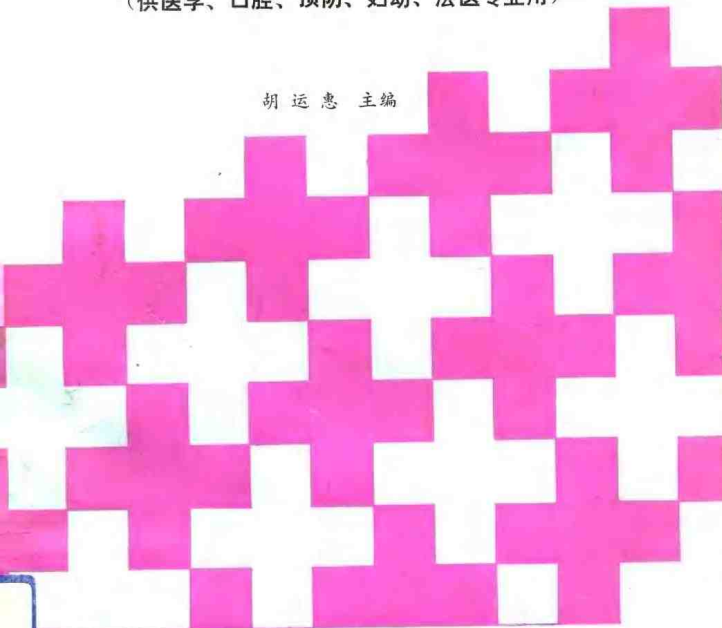


高等医药院校教材

医用物理学

(供医学、口腔、预防、妇幼、法医专业用)

胡运惠 主编



西北工业大学出版社

(陕)新登字 009 号

【内容简介】 本书既包括物理学的基本定律,又包括这些定律在医学上的具体应用,是一本物理理论和医学应用相结合的教材,全书共 19 章,在保持大学普通物理学的基本内容的前提下,还编写了流体运动、几何光学、电子学基础、医用电子测量技术以及现代医学成像的物理基础等内容。

本书可供高等医药院校医学、口腔、预防、妇幼、法医等专业的学生使用,又可供基础医学研究者、临床医生、医学研究生以及广大医务工作者参考。

高等医药院校教材

医 用 物 理 学

主 编 胡廷惠

责任编辑 李 珂

责任校对 生 力

※

©1993 西北工业大学出版社出版发行

(西安市友谊西路 127 号 邮编 710072)

陕西省新华书店经销

西北工业大学出版社印刷厂印装

ISBN 7-5612-0544-9 / O · 66

※

开本 787×1092 毫米 1/16 26.5 印张 661 千字

1993 年 6 月第 1 版 1993 年 6 月第 1 次印刷

印数: 1—4 600 册 定价: 13.80 元

前 言

本书是由西安医科大学、新疆医学院、锦州医学院和宁夏医学院，为适应教学改革的需要和不断提高医用物理学的教学质量，以卫生部颁发的高等医药院校医用物理学教学大纲为基本依据，并考虑到医用物理学的迅速发展和各校学制、学时以及生源不同等特点而共同编写的教材。参加编写的同志均为长期工作在教学第一线，具有丰富教学经验的教师，因此，本书可谓各校物理教学经验的总结。

这本教材在内容的选择和处理上具有一定的特色，既总结了多年的教学实践，又吸收了国内外其它教材的长处。其主要特点是：在保持物理学本身系统的基础上，加强了与医学实际的联系，比较深入地介绍了物理学定律和知识在医学中的应用；为适应医学科学的迅速发展和反映医学物理的新成就，本书对近年来异军突起的先进医学成像技术——超声、X—CT和核磁共振成像——的物理基础进行了介绍，为读者掌握这些高新技术提供了必备的基础；在本书每章之后附有小结，这有助于读者简要而系统地掌握该章的基本内容；便于自学为本书编写原则之一，编者力求叙述条理清楚，语言简洁生动，对于学生难于理解而又必须掌握的内容，尽量做到深入浅出。全书共19章，每章之后附有习题，书末列有附录和习题参考答案。

西安医科大学胡运惠同志编写绪论、第一、二、十五、十九章，许淑菊同志编写第七章，上官丰和同志编写第十四章，王曾珞、胡运惠同志编写第十六章，何玉琴同志编写第十七章，王芝云同志编写第十八章；锦州医学院金宝荣同志编写第三章，陈玉珂同志编写第四、六章，刘新纯同志编写第五章；新疆医学院李芳孝同志编写第八、九、十章；宁夏医学院张国光、郭艾青同志编写第十一章，张国光、张纯同志编写第十二章，戴桃书、李乐霞同志编写第十三章。全书由胡运惠同志统稿任主编，李芳孝、陈玉珂、张国光同志为副主编。

新疆医学院鲁世元同志和第四军医大学杨春智同志分别参加了大纲的编写和定稿会议；西北工业大学田荫棠同志和西北建筑工程学院张玉海同志对本书某些章节的修改提供了宝贵的建议；西安医科大学、宁夏医学院以及有关院校的领导和对本书的编写给予了大力的支持。在此，编者致以诚挚的谢意。

书中不足和错误之处在所难免，更况编者水平有限。对此，恳祈使用本书的教师、学生以及广大读者惠予指正。

编 者

1992年9月

目 录

绪 论	1
第一章 人体中的几个力学问题	3
1-1 刚体的转动	3
一、角变量	3
二、刚体的转动动能 转动惯量	6
三、转动定律 动量矩守恒定律	8
四、刚体的平衡	11
1-2 人体的静力平衡	12
一、杠杆作用	12
二、作用在髋关节上的力	14
三、作用在脊柱上的力	17
1-3 物体的弹性	19
一、应力和应变	19
二、虎克定律和弹性模量	21
三、骨骼力学的基本概念	23
本章小结	26
习题	27
第二章 流体的运动	30
2-1 理想流体的稳定流动	30
一、理想流体	30
二、稳定流动	30
三、连续性方程	31
2-2 柏努利方程	32
2-3 柏努利方程的应用	34
一、空吸作用	34
二、流量计	35
三、流速计	35
2-4 粘性流体的流动	36
一、牛顿粘滞定律	37
二、片流 湍流 雷诺数	38
三、泊肃叶定律	39
四、粘滞流体的运动规律	41
五、斯托克斯定律	42
2-5 血液的流动	43
一、体循环系统中的血流速度	43
二、体循环系统中的血压分布	44
三、心脏做功	45
本章小结	46
习题	47
第三章 振动 波动 声	49
3-1 简谐振动	49
一、简谐振动方程	49
二、简谐振动的振幅、周期、频率和位相	50
三、简谐振动的能量	54
3-2 阻尼振动 受迫振动 共振	55
一、阻尼振动	55
二、受迫振动与共振	56
3-3 振动的合成与分解	56
一、同方向、同频率谐振动的合成	56
二、同方向、不同频率谐振动的合成	57
三、相互垂直的同频率谐振动的合成	59
四、周期性振动的傅里叶分析	60

3-4 简谐波	61	3-8 声波	73
一、波的描述	61	一、声速	73
二、简谐波的波动方程	62	二、声压、声阻和声强	74
3-5 波的能量	65	三、声强级和响度曲线	75
一、能量密度	65	四、人耳的听觉	78
二、波的强度	66	五、多普勒效应	79
3-6 惠更斯原理	67	3-9 超声波	82
一、惠更斯原理	67	一、超声波的产生和探测	82
二、波的衍射	68	二、超声波的性质	82
三、波的折射	68	三、超声波的生物作用及其机制	83
3-7 波的干涉	69	四、超声波的医学应用	84
一、波的叠加原理	69	本章小结	85
二、波的干涉	69	习题	87
三、驻波	71		
第四章 分子物理学基础	90		
4-1 理想气体分子运动论	90	二、三种速率	98
一、理想气体的压强公式	90	三、玻尔兹曼能量分布定律	101
二、理想气体的能量公式	93	四、平均自由程	102
三、道尔顿分压定律	96	4-3 气体的扩散现象	105
4-2 气体分子的速率分布和能量分布	97	一、菲克定律	105
一、麦克斯韦气体分子的速率分布定律	97	二、渗透压	107
		本章小结	109
		习题	110
第五章 液体表面现象	112		
5-1 液体的表面张力和表面能	112	四、气体栓塞	121
一、表面张力	112	5-4 表面活性物质 吸附	122
二、表面能	113	一、表面活性物质	122
5-2 弯曲表面的附加压强	115	二、吸附	122
5-3 毛细现象	119	三、肺泡的表面张力	123
一、附着层	119	本章小结	124
二、接触角	119	习题	125
三、毛细现象	120		
第六章 热力学基础	126		
6-1 热力学第一定律	126	三、热力学第一定律对理想气体的应用	129
一、内能、功和热量	126	6-2 循环过程和卡诺循环	136
二、热力学第一定律	127		

一、循环过程	136	一、熵和熵增原理	140
二、卡诺循环	136	二、熵的计算	142
6-3 热力学第二定律	138	三、热力学第二定律和生命系统	144
一、热功转换	138	6-5 自由能和吉布斯函数	144
二、热力学第二定律	138	本章小结	146
三、可逆过程和不可逆过程	139	习题	147
6-4 熵和熵增原理	140		
第七章 静电场	150		
7-1 电场强度	150	五、电偶层的电势	162
一、电场与电场强度	150	六、电场强度与电势的关系	163
二、点电荷的电场	151	7-4 静电场中的电介质	164
三、电场的叠加原理	151	一、电介质的极化	164
7-2 高斯定律	153	二、极化强度	165
一、电通量	153	三、介电常数	166
二、高斯定律	154	7-5 静电场的能量	167
三、高斯定律的应用	156	一、电容器	167
7-3 电场力的功 电势	158	二、电容器的能量	168
一、电场力的功	158	三、电场的能量	169
二、电势	159	本章小结	170
三、电势叠加原理	160	习题	172
四、电偶极子电场中的电势	161		
第八章 直流电	174		
8-1 电流密度和欧姆定律的 微分形式	174	二、电容器的放电过程	184
一、电流密度	174	8-5 膜电位和神经传导	185
二、电解质导电	175	一、能斯特方程	185
三、欧姆定律的微分形式	176	二、静息电位	186
8-2 含源电路的欧姆定律	177	三、动作电位	187
一、电源与电动势	177	四、神经传导	188
二、闭合电路欧姆定律的普遍形式	178	五、心肌细胞的电偶极矩	189
三、一段含源电路的欧姆定律	179	六、心电图波形的形成	190
8-3 基尔霍夫定律及其应用	180	8-6 电泳与电疗	191
一、基尔霍夫第一定律	180	一、电泳	191
二、基尔霍夫第二定律	181	二、电疗	191
8-4 电容器的充放电过程	182	本章小结	193
一、电容器的充电过程	182	习题	194

第九章 磁场	198		
9-1 磁场	198	一、磁介质及其磁化	211
一、磁场	198	二、物质与磁性	211
二、磁感应强度	198	三、磁导率 磁场强度	213
三、毕奥-沙伐尔定律	200	9-5 电磁感应	215
9-2 磁场对运动电荷的作用	203	一、电磁感应的基本定律	215
一、洛伦兹力	203	二、感生电动势	216
二、带电粒子在匀强磁场中的运动	204	三、自感现象	217
三、霍尔效应	205	9-6 磁场的生物效应和医学应用	218
9-3 磁场对载流导线的作用	207	一、磁场的物理作用和生物效应	218
一、安培力	207	二、人体磁场	219
二、磁场对载流线圈的作用	208	三、生物磁学在医学上的应用	219
三、磁矩	209	本章小结	220
9-4 物质的磁性	211	习题	221
第十章 交流电	224		
10-1 正弦交流电	224	电路	228
一、正弦交流电的产生	224	一、广义欧姆定律	228
二、交流电的有效值	225	二、串联电路的功率	229
10-2 简单的交流电路	226	三、串联电路的谐振	231
一、纯电阻交流电路	226	四、RC 滤波电路	232
二、纯电感交流电路	226	五、高频电在医学上的应用	234
三、纯电容交流电路	227	本章小结	236
10-3 电阻、电感和电容的串联		习题	237
第十一章 光的波动性	238		
11-1 光的干涉	238	二、偏振器与马吕斯定律	250
一、相干光源	238	三、双折射现象	251
二、光程	239	四、产生偏振光的几种方法	251
三、杨氏双缝干涉	240	五、椭圆偏振光与圆偏振光	253
四、薄膜干涉	242	11-4 旋光现象	253
11-2 光的衍射	243	一、物质的旋光性	253
一、单缝衍射	244	二、溶液的旋光性	254
二、圆孔衍射	245	三、糖量计	255
三、衍射光栅	246	本章小结	255
11-3 光的偏振	249	习题	256
一、自然光和偏振光	249		

第十二章 光的辐射和吸收 258

12-1 热辐射	258	二、爱因斯坦光电效应方程	264
一、热辐射的基本概念	258	三、光子的质量和动量	264
二、基尔霍夫辐射定律	259	四、康普顿效应	265
三、黑体辐射定律	259	12-4 光的吸收	266
12-2 非温度辐射	261	一、选择吸收与吸收光谱	266
一、微光现象	261	二、朗伯-比尔定律	266
二、冷光源	262	三、光电比色计原理	267
12-3 光电效应	263	本章小结	268
一、光电效应	263	习题	269

第十三章 几何光学 270

13-1 球面折射	270	13-3 眼屈光	278
一、单球面折射	270	一、眼的结构和光学性质	278
二、单球面的焦点和焦距	271	二、眼的屈光不正及其矫正	279
三、共轴球面系统	272	13-4 显微镜 纤维镜	281
13-2 透镜	273	一、显微镜(Microscope)	281
一、薄透镜	273	二、纤维镜(Fibrescope)	283
二、薄透镜组	274	三、几种常见的医用显微镜	284
三、共轴球面系统的基点和基面	275	本章小结	287
四、柱面透镜	276	习题	288
五、透镜的像差及其补救	276		

第十四章 光谱分析基础与激光及其生物作用 290

14-1 光谱分析基础	290	一、红宝石激光器	300
一、玻尔氢原子理论	290	二、氦-氖激光器	301
二、原子光谱和分子光谱	294	三、二氧化碳激光器	302
三、光谱分析的医学应用	295	14-4 激光的生物作用及医学应用	303
14-2 激光产生的基本原理及其特性	296	一、激光的热作用	303
一、原子能级的正常态分布	297	二、激光的光化作用	304
二、自发辐射、受激吸收和受激辐射	297	三、激光的机械作用	305
三、粒子数反转	298	四、激光的电磁场作用	305
四、光学谐振腔	299	五、弱激光的刺激作用	306
五、激光的特性	300	六、激光的医学应用	306
14-3 医用激光器	300	本章小结	307
		习题	308

第十五章 X 射线	309
15-1 X 射线的发生装置及其一般性质	309
一、X 射线的发生装置	309
二、X 射线的一般性质	311
三、X 射线的强度和硬度	311
15-2 X 射线谱	312
一、连续 X 射线谱	313
二、标识 X 射线谱	314
15-3 物质对 X 射线的吸收规律	315
一、吸收规律	315
二、吸收系数	316
三、物质吸收 X 射线的微观机理	317
15-4 X 射线在医疗上的应用	319
一、X 射线治疗	319
二、透视和照相	320
本章小结	320
习题	321
第十六章 核医学的物理基础	322
16-1 原子核的组成	322
一、原子核的组成	322
二、自旋与磁矩	322
三、原子核的稳定性	323
16-2 核衰变的类型	325
一、 γ 衰变和内转换	325
二、 α 衰变	326
三、 β 衰变和电子俘获	326
16-3 核衰变的规律	329
一、衰变定律	329
二、放射性活度	330
三、半衰期	331
16-4 射线与物质的相互作用	333
一、带电粒子与物质的相互作用	333
二、中子与物质的相互作用	334
16-5 射线的探测	335
一、电离室探测器	335
二、闪烁计数器	335
三、半导体探测器	336
四、热释光剂量计	337
16-6 放射性核素的射线剂量、医学应用及其防护	337
一、射线的剂量	337
二、放射性核素在医学上的应用	339
三、射线的防护	339
本章小结	340
习题	341
第十七章 电子学基础	342
17-1 晶体二极管及其应用	342
一、二极管的特性曲线与参数	342
二、整流电路	343
三、滤波电路	345
四、稳压电路	346
17-2 晶体三极管放大电路	347
一、三极管的放大作用	347
二、晶体管特性曲线和工作区域	348
三、三极管单管放大器	350
四、晶体管多级放大器	353
五、放大器的频率特性	354
17-3 直流放大器	355
一、直流放大器的特点	355
二、直流耦合放大器	355
三、差分放大器	356
17-4 晶体三极管振荡电路	358
一、LC 振荡器	358
二、多谐振荡器	360
本章小结	362
习题	363

第十八章 医用电子测量技术	365
18-1 测量系统的组成	365
一、测量系统的组成	365
二、转移函数	365
18-2 传感器	366
一、电极	366
二、换能器	368
三、换能器的性能指标	372
18-3 噪声和干扰及其抑制	373
一、噪声及其减小的办法	373
二、干扰及其抑制措施	373
18-4 信号显示	376
一、描记仪器	376
二、示波器	377
18-5 安全用电	378
一、电击的类型及因素	378
二、安全用电的防护措施	380
本章小结	382
习题	383
第十九章 医学成像的基本原理	384
19-1 超声成像	384
一、A 型超声诊断仪	384
二、B 型超声诊断仪	385
三、M 型超声诊断仪	386
四、超声诊断仪的医学应用	387
19-2 X 射线 CT	388
一、X 射线 CT 的概况	388
二、X-CT 的基本原理	389
三、X-CT 图像重建的概念	389
四、CT 值和窗口技术	390
五、X-CT 机的基本结构	391
19-3 核磁共振成像	394
一、核磁共振的基本原理	394
二、弛豫过程和弛豫时间	396
三、自由感应衰减信号	398
四、核磁共振成像装置的基本结构	399
19-4 发射型 CT 成像	401
一、单光子发射型 CT	401
二、正电子发射型 CT	402
本章小结	402
习题	403
附录	404
一、国际单位制	404
二、基本物理常数	407
三、希腊字母表	407
参考答案	408

绪 论

自然界是由物质构成的。这些物质都在不停地运动着。物理学（Physics）就是研究物质运动的普遍性质及其规律的科学。物质运动包括机械运动、分子热运动、电磁运动、微观粒子的运动等。物理学研究方法和定律广泛地应用于化学、机械学、电子学、工程学、天文学等各个领域，其中包括医学领域。

医学是一门以人的生命运动为研究对象的生物科学，它以普遍的物理学和化学的运动形态为基础。但是并非这些运动形态的简单组合。因此，生命现象是一种复杂、高级的物质运动形态。除了遵守有关低级的物质运动规律之外，生命现象还有自己独特的运动规律，或者说，生命现象在遵从物理学和化学的基本规律的基础上，还要遵从生物学的规律。所以，物理学知识是认识生命现象的重要基础之一，但它不能代替生命科学去全面深刻地解释生命现象。

为什么医科学生要学物理学？这是一个涉及到物理学与医学相互关系的问题。只有正确认识这个问题，才会学好这门课程。

诚如上述，物理学是研究生命现象的基础，因为人体的生理过程或细胞的运动规律是一种高级的运动形态，其中包含着大量的物理现象。因此，我们要全面、透彻地认识和科学地调控人的生理过程，就必须具备一定的物理知识才行。我们知道，血液是给体内各组织器官供应营养的输送者。血液的生成是一个复杂的生物化学问题，但是血液在体内的运动，却遵从着物理学中流体力学的一些基本规律。如果血细胞或者血管发生某些异常，则会导致血液运动违背这些基本规律，从而使我们能够鉴别某些疾病。所以，只有具备一定的流体力学方面的知识，才能正确深刻地理解血液循环过程中发生的某些生理现象。再如，人体的肌肉、心脏和大脑的活动都伴有生物电的产生。我们要借助这些生物电现象认识肌肉、心脏和大脑的生理过程，或者说要正确深刻地理解代表这些生理过程的肌电图、心电图和脑电图的形成机理以及鉴别其正常与否，就必须牢固掌握一定的电学知识。喻为心灵之窗的眼睛是感光器官，我们用它看人观物。为什么眼睛能看清楚远近不同的物体？为什么有些人要带不同的眼镜？如果不带眼镜，为什么有的人只能看清近物？而有的人只能看清远物？这些道理属于几何光学研究的范畴。耳朵是听觉器官，人们依靠它交流思想，欣赏音乐。为什么有人唱歌悦耳动听？为什么人耳听不见超声波？要弄清这些问题，我们必须具备一定的声学知识。人体的各种组织都是由不同的分子、原子组成的，这些分子、原子的运动规律必然反映出有关组织器官的生理学特征和提供更全面的信息。要认识这些规律，则更需要高深的数理化学知识。可见，在人体生理过程中存在着大量的物理现象，我们要正确深刻地认识这些生理过程，而且要科学地鉴别和纠正某些非正常的生理过程，即诊断和治疗某些疾病，一定的物理知识则是我们研究生命现象的必要基础。

另一方面，随着人们认识生命现象的不断深入和物理学与工程技术的飞速发展，在诊断和治疗疾病方面，已经研制和使用了各种先进的物理仪器。光学显微镜对医学的贡献之大不言而喻。人眼看不清的东西，如细胞、细菌等，利用它可以看得一清二楚。光学显微镜分

辨不清的微小结构，现在又可用电子显微镜进行观察。X 光机、心电图机、脑电图机、超声波诊断仪以及各种检验分析仪器等，在医院以及医学研究单位，使用极为普遍，而且一些崭新的医学仪器将不断涌现。作为一名素质高的合格医生，应当掌握这些仪器的基本原理和性能，才能正确地使用它们，以利我们的工作和研究。特别值得一提的是，几乎物理学上和技术科学上的每一新成就，都为医学研究开辟了新的途径，提供了新型的诊断和治疗仪器。X 射线发现不久，立即为人类提供了诊断和治疗某些疾病的科学手段；对发现放射性同位素作出卓越贡献的居里夫人，她在 1904 年的博士论文中记叙了把放射性物质放在她丈夫手上引起疼痛和溃瘍的事实，便揭开了利用放射性诊断某些疾病和治疗癌症的序幕；伟大的科学家爱因斯坦 1916 年提出激光理论，但到 1956 年才被其他科学家着手研制，1960 年第一台红宝石固体激光器问世，次年就被引入医学，开始治疗眼疾患和进行医学研究；计算机的研制成功，不仅加速了医院现代化的科学管理，而且促使大量智能化的医学仪器应运而生，特别是 70 年代的 X—CT 机的问世，以及接踵而来的 MR—CT 机、SPE—CT 机和 PET 机等

的研制成功，这都为医学科学的发展作出了开拓性的贡献。

保证学生牢固地掌握专业知识，具有一定的业务素质，以及培养学生分析问题和解决问题的能力，是各门课程的共同任务。然而由于课程的发展状况和特点各异，医用物理学在培养学生不断提高抽象思维和逻辑推理的能力以及探索创新的精神方面，不能不说具有自己的独特作用，所以，从这个意义上说，我们也必须重视物理学的学习。

由此可见，物理学和医学的关系是极其密切的。而且事实证明，历史上不少杰出的医学家也是著名的物理学家，或者反之亦然。特别是最近 20 多年来，物理学和许多工程技术由于自身的迅速发展而越来越多地应用到整个医学领域，使得医学上某些问题由粗浅的定性分析上升到严密的定量描述，由宏观的研究深化到微观的研究，从而形成了物理学、工程技术和医学相互渗透、相互促进的格局。无疑，这必将加速医学的全面发展和达到更高的研究水平。

第一章 人体中的几个力学问题

在人体的生命过程中,包含着大量的力学问题。研究与生命有关的物质特性及其运动规律的科学就构成了一门新兴的边缘学科——生物力学。其发展历史才 20 多年。

生物力学的兴起,促进了解剖学、组织学和生理学等医学学科的发展,使得人们对于某些生命现象的认识由定性地描述逐步提高到定量地描述,从而对诊断和治疗某些疾病提供了理论依据和科学途径。生物力学所涉及的内容极其丰富,从亚细胞、细胞、组织、器官到整个生物体的物质构成和运动及其与环境的关系,从植物到动物,从飞禽走兽到人体运动,无不充满着与生物力学有关的内容。本章只讨论刚体的转动、静力平衡以及几个简单而典型的人体力学问题。

1-1 刚体的转动

一、角变量

1. 刚体 处于固态的物质,都有一定的形态和大小。任何固体如果受到外力作用,其形状和大小都要发生变化。这种变化不仅与外力的大小和方向有关,还与组成物体的质量和它的形状有关。为了使研究问题简便,我们引入刚体概念。所谓刚体(Rigid body)是指无论在多大的外力作用下,形状和大小都不发生变化的物体。也就是说,在刚体内部,各质点间的距离保持不变,或者各部分之间没有相对运动。显然,刚体并不存在,而是为了研究简便而建立的一个理想化的模型。

刚体最简单的运动形式是平动和转动。如果刚体运动时,内部任何一条给定的直线,在运动中始终保持它的方向不变,那么这种运动就称为平动(Translation)。所以,当刚体平动时,在任意一段时间内,刚体内部各点的位移都是相同的。而且在任何时刻,各点的速度和加速度也是相同的。如果刚体在运动过程中,构成刚体的各质点都绕某一条直线作圆周运动,那么,这种运动就称为转动(Rotation)。这条直线就称为转轴。如果转轴固定不动,则称定轴转动。一般来说,刚体的运动都可看成是平动和转动的合成。下面我们只讨论刚体的定轴转动问题。

2. 角变量 研究刚体绕定轴转动时,通常取任一垂直于定轴的平面作为转动平面,如图 1-1 所示。 O 为转轴与转动平面的交点。当刚体转动时,其上某质点 P 则在该转动平面内绕 O 作圆周运动。假设 OP 与参考方向 Ox 之间的夹角为 θ ,如转动经过 Δt 之后, θ 的变化量为 $\Delta\theta$,则 $\Delta\theta$ 就称为刚体在 Δt 时间内的角位移(Angular displacement)。角位移用弧度(Radian)表示,其正负代表着刚体转动的方向。一般规定,刚体沿反时针

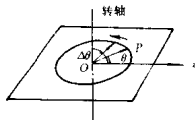


图 1-1 刚体的转动

方向转动, $\Delta\theta$ 取正; 刚体顺时针转动, $\Delta\theta$ 取负。角位移与相应的弧长 Δs 和半径 r 的关系是

$$\Delta\theta = \frac{\Delta s}{r} \quad (1-1)$$

角位移 $\Delta\theta$ 与时间 Δt 之比, 叫做刚体在 Δt 内的平均角速度(Average angular velocity), 用 $\bar{\omega}$ 表示,

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (1-2)$$

当 Δt 趋近于零时, 以上的比值就趋近某一极限值

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \quad (1-3)$$

ω 叫做刚体在 t 时刻的瞬时角速度或角速度(Angular velocity)。如果刚体作匀速转动, 则角速度为一恒量。角速度的单位是弧度 / 秒 (rad/s)。

刚体作变速转动时, 如果在 t_1 时刻, 代表刚体转动的半径 OP 的角速度为 ω_1 , 而在 $t_2 = t_1 + \Delta t$ 时刻的角速度为 ω_2 , 则角速度的增量 $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ 与时间 Δt 之比, 叫作刚体在 Δt 时间内的平均角加速度(Average angular acceleration), 用 $\bar{\beta}$ 表示,

$$\bar{\beta} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (1-4)$$

当 Δt 趋近于零时, 则

$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (1-5)$$

刚体作匀变速转动时, 角加速度为一恒量, 角加速度的单位是弧度 / 秒² (rad/s^2)。

刚体作匀速和匀变速转动时, 其运动方程与质点作匀速和匀变速直线运动的运动方程完全相似。匀速转动的运动方程为

$$\theta = \omega t \quad (1-6)$$

匀变速转动的运动方程为

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \omega_0 + \beta t \\ \theta &= \omega_0 t + \frac{1}{2} \beta t^2 \\ \omega^2 &= \omega_0^2 + 2\beta\theta \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

式中, θ 、 ω_0 、 ω 和 β 分别为角位移、初角速度、角速度和角加速度。它们描述代表整个刚体转动的某一条半径的运动状况, 统称为角变量或角量。

3. 角量和线量的关系 刚体转动时, 组成刚体的各个质点都作圆周运动, 显然, 描述它们运动状况的位移、速度和加速度是不相同的, 人们称之为线量。角量和线量都是描述刚体转动的物理量, 它们之间必然存在着一定的联系。

根据 (1-1) 式, 角位移 $\Delta\theta$ 和相应线量弧长 Δs 的关系为

$$\Delta s = r\Delta\theta \quad (1-8)$$

用 Δt 除上式两边, 当 Δt 趋近于零时, 则线速度和角速度的关系为

$$v = r\omega \quad (1-9)$$

设 P 点在 Δt 时间内速率的增量是 Δv , 角速度的增量是 $\Delta\omega$, 由上式得

$$\Delta v = r \Delta\omega$$

上式两边同除以 Δt , 取极限, 便得到切向加速度 a_t 和角加速度的关系如下

$$a_t = r\beta \quad (1-10)$$

将 $v = r\omega$ 代入法向加速度公式 $a_n = v^2 / r$, 可得质点的法向加速度和角速度的关系式

$$a_n = \frac{v^2}{r} = v\omega = r\omega^2 \quad (1-11)$$

4. 角速度和角加速度矢量 在物理学中, 我们经常遇到两个矢量相乘的情况。而两矢量相乘的结果有两种情况: 两矢量相乘的结果是一个标量, 这种情况就叫做矢量的标积 (或点积); 两矢量相乘的结果是一个矢量, 这种情况就叫做矢量的矢积 (或叉积)。

设 $\vec{A}$ 、 $\vec{B}$ 为任意两个矢量, 它们的夹角为 θ , 则它们的标积通常用 $\vec{A} \cdot \vec{B}$ 表示, 定义为

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos\theta$$

上式说明, 标积 $\vec{A} \cdot \vec{B}$ 的数值等于矢量 $\vec{A}$ 在矢量 $\vec{B}$ 方向上的投影 $A \cos\theta$ 与矢量 $\vec{B}$ 的模 B 的乘积 (图 1-2(a)), 或者反之亦然 (图 1-2(b))。引入矢量标积的概念之后, 功就可以用力矢量 $\vec{F}$ 和位移矢量 $\vec{S}$ 的标积表示

$$W = \vec{F} \cdot \vec{S}$$

矢量 $\vec{A}$ 和矢量 $\vec{B}$ 的矢积用 $\vec{A} \times \vec{B}$ 表示, 相乘结果仍是一矢量 $\vec{C}$, 则

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$

其定义如下: 矢量 $\vec{C}$ 的数值大小 (模) 为

$$C = AB \sin\theta$$

式中, θ 为 $\vec{A}$ 和 $\vec{B}$ 的夹角; 矢量 $\vec{C}$ 的方向垂直于 $\vec{A}$ 和 $\vec{B}$ 两矢量所组成的平面, 其具体指向由右手螺旋法则确定, 即伸展右手掌, 让大拇指与其余四个指头垂直, 然后四个指头从 $\vec{A}$ 经由小于 180° 的夹角握向 $\vec{B}$ 时, 大拇指所指的方向就是 $\vec{C}$ 的方向。如图 1-3 所示。

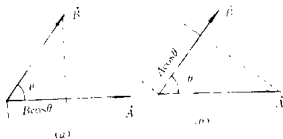


图 1-2 矢量的标积

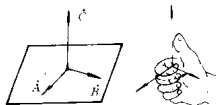


图 1-3 矢量的矢积

引入矢量矢积的概念之后, 力矩矢量 $\vec{M}$ 就可以用力作用点的位置矢量 $\vec{r}$ 和力 $\vec{F}$ 的矢积表示

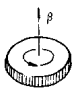
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

注: 凡符号上带箭头的数表示矢量 $\vec{C}$

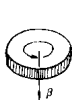
力矩的数值 $M = fr \sin \theta$, θ 为 $\vec{r}$ 和 $\vec{f}$ 的夹角, $\vec{M}$ 的方向由右手螺旋法则确定。标积、矢积和右手螺旋法则在物理学和工程学中使用非常普遍, 同学们务必理解掌握。

有了矢量的基本概念, 我们就可以把刚体的转动描述得更加充分了。前面讨论的角速度和角加速度仅从数值而言, 如果要把它们的数值和方向结合起来讨论, 则需使用矢量表示才行。

角速度矢量 $\vec{\omega}$ 的表示方法是这样的: 在转轴上按一定比例取一有向线段表示角速度的大小, 而 $\vec{\omega}$ 的方向与刚体转动方向之间的关系由右手螺旋法则确定, 如图 1-4 所示。



(a) $\omega_2 > \omega_1$



(b) $\omega_2 < \omega_1$

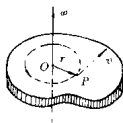


图 1-4 角速度矢量表示法

图 1-5 角加速度矢量表示法

图 1-6 角速度和线速度之间的矢量关系

角加速度矢量 $\vec{\beta}$ 也是按右手螺旋法则表示的, 如图 1-5 所示。在转轴上按一定比例取一有向线段表示角加速度的大小, 当 $\omega_2 > \omega_1$, 即 $\beta > 0$ 时, $\vec{\beta}$ 的方向与刚体转动方向之间的关系由右手螺旋法则确定; 如果 $\omega_2 < \omega_1$, 即 $\beta < 0$ 时, 则 $\vec{\beta}$ 的方向与上述方向相反。

至于角速度和线速度在大小和方向上的关系, 我们可以用矢积表示为

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (1-12)$$

式中, $\vec{v}$ 和 $\vec{r}$ 分别表示刚体中任一质点 P 的线速度和矢径, $\vec{\omega}$ 为刚体的角速度矢量。这三个矢量之间的关系如图 1-6 所示。

【例题 1-11】一飞轮作匀加速转动, 经过 3 s 转了 234 rad, 在 3 s 末时, 它的角速度为 108 rad/s, 求它的角加速度和初角速度。

解 由匀变速转动公式

$$\omega = \omega_0 + \beta t \quad \text{和} \quad \theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \beta t^2$$

消去 ω_0 , 代入数字, 得角加速度

$$\beta = \frac{2(\omega t - \theta)}{t^2} = \frac{2 \times (108 \times 3 - 234)}{3^2} = 20 \text{ rad/s}^2$$

而初角速度

$$\omega_0 = \omega - \beta t = 108 - 20 \times 3 = 48 \text{ rad/s}$$

二、刚体的转动动能 转动惯量

1. 转动动能 转动着的物体都具有能量。这种能量是由于物体处于转动状态而具有的, 故称为转动动能。其大小等于组成物体的各个质点的动能的总和。我们假设以角速度 ω 转动的某一刚体由 $m_1, m_2, m_3, \dots, m_i$ 个质点组成, 各质点离开转轴的距离分别

为 $r_1, r_2, r_3, \dots, r_i$, 速度分别为 $v_1, v_2, v_3, \dots, v_i$ 。再考虑到 $v_i = r_i \omega$, 不难得出刚体的转动动能

$$E_k = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \dots + \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

$$= \frac{1}{2} (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_i r_i^2) \omega^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \omega^2$$

如果令 $I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$, 则

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (1-13)$$

2. 转动惯量 在式(1-13)中, $I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$ 叫做刚体的转动惯量(Rotational inertia), 它是刚体转动惯性大小的量度。在数值上, 转动惯量等于刚体中每个质点的质量与该质点到给定转轴距离的平方的乘积的总和。对于质量连续分布的刚体, 它的转动惯量可以写成积分形式

$$I = \int r^2 dm = \int r^2 \rho dV$$

式中, dV 是对应于质量元 dm 的体积元, ρ 是体积元中的物质密度。转动惯量的单位是千克·米² (kg·m²) 几种几何形状简单的物体的转动惯量如表 1-1 所示。

表 1-1 转动惯量公式

物 体 和 转 轴	转 动 惯 量
细 棒 (质量 m , 长 l) 通过中心与棒垂直的轴	 $I = \frac{1}{12} m l^2$
细 棒 (质量 m , 长 l) 通过一端与棒垂直的轴	 $I = \frac{1}{3} m l^2$
细 圆 环 (质量 m , 半径 R) 通过中心与环面垂直的轴	 $I = m R^2$
薄 圆 盘 (质量 m , 半径 R) 通过中心与盘面垂直的轴	 $I = \frac{1}{2} m R^2$
薄 圆 盘 (质量 m , 半径 R) 以任一直径为轴	 $I = \frac{1}{4} m R^2$
球 体 (质量 m , 半径 R) 通过球心的任一直径为轴	 $I = \frac{2}{5} m R^2$