。

作为傅里叶变换的图解指南，本书从补充数学公式型的变换对的标准图表入手。当然，实质上理论性的阐述远比图解表重要，但变换的图解字典也是重要的，这是因为对图表中条目的考察可以增强感性认识，并且其中包含了许多有价值的常见函数，而由于从代数上表述这些函数又不那么容易，因此在其它的表中是见不到它们的。

通过对通常分段定义的少数几个基本函数规定简洁的符号，有助于处理虽然很简单但却很棘手的函数。例如把至少是和高斯脉冲一样简单的矩形脉冲记作$\Pi(x)$，意思是说它可以作为简单函数来看待。电子学中使用的形象化的术语“门函数”，启示了一个选通波形$\Pi(t)$是如何打开阀门让波形的一段得以通过的。这在数学上

来说，就相当于把矩形函数当作乘法因子。

在所引进或所借用的特殊记号中，有偶冲击脉冲对$II(x)$和由$III(x)=\Sigma\delta(x-n)$定义的无穷冲击脉冲列$III(x)$(读作shah)。前者，由于它是余弦函数的傅里叶变换，故很重要；后者，在讨论有规则地抽样或列表（等价于用shah相乘的运算）以及周期函数（可表示成与shah的褶积）时都是不可缺少的。由于shah是自身的傅里叶变换，它就比我们所预料的要更为有用。采用这些约定的记号，特别是与表示褶积的星号相联用，表达式就灵活得多了。把

$$\int_{x-\frac{1}{2}}^{x+\frac{1}{2}} f(u)du$$

记作$\Pi(x)*f(x)$或简单地记作$\Pi*f$，则在书写时只是很小的一步（例如，关于用狭缝扫描声迹照象的密度分布$f(x)$的响应）。但是，哑变量和带积分限的积分号的消失以及作为Π和f的两条曲线之间的褶积的响应特征的出现，对代数运算和思维推理可以提供颇有价值的便利性。

在这里褶积用得很多。经验表明，当它在其积分定义下直接出现时是相当复杂的概念，但是，如果首先理解了函数的概念，就又会变得很容易。序列乘积的数值实践，加强了对褶积的感性认识，同时也引起了对数值计算的现实性质的关注：为着数值计算的目的，通常人们宁愿解答作为两个函数褶积所产生的问题，而不愿解答作为傅里叶变换所产生的问题。

这里顺便指出变换方法并不一定要包括数值上进行变换。相反地，处理线性问题的一些最好的方法完全不包括对数据使用傅里叶或拉普拉斯变换；然而，这些方法的基础常常是借助于变换区域来阐明的。我们用变换进行思考，可以指出怎样避免复平面上的数值调合分析或数据处理。

众所周知，在系统性质的线性性和时间不变性的两个条件下，系统对谐波输入的响应仍然是具有相同频率的谐波。当然，这些条件通常是具备的。这就是为什么说傅里叶变换是重要的，为什么用

频率响应就能确定放大器，为什么谐波变化规律是普遍存在的。当对谐波激励的谐波响应这个条件被破坏时，如象在非线性伺服机构中所发生的那样，就必须重新考虑把激励分解为谐波分量。时间不变性常常是可以满足的，即使不具备线性性条件也是如此，但空间不变性却并不如此普遍。缺乏这个条件是因为当通过将负载分布分解为正弦分量（空间谐波）时没有研究桥式偏差的原因。

关于谐波激励的谐波响应的两个条件可改述为一个条件：响应应当通过褶积而和激励联系起来。要从事傅里叶分析工作，褶积必然是非常重要的，而象褶积这种普遍现象是不乏熟悉的事例的。例如影片声迹的分布或录音带用狭缝或磁头读出的电信号之间的关系就是很好的例子。

这里提到了许多通常认为是较难的或高深的课题，它们在表达上的简化是通过不很方便的记号和图解来实现的。

本书还特别谨慎地给出了在介绍象$II(x)$和$III(x)$时都引以为据的冲击脉冲符号$\delta(x)$的描述和使用。术语“冲击脉冲符号”强调了$\delta(x)$不同于函数的本性。因此，对含有$\delta(x)$的方程或表达式不得不加以解释，它可以通过脉冲（非冲击脉冲）序列以初等的方式给出。于是，含有冲击脉冲记号的表达式就具有极限的意义，这种极限在许多场合下是“存在”的。与$\delta(x)$自身相比，这种完全表达式的常见的数学形式，直接反映了物理状态，其中格林函数、脉冲响应等等，在观察设备分辨能力许可的极限内，常可精确地产生或精确地观察到，至于冲击脉冲本身则是虚构的。由于已使所有含$\delta(x)$的表达式遵循特定的规则，我们可以保持既严格又直接的对$\delta(x)$的运算程序，并已取得成效。

关于这种物理状态的熟知的例子就是杆上质点产生的矩和点电荷电场。对于这些早已是隶属于物理学的问题进行物理探讨时，让我们考虑某个体积愈来愈小，而密度愈来愈大的物体或体电荷所产生的效应，同时要注意到所产生的效应是否趋于一个确定的极限。从数学上表达这种思想的方式，只是近年来才整理得使数学家们感

到满意的。现在，只要加上引用某些现代文献的适当的脚注，就准予使用$\delta(x)$。然而，在一些保守的领域如统计学中，往往仍然避免使用$\delta(x)$，而宁愿使用相当麻烦的斯蒂尔吉斯(*Stieltjes*)积分符号。在第五和第六章中讲述了这些数学思想的发展，采用坦普尔(*Temple*)和赖特赫尔(*Lighthill*)提出的"广义函数"的术语。原有的物理概念不受影响，仍然有效，而我们应该做到，例如可以想象愈来愈密集地把载荷一再重新均匀地分布在愈来愈狭窄的区域上所产生的压力的矩形分布，并以此来进行有关杆上质点力矩问题的讨论，而没有必要仅仅由于某种其它问题涉及高阶微商时再把注意力局限于具有无穷次连续可微的压力分布上。因而，借助于关于矩形函数的相当简单的数学知识，引进冲击脉冲的课题，在要求具有一阶微商的较少数的情况下是可以用三角形函数来代替的。