

高中数学典型题 解析大典



GAOZHONG SHUXUE DIANXINGTI JIEXI DADIAN

首都师范大学出版社

GAOZHONG SHUXUE DIANXINGTI JIEXI DADIAN

高中数学典型题解析大典

首都师范大学出版社

(京)新 208 号

图书在版编目 (CIP) 数据

高中数学典型题解析大典/周沛耕等主编. —北京: 首都师范大学出版社, 1997. 4 (1998 重印)

ISBN 7-81039-757-5

I. 高… I. 周… III. 数学课-高中-习题 IV. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (96) 第 15130 号

首都师范大学出版社

(北京西三环北路 105 号 邮政编码 100037)

北京国马印刷厂印刷 全国新华书店经销

1997 年 4 月第 1 版 1998 年 4 月第 3 次印刷

开本 850×1168 1/32 印张 28.125 插页 2

字数 994 千 印数 7,001~13,000 册

定价 35.00 元



梅向明，1961年北京大学数学力学系研究生毕业。长期从事基础数学的教学和研究工作，在1986年获得北京市的科学技术进步奖中的学术奖，1990年被列入美国数学会编的“世界数学家人名录”（第九版），1992年被列入英国剑桥“世界名人录”（第十版）。长期从事教材建设工作，是现行人教版中学数学教科书的编写顾问；是西南师大版《初中数学》实验教材的主编；是北京市九年制义务教育初中数学实验教材（经北京市教委批准，由首都师范大学出版社出版）的主编。从1978年到1988年任中国数学会理事兼普及工作委员会主任，在推动我国中学生数学课外活动和数学竞赛方面起了重要的组织作用，1987年率领中国中学生代表队去古巴参加第28届国际数学奥林匹克（IMO）竞赛，取得优异的成绩。



周沛耕,1962年入北京大学数学力学系,1968年毕业,现于北大附中任教。北京市特级教师,北京市“十杰”教师,享受国务院特殊津贴。主要教学风格:“激发式”教学法,善于调动学生的积极性,适用于各种层次的学生。

现正参与北京市初中数学教材的编写工作。

现任“数学通报”编委,“考试”杂志编委,科利华教育软件研究中心顾问。

对培养数学特长生有丰富经验,曾任北京市数学集训队主教练,国家数学集训队教练。

主要著作有:《高中数学试验教材》、《特级教师谈学习策略》、《帮你学数学》、《怎样学好高中数学》等。

编委名单

顾 主 副 编	问 编 主 编 委	梅向明	马 明		
		周沛耕	董凤举	胡炯涛	
		项 政	杨学东	翟 刚	
		(按姓氏笔划为序)			
		马惠生	王保东	王嘉新	孙 琪
		刘春明	汤希龙	李兆民	吴圣苇
		吴沈泉	吴承鄞	周沛耕	杨学东
		杨德林	胡炯涛	胡志敏	赵军山
		项 政	张德广	郑长虹	徐名亮
		章其昌	龚建永	董凤举	蔡丽群
		翟 刚	滕立军		

出版说明

要学好数学，不做习题不行。做题太多又不可能。

中学数学的基本概念并不很多，然而题海茫茫。本书将茫茫题海综合、分类，精选，精析，共收入 791 道高中代数题，463 道立体几何题，392 道解析几何题。万变不离其宗，学生掌握了这些基本类型题目的解法，就可举一反三，触类旁通。

题海遨游要选好舵手。本书由我国著名的数学教育专家梅向明教授（首都师范大学）、特级教师马明（南京师范大学附属中学）担任顾问。由北京大学附属中学特级教师周沛耕担任第一主编。

参加本书编写工作的还有：牛德胜，王向东，马林茂，李小春，杭永珍，吴光焘，王明利，王常利，王壘，许春芳，贺琰，陈宝忠，陈振友，高明珠，贾喜庚。

A/AAS/106

序 言

学数学是要做题的。做题可以起到加深理解和巩固运用所学知识的作用，因此任何教科书都附有适量的练习题和复习题。华罗庚教授也曾说过，“听数学课不做题，相当于入宝山而空返，”意思也是要做题。

在解题教学中，华教授还告诫教师，不要“只把做好的饭拿出来，而没有做饭的过程，”并建议采用分析法：

要证 A，经分析只要证 B 就可以了；

要证 B，经分析只要证 C 就可以了；

要证 C，经分析只要证 D 就可以了；

— — — — —

这是一串“分析链” $A \leftarrow B \leftarrow C \leftarrow D \leftarrow \dots$

他通俗地把它称之为“要只要法”。

学生在解题过程中，有时分析链条会中断，思维受阻，或分析链呈环状排列，思维进入死循环；甚或在解题伊始，无法建立任何分析链而陷入困境，这都是常有的事。1964年秋天，一位高三学生就曾告诉我他所遇到的上述种种困境，并惊奇老师每次讲课为什么总是分析得那么准，那么顺利，最后向我索取“奥秘”。当时我只好坦白地对他讲：“这除了我昨晚已备好课，早就把分析链设计好了以外，老师平时建立分析链的机会多，失败也多，从而经验也丰富的缘故。”

大文豪托尔斯泰说：“知道地球是圆的并不重要，重要的是人们怎样得到这个结果的。”现在，本书不仅让读者知道每道题的解法，更让

读者知道人们是怎样得到这些解法，从而有机会多次接触分析链的建立。这便是本书明显的特点和作用。

本书还有一个“渗透”的特点。为了提高学生的解题能力，除了让学生增多建立分析链的机会外，还要让学生掌握解题的思想方法。与通常习题集不同的是，本书在建立分析链的过程中还不时渗透数学思想方法，力图使读者在提高自身解题能力方面有较大的收益。事实上，就整个数学教育目标而言，数学思想方法的传授亦是其根本之所在，因为，无论对于科技工作者，教育工作者，或是其它社会人才，最重要的是数学的精神、思想和方法，数学知识则是第二位的。

当前，学生自我学习意识很差——由于种

种原因，大运动量地训练学生、要尔学生，让学生复制大量例题，学生已成为反应灵敏的解题机器。这种解题教育让学生获得的社会行为只能是因循，只能是屈服于外界的权威，而谈发展学生个性，已属不可能。

“冰冻三尺，非一日之寒。”改变现状的任务已不属本书范围，但我同意我国数学解题程序目前应“以习题 (Exercise) 演练为基础，以问题解决 (Problem Solving) 为主导，”本书只能在“基础”与“主导”之间游走一段时日，这也可能是一段漫长的时日吧！

马明 1996-2

目 录

代 数 篇

第一章	集合与充要条件	(3)
第一节	集合	(5)
第二节	命题与充要条件	(13)
第二章	函数及其性质	(18)
第一节	映射与函数概念	(19)
第二节	一次函数与二次函数	(26)
第三节	幂函数、指数函数和对数函数	(34)
第四节	反函数	(42)
第五节	函数的单调性与奇偶性	(46)
第六节	函数的最值	(57)
第七节	周期函数	(66)
第三章	三角函数	(71)
第一节	任意角的三角函数	(72)
第二节	三角函数的图像和性质	(85)
第四章	三角函数式的恒等变换	(98)
第一节	两角和与差的三角函数	(99)
第二节	倍角与半角的三角函数	(108)
第三节	积化和差与和差化积	(116)
第四节	三角形中的边角关系	(127)
第五章	反三角函数和简单三角方程	(137)
第一节	反三角函数	(138)
第二节	反三角函数的运算	(145)
第三节	简单三角方程	(151)
第六章	数列	(160)
第一节	数列的概念	(161)
第二节	等差数列	(170)

第三节	等比数列·····	(178)
第四节	数列求和·····	(186)
第五节	数列中的证明问题·····	(193)
第六节	数列中的综合问题·····	(198)
第七章	数学归纳法·····	(207)
第一节	证明重要的定理、公式·····	(208)
第二节	证明等式·····	(209)
第三节	证明几何命题和整除问题·····	(213)
第四节	证明不等式·····	(215)
第五节	探索、归纳、猜想、证明·····	(221)
第六节	证明实际应用型问题·····	(228)
第七节	数学归纳法错解辨析·····	(230)
第八章	数列的极限·····	(235)
第九章	不等式·····	(240)
第一节	不等式的性质和证明·····	(241)
第二节	不等式的解法·····	(281)
第三节	不等式的简单应用·····	(298)
第十章	复数·····	(310)
第一节	复数的概念·····	(312)
第二节	复数的运算·····	(316)
第三节	复数的模·····	(336)
第四节	复数与几何·····	(354)
第五节	复平面内的轨迹问题·····	(361)
第六节	复数与方程·····	(368)
第七节	复数的应用·····	(380)
第十一章	排列, 组合, 二项式定理·····	(385)
第一节	排列与组合·····	(386)
第二节	二项式定理及应用·····	(403)
立体几何篇		
第一章	直线与平面·····	(419)
第一节	平面·····	(421)
第二节	空间两条直线·····	(430)

第三节	空间直线与平面位置关系	(446)
第四节	空间两个平面	(464)
第二章	多面体	(515)
第一节	棱柱	(515)
第二节	棱锥	(530)
第三节	棱台	(549)
第四节	多面体的截面及综合题	(555)
第三章	旋转体	(573)
第一节	圆柱	(574)
第二节	圆锥	(585)
第三节	圆台	(603)
第四节	球	(611)
第五节	立体几何综合题	(630)
第四章	多面角和正多面体	(645)
第一节	多面角	(645)
第二节	正多面体	(652)

解析几何篇

第一章	直线和圆	(673)
第一节	有向线段与定比分点公式	(675)
第二节	直线的斜率与截距	(683)
第三节	直线方程与直线参数方程	(688)
第四节	两直线的位置关系	(694)
第五节	圆的方程与圆的参数方程	(706)
第六节	直线与圆, 圆与圆的位置关系	(713)
第七节	曲线系方法	(728)
第八节	轨迹问题	(734)
第九节	最值问题	(747)
第二章	圆锥曲线	(764)
第一节	概念题	(765)
第二节	圆锥曲线的方程	(770)
第三节	圆锥曲线的定义和性质	(774)
第四节	坐标轴平移	(784)

第五节	直线与圆锥曲线	(789)
第六节	轨迹问题	(797)
第七节	圆锥曲线的最值与定值问题	(806)
第八节	综合题	(814)
第三章	参数方程和极坐标	(828)
第一节	消参数与设参数	(830)
第二节	直线参数方程及其应用	(840)
第三节	圆锥曲线的参数方程	(843)
第四节	参数方程的应用	(853)
第五节	极坐标	(867)
第六节	圆锥曲线统一的极坐标方程	(869)
第七节	极坐标的应用	(874)

代 数 篇

