大学物理实验

周恕义　王少华　主编

哈尔滨工程大学出版社

前　言

本书是根据国家教委批准的《高等工业学校物理实验教学基本要求》，并在总结齐齐哈尔轻工学院历年来物理实验课教改经验的基础上编写而成的。编写过程中考虑到物理实验课独立设课的特点，本着健全课程自身体系和突出教学目的的原则，精心选择了实验内容。目的是使学生能在有限的学时内通过对本课程的学习，掌握系统的实验知识、基本实验方法和实验技能，了解科学实验的主要过程，为今后的学习和工作奠定良好的实验基础。本书可作为高等工科院校各专业物理实验课程教材，也可作为其它各类大专院校物理实验课程教学参考书。

本书第一章是测量误差与数据处理的基本知识；第二章归纳总结了一些基本实验方法和实验技能的知识并选择介绍了一些常用的实验仪器；第三章为实验选题，共编入26个实验题目。其中实验26为设计性实验，目的是进一步培养学生的科学实验能力。习题分为预习思考题和课后讨论题两部分。

实验教学历来依靠集体的力量。无论是实验教材的编写，还是实验的开设与准备，无不凝聚着全体实验教师和技术人员的智慧与劳动。参加本书编写的有周恕义、王少华、孟飞虎、陆仲达、张全昌、郭宽城、韩苏阳、李志忠、孙少歌、王世蕙等。全书由周恕义、王少华任主编，黑龙江省教育学院周雪菲和哈尔滨工业大学戴玲任主审。陆仲达、孙少歌承担了全书的电子排版工作。出版过程中得到了哈尔滨工程大学出版社及齐齐哈尔轻工学院教材科的同志热情支持，还参考了一些兄弟院校的教材，借此一并表示衷心感谢！

限于编者水平，书中难免有误，希望专家、读者批评指正。

编　者

1995年2月

目　　录

绪　论

1.物理实验课的地位、作用和任务

物理学是以实验为本的科学。在物理学的发展中，实验起了重要的作用。杨氏的干涉实验使光的波动学说得以确立；赫兹的电磁波实验使麦克斯韦的电磁理论获得普遍承认。考察一下表1中诺贝尔物理奖颁奖的年代,可以看出物理实验对物理学理论的确立所起的重要作用。

表1　诺贝尔物理奖颁奖年代

获奖者及其获奖内容	主要工作年代	实验验证年代	获奖年代
爱因斯坦光电子理论	1905	1916	1921
德布罗意物质波理论	1923	1927	1929
汤川秀澍介子理论	1935	1947	1949
李政道杨振宁宇称不守恒原理	1955	1956	1957
温伯格-萨拉姆-格拉肖弱电统一理论	1967～1968	1973～1978	1979

无论是物理学，还是整个自然科学的发展，实验和理论的相互作用都是一种内在的根本动力，这种作用引起量的渐进积累和质的突变飞跃的交替演进，推动着科学进程一浪一浪地不断高涨。著名物理学家海森伯说过：

“显而易见，不论在哪里，实验方面的研究总是理论认识的必要前提，而且理论方面的主要进展，只是在实验结果的压力下而不是依靠思辨来取得的。另一方面，实验结果沿之向前发展的方向，应该总是由理论的途径来实现的。”

在培养高级专业人才的大学里,不仅要使学生获得比较深厚的基础理论和专业理论知识,还应该使学生受到系统的实验方法和实验技能的训练。《物理实验》课是学生必修的独立开设的一门基础实验课，具有和《大学物理》课同等地位，在培养学生科学技能的一系列实验课程中，本课程起着重要的奠基作用。

本课程的具体任务是：

(1) 通过对物理现象的观察、分析和对物理量的测量，学习物理实验基础知识，加深对物理原理和规律的理解。

(2) 培养与提高学生的科学实验能力。包括阅读教材或资料，做好实验前的准备；正确使用常用仪器；对实验现象进行初步分析与判断；正确记录和处理实验数据,绘制实验

图线；完整表达实验结果；写出合格的实验报告；完成简单的实验设计等。

(3) 培养学生理论联系实际的学风，严肃认真的学习态度，实事求是的科学作风，团结协作的集体主义思想以及爱护公物的优良美德。

2. 物理实验课的要求

(1) 预习。实验前必须认真阅读教材，了解实验关键及主要步骤，写好预习报告。预习报告包括实验名称、实验目的、实验原理和数据表格等内容。实验原理要求文字简明，概念清楚，如列出实验所依据的原理公式，并说明公式各物理量的意义、单位及实验条件。数据表格中写明待测量，单位及测量次数。

(2) 进行实验。首先应该根据教材或仪器说明书熟悉仪器，明确仪器的注意事项，在教师指导下了解仪器的正确使用方法。实验进行中应认真调好仪器，仔细观察实验现象，准确记录实验数据。包括仪器的名称、型号与规格，实验条件，实验现象和待测数据。经老师检查认可后应整理好仪器。

(3) 完成实验报告。实验报告要求用统一的实验报告纸书写。报告应文句简练，字体端正，版面整洁，内容完备。包括实验名称、实验目的、实验仪器、实验原理、实验步骤、数据表格、数据处理（或实验图线）、实验结果、问题讨论（可以分析实验现象，指出存在的问题及改正建议，回答规定的预习思考题或讨论题）等。

1 测量误差与数据处理

1.1 测量误差的基本概念

1. 实验与测量

实验是人们根据研究的目的，运用科学仪器，人为地控制、创造或纯化某种自然过程，使之按预期的进程发展，同时在尽可能减少干扰的情况下观测(定性的或定量的)，以探求该自然过程变化规律的一种科学活动。测量是物理实验的基础。所谓测量就是将待测量与法定标准单位的同类物理量进行比较的过程，其比较的结果(即倍数)称为该物理量的测量值。测量值由数值和单位两部分构成。只有做到选择合理的测量方法、满足一定的实验条件、正确使用仪器和细心观测数据，才能得到正确的测量值。

测量可分为直接测量和间接测量。能用测量仪器直接获得测量结果的测量称为直接测量，例如用米尺测量物体长度。另一类是利用直接测量结果，根据待测量与直接测量值的函数关系求出待测量的数值，这类测量称为间接测量。例如，测量圆柱形物体的密度，应先直接测量圆柱体的质量 m，直径 d 和高度 h，然后根据密度 ρ 的公式

$$\rho = 4m/(\pi d^2 h)$$

通过计算求得密度。

2. 误差及其分类

在一定的客观条件下，被测量的物理量具有一个客观的真实数值，称为该物理量的“真值”，在测量过程中受各种条件的限制，使得测量工作不可能获得真值，只能得到与真值有一定差异的近似值。测量误差就是待测量的测量值与真值的差值。

误差存在于一切科学实验之中，任何一个测量值都有误差，测量者应分析误差的来源和性质，有针对性地采取适当措施，尽可能地减小测量误差。

根据误差的来源和性质，通常将误差分为系统误差、偶然误差和过失误差。

过失误差是由于测量者粗心大意、疲劳或不按操作规范测量，或者是由于仪器失灵、电源电压突变等原因产生的，是应该而且能够避免的误差，我们不做详细讨论。

系统误差和偶然误差往往同时存在于科学实验中。对影响测量结果的准确性有时主要的因素是偶然误差，有时主要因素是系统误差。因此，对每个实验要作具体的分析，而测量结果的总误差应当是偶然误差和系统误差的总和。

3. 系统误差

同一条件下(方法、仪器、环境和观察者等不变)多次测量同一物理量时，测量误差的大小和符号始终保持恒定或按一定规律变化，这种误差称为系统误差。系统误差的特征是其确定性，系统误差决定了测量结果的准确度。其来源主要有以下几个方面：

(1) 仪器误差。是仪器本身缺陷或未经校准或没有按规定条件使用而产生的误差。

(2) 理论误差。由于测量所依据的实验理论、实验方法及实验条件不合要求而产生的

误差。

(3) 环境误差。在测量过程中，由于温度、湿度、压强、振动、电源电压和电磁场等外界条件按一定规律变化所产生的误差。

(4) 观测误差。由观测者生理或心理特点导致的误差。使读数总是习惯偏大或偏小。

系统误差是一些实验误差的主要来源。由系统误差的确定性所决定，不能用增加测量次数的方法来发现或减少系统误差。必须通过分析研究，查清误差的来源，采取相应的措施来修正或消除系统误差。

4.偶然误差

在同一条件下，多次测量同一物理量，误差的绝对值和符号以不可预定的方式变化，这类误差称为偶然误差。偶然误差的特征是其值随机性，偶然误差决定了测量结果的精密度。

产生偶然误差的主要原因有：

(1) 仪器误差。由于测量仪器精度的起伏产生的误差。

(2) 人员误差。由于观测者感觉器官的灵敏度无规律的微小变化产生的误差。

(3) 环境误差。由于温度、湿度、气压及电磁场等外界条件的起伏产生的误差。

(4) 被测量本身的起伏和不稳定性产生的误差。

对一物理量进行一次测量，其偶然误差的出现没有任何规律，但在相同条件下进行多次测量，偶然误差的分布表现出明显的统计规律性，一般服从正态分布。具有如下特性：

(1) 单峰性。绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大。

(2) 有界性。绝对值很大的误差出现的概率趋于零。

(3) 对称性。绝对值相等的正负误差出现的概率相同。

(4) 抵偿性。由对称性可知，当测量次数足够多时，正负误差的代数和为零。

由偶然误差的上述特性可以证明，误差的算术平均值随着测量次数增加而趋于零。因此人们常采取增加测量次数的方法来减少偶然误差。

1.2 直接测量误差的估计

1.单次测量结果的误差估计

在实验中，有时由于条件不允许，或测量精度要求不高，或测量条件和待测对象比较稳定等原因，常对被测量只进行一次测量。

(1) 单次测量的最大误差估计。单次测量结果的最大误差由仪器的精度和测量条件等因素决定。一般说，可取仪器误差作为单次测量的最大绝对误差(极限误差)。对一般分度仪表，当没有给出示值误差时，可用分度值(或分度值的一半)作为单次测量的最大误差。当测量条件不允许进行正确测量时，单次测量的误差应比仪器误差适当取大些，由观测者凭经验确定一个估计误差作为单次测量的最大误差。

(2) 单次测量的标准误差估计。单次测量的标准误差可按下式计算：

$$\sigma = \frac{\Delta N_{仪}}{\sqrt{3}} \tag{1-2-1}$$

其中$\Delta N_{仪}$为仪器误差。值得说明的是以系统误差为主的仪器用标准误差来评价测量

结果的可靠程度是没有多大意义的。

2. 多次测量结果的偶然误差估计

设在相同的条件下对某物理量N做了k次无明显系统误差的独立测量，每次测量值分别为N_1，N_2, N_3，…，N_k。

(1) 算术平均值$\overline{N}$

算术平均值的计算公式为

$$\overline{N}=\frac{1}{k}\left(N_1+N_2+N_3+\cdots+N_k\right)=\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}N_i \qquad (1\text{-}2\text{-}2)$$

式中$\sum$求和从$i=1$到$i=k$。

理论上可以证明，当$k\to\infty$时，算术平均值趋于真值。因此，可以把算术平均值作为多次测量结果的最佳值。

(2) 偏差ΔN_i

测量值与算术平均值之差称为偏差，即

$$\Delta N_i=N_i-\overline{N}$$

(3) 算术平均误差$\overline{\Delta N}$

算术平均误差的计算公式为

$$\overline{\Delta N}=\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\left|N_i-\overline{N}\right| \qquad (1\text{-}2\text{-}3)$$

(4) 测量列的标准误差σ

测量次数有限时，测量列(或测量列中任一次测量)的标准误差计算公式为

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{k-1}\left[\sum_{i=1}^{k}(N_i-\overline{N})^2\right]} \qquad (1\text{-}2\text{-}4)$$

(5) 算术平均值的标准误差$\sigma_{\overline{N}}$

算术平均值的标准误差计算公式为

$$\sigma_{\overline{N}}=\sqrt{\frac{1}{k(k-1)}\left[\sum_{i=1}^{k}(N_i-\overline{N})^2\right]} \qquad (1\text{-}2\text{-}5)$$

3. 相对误差E

以上讨论的ΔN及σ都和测量值有相同的单位，有时也称其为绝对误差。为评价测量结果的优劣，还要看测量量本身的大小，为此引入了相对误差的概念。它定义为测量量的绝对误差与算术平均值之比，一般用百分数表示。因为相对误差是一个比值，所以没有单位。

$$E=(\Delta N/\overline{N})\times 100\% \qquad (1\text{-}2\text{-}6)$$

或

$$E=(\sigma/\overline{N})\times 100\% \qquad (1\text{-}2\text{-}7)$$

1.3 间接测量结果的偶然误差估计

在物理实验中，多数物理量的测量是间接测量。由于各直接测量值有误差，间接测量的

结果也具有误差。由诸直接测量值的误差估算间接测量值误差的关系式称为误差传递公式。

设待测的间接测量值为N，与之有关的各独立的直接测量值为x，y，z，…它们之间的函数关系为

$$N=f(x,y,z,\cdots) \tag{1-3-1}$$

(1) 间接测量结果的最大误差传递公式

在精确测量中,可以把误差看作无限小量而用微分法进行分析，对(1-3-1)式求全微分

$$\mathrm{d}N=\frac{\partial f}{\partial x}\mathrm{d}x+\frac{\partial f}{\partial y}\mathrm{d}y+\frac{\partial f}{\partial z}\mathrm{d}z+\cdots$$

将上式中的微分符号改为误差符号(增量符号)，考虑到最不利的情况，应把上式右端各项取绝对值相加，即得间接测量结果的最大误差传递公式

$$\Delta N=\left|\frac{\partial f}{\partial x}\Delta x\right|+\left|\frac{\partial f}{\partial y}\Delta y\right|+\left|\frac{\partial f}{\partial z}\Delta z\right|+\cdots \tag{1-3-2}$$

(2) 间接测量结果相对误差传递公式

表1-1 常用的函数的最大误差传递公式

函数表达式	绝对误差ΔN	相对误差E
$N=x+y$	$\Delta x+\Delta y$	$\dfrac{\Delta x+\Delta y}{x+y}$
$N=x-y$	$\Delta x+\Delta y$	$\dfrac{\Delta x+\Delta y}{x-y}$
$N=kx$(k为常数)	$k\Delta x$	$\dfrac{\Delta x}{x}$
$N=x\cdot y$	$x\Delta y+y\Delta x$	$\dfrac{\Delta x}{x}+\dfrac{\Delta y}{y}$
$N=x\cdot y\cdot z$	$xy\Delta z+xz\Delta y+yz\Delta x$	$\dfrac{\Delta x}{x}+\dfrac{\Delta y}{y}+\dfrac{\Delta z}{z}$
$N=x^n$(n为常数)	$nx^{n-1}\Delta x$	$n\dfrac{\Delta x}{x}$
$N=\dfrac{x}{y}$	$\dfrac{y\Delta x+x\Delta y}{y^2}$	$\dfrac{\Delta x}{x}+\dfrac{\Delta y}{y}$
$N=\lg x$	$\dfrac{\Delta x}{x\cdot\ln 10}$	$\dfrac{\Delta x}{x\cdot\ln x}$
$N=\sin x$	$\cos x\cdot\Delta x$	$\mathrm{ctg}\,x\cdot\Delta x$
$N=\cos x$	$\sin x\cdot\Delta x$	$\mathrm{tg}\,x\cdot\Delta x$

对于(1-3-1)式两端取自然对数，得

$$\ln N=\ln f(x,y,z,\cdots)$$

求全微分，得

$$\frac{\mathrm{d}N}{N}=\frac{\partial \ln f}{\partial x}\mathrm{d}x+\frac{\partial \ln f}{\partial y}\mathrm{d}y+\frac{\partial \ln f}{\partial z}\mathrm{d}z+\cdots$$

再将上式右端各项取绝对值并将微分符号改为误差符号，即得间接量的相对误差传递公式

$$\frac{\Delta N}{N}=\left|\frac{\partial \ln f}{\partial x}\Delta x\right|+\left|\frac{\partial \ln f}{\partial y}\Delta y\right|+\left|\frac{\partial \ln f}{\partial z}\Delta z\right|+\cdots \qquad (1-3-3)$$

对于使用标准误差的间接传递公式可按上述方法进行同样的处理。

在表1-1中，列出几种常用的函数的最大误差传递公式。在表1-2中，列出几种常用的函数的标准误差传递公式。

表1-2 常用的函数的标准误差传递公式

函数表达式	绝对误差 σ_N	相对误差 $\frac{\sigma_N}{N}$
$N=x+y$	$\sqrt{\sigma_x^2+\sigma_y^2}$	$\sqrt{\frac{\sigma_x^2+\sigma_y^2}{(x+y)^2}}$
$N=x-y$	$\sqrt{\sigma_x^2+\sigma_y^2}$	$\sqrt{\frac{\sigma_x^2+\sigma_y^2}{(x-y)^2}}$
$N=x\cdot y$	$\sqrt{y^2\sigma_x^2+x^2\sigma_y^2}$	$\sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2+\left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2}$
$N=\frac{x}{y}$	$\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{y^2}+\frac{x^2\sigma_y^2}{y^4}}$	$\sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2+\left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2}$
$N=kx$（k为常数）	$k\sigma_x$	$\frac{\sigma_x}{x}$
$N=\sqrt[k]{x}$（k为常数）	$\frac{1}{k}x^{\frac{1}{k}-1}\sigma_x$	$\frac{1}{k}\frac{\sigma_x}{x}$
$N=x^n$（n为常数）	$nx^{n-1}\sigma_x$	$n\frac{\sigma_x}{x}$
$N=\ln x$	$\frac{\sigma_x}{x}$	$\frac{\sigma_x}{x\ln x}$
$N=\cos x$	$\lvert\sin x\rvert\sigma_x$	$\lvert\mathrm{tg}\,x\rvert\sigma_x$
$N=\sin x$	$\lvert\cos x\rvert\sigma_x$	$\lvert\mathrm{ctg}\,x\rvert\sigma_x$

为简化计算，在实际计算间接测量结果的误差时，如果间接量和各直接量的函数关系式是和或差的关系，应先算绝对误差，如果是积或商的关系则应先算相对误差，然后由绝对误差和相对误差的关系 $E=\overline{\Delta N}/\overline{N}$ 求绝对误差。

例1 已知圆柱体的质量为 $m\pm\Delta m$，直径为 $d\pm\Delta d$，高为 $h\pm\Delta h$，求圆柱体密度的最大误差公式。

解：圆柱体密度计算公式

$$\rho=\frac{4m}{\pi d^2 h} \qquad (1)$$

求对数

$$\ln\rho=\ln 4+\ln m-\ln\pi-2\ln d-\ln h$$

求全微分，取绝对值并改为误差符号

$$\frac{\Delta\rho}{\rho}=\frac{\Delta m}{m}+\frac{2\Delta d}{d}+\frac{\Delta h}{h}$$

两端与(1)式相乘，不难得出绝对误差公式

$$\Delta\rho=\frac{4}{\pi d^2 h}\Delta m+\frac{8m}{\pi d^3 h}\Delta d+\frac{4m}{\pi d^2 h^2}\Delta h$$

1.4 测量结果的表示

测量结果应当包括测量值$\overline{N}$，绝对误差ΔN，相对误差E和单位，测量结果一般写成

$$N=\overline{N}\pm\overline{\Delta N}\text{(单位)} \tag{1-4-1}$$

$$E=\overline{\Delta N}/\overline{N}\times 100\% \tag{1-4-2}$$

1.单次测量结果的表示为

$$N=N\pm\Delta N_{仪}\text{(单位)}$$

$$E=\Delta N_{仪}/N\times 100\%$$

2.采用最大的误差的多次测量

当$\overline{\Delta N}>\Delta N_{仪}$时，测量的结果表示为

$$N=\overline{N}\pm\overline{\Delta N}\text{(单位)}$$

$$E=\overline{\Delta N}/\overline{N}\times 100\%$$

当$\overline{\Delta N}<\Delta N_{仪}$时，测量的结果表示为

$$N=\overline{N}\pm\Delta N_{仪}$$

$$E=\Delta N_{仪}/\overline{N}\times 100\%$$

对于采用标准误差时可同理表示。

测量结果写成$N\pm\Delta N$形式，表示真值在$N-\Delta N$至$N+\Delta N$范围内出现有一定的概率，概率的大小与误差的估计方法有关。

1.5 有效数字

1.可靠数字与存疑数字

用分度值为1mm的米尺来测量物体的长度时，使物体的一端和米尺的“0”刻线对齐，另一端处于32和33两刻线之间，这样从米尺上可以准确地读出32mm，测量者一般还可以读出毫米以下数值，根据实际情况可估读到分度值的1／10，1／5或1／2。前例中如果处于32和33mm两刻线的4／10处，则应记录物体长度$L=32.4$mm，此时再往下估读一位就无意义了，因为测量值的最后一位已经是误差所在位了。当出现以下情况时，不要在最小分度后再估读。

(1) 仪器本身不能估读，如游标卡尺；

(2) 待测对象较粗糙；

(3) 测量方法较粗糙；

(4) 仪器的分度值优于仪器误差。

依据仪器刻线准确地读出的数字为可靠数字，估读的数字为存疑数字。存疑数字虽然可靠性较差，但它还是在一定程度上反映了实际情况，因此也是有意义的。也可以说测量数据中不出现误差的数字是可靠数字，出现误差的数字是存疑数字。

2.有效数字

测量结果中可靠数字部分加上一位存疑数字称为测量结果的有效数字。或者说有效数字的最后一位是误差所在位。因而在不要求计算误差或不能估算误差的情况下，有效数字是测量结果的粗略表示方法。

直接测量值属于直接有效数字，它能直接反映测量仪器的分度值。如用米尺测长度的结果为$L=32.0\text{mm}$。从中可以看出米尺的分度值是1mm。因此若写成$L=32\text{mm}$，虽然数值没变但由于有效数字少了一位，测量精度显然不一样。

间接测量值属于间接有效数字，它不能反映测量仪器的分度值。

3.几点说明

(1) 有效数字中的“0”。用来表示小数点位置的“0”不算有效数字，不是用来表示小数点位置的“0”应算有效数字。例如

$1.30\text{mm}=0.130\text{cm}=0.00130\text{m}$

无论单位如何变化，均为3位有效数字。

(2) 科学记数法。上例中的1.30mm若转换成微米为单位则应变为1300微米，显然它夸大了测量精度，因而应改为科学记数法，写成有效数字乘以10的指数的形式，这在表示很小或很大的数字时非常方便。如：

$$1.30\text{mm}=1.30\times10^{3}\mu\text{m}=1.30\times10^{6}\text{nm}$$

(3) π、e 、$\sqrt{3}$等常数。参与运算时的常数应比其它数的有效数字多取1～2位。

(4) 测量结果的绝对误差仅提供了测量值的不准确程度，它可以决定测量值的有效数字位数。其本身的位数一般只取1～2位。

4.有效数字运算规则

(1) 几个数作加减运算时，运算结果的有效数字以参加运算的各数中最大的存疑数的位置为准取齐。

(2) 几个数做乘除运算时，运算结果的有效数字的位数与各数中有效数字位数最少的相同。

(3) 对某数取对数，运算结果的小数部分的位数与真数的有效数字位数相同。

(4) 指数 e^{x}，10^{x}的运算结果，小数点前留一位数，小数部分的位数与x的小数点后面的位数相同(包括小数点后相邻的“0”)。

(5) 某数x开平方，其平方根的有效数字位数与x的有效数字位数相同。

(6) 用分度值为1分的分光仪测角度时，三角函数可取四位有效数字。

应当指出，所有以上规则都是近似的，按上述规则计算，有时会出现比有效数字多一位或少一位的情况。

5.研究有效数字的意义

测量结果的位数不能随意取，因为测量值的最后一位是误差出现的位。将有效数字的

定义与绝对误差结合起来，可得如下关系：

(1) 正确确定测量值有效数字位的依据是绝对误差。

(2) 确定测量结果位数的方法是将测量值的末位数对照绝对误差的位取齐。

上述方法对单次测量，多次测量和间接测量都适用。因此，在计算间接测量结果时，可以按有效数字运算法则初步确定测量值的位数，待误差计算出来后，再用绝对误差最后确定测量结果的位数。

例2 用分度值为0.05g的物理天平测得某圆柱体的质量$m=55.38$g,用分度值为0.02mm的卡尺测得高h为39.92，39.90，39.94，39.98，39.88，39.86，39.84，39.96，39.86，39.82mm，用分度值为0.01mm的千分尺测得直径d为14.920，14.929，14.924，14.927，14.925，14.926， 14.920，14.922，14.928，14.923mm，千分尺的零点读数$d=-0.004$mm,求圆柱体的密度 $\rho\pm\Delta\rho$ 。

解：$m\pm\Delta m=55.38\pm0.05\text{g}$

$$\overline{h}=\sum_{i=1}^{10}h_i/10=39.90\text{mm}$$

$$\overline{\Delta h}=\sum_{i=1}^{10}|h_i-\overline{h}|/10=0.04\text{mm}$$

因为 $\overline{\Delta h}>\Delta h_{仪}=0.02\text{mm}$

所以 $h\pm\Delta h=39.90\pm0.04\text{mm}$

$$\overline{d}=\sum_{i=1}^{10}d_i/10=14.924\text{mm}$$

$$d=\overline{d}-d_o=14.924-(-0.004)=14.928\text{mm}$$

$$\overline{\Delta d}=\sum_{i=1}^{10}|d_i-\overline{d}|/10=0.001\text{mm}$$

因为 $\overline{\Delta d}<\Delta d_{仪}=0.004\text{mm}$

所以 $d\pm\Delta d=14.928\pm0.004\text{mm}$

$$\rho=\frac{4m}{\pi d^2h}=\frac{4\times55.38}{\pi\times14.928^2\times39.90}=7.930\text{g}/\text{cm}^3$$

$$\frac{\Delta\rho}{\rho}=\frac{\Delta m}{m}+\frac{2\Delta d}{d}+\frac{\Delta h}{h}$$

$$=\frac{0.05}{55.38}+\frac{2\times0.004}{14.928}+\frac{0.04}{39.90}=0.24\%$$

$$\Delta\rho=\rho\frac{\Delta\rho}{\rho}=7.930\times0.24\%=0.02\text{g}/\text{cm}^3$$

$$\rho\pm\Delta\rho=7.93\pm0.02\text{g}/\text{cm}^3$$

1.6 测量数据的处理方法

物理实验中常用的数据处理方法有列表法、作图法、逐差法和最小二乘法。

1.列表法

列表法就是将一组实验数据中的各变量按一定的顺序一一对应地在表格中排列出来。

列表法的优点是容易进行比较，可以初步分析变量间的关系。

列表法的要求：表格要尽量简明，写清楚表的名称、表中所列物理量的符号及单位。表中数据的有效数字应与所用仪器的精度一致。数据书写应整齐清晰。

例3 用伏安法测某电阻的实验数据如表1-3所示。

表1-3　伏安法测电阻的数据

U(V)	0.00	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	7.00
I(mA)	0.0	10.2	19.8	30.3	40.1	49.8	59.9	70.1

2. 作图法

(1) 作图法的特点

用作图法处理实验数据的优点是直观、简明和形象，作出图线有对多次测量取平均值的效果。缺点是精度低，作图本身还会给实验结果引入附加误差。

(2) 实验图线的用途

实验图线可以用来深入研究物理量之间的关系及特性；验证物理定律；寻求经验公式；进行物理量的求值等等。

(3) 作图规则

①选坐标纸。作图一定要用坐标纸。坐标纸可根据具体情况选用直角坐标纸、半对数坐标纸和全对数坐标纸等。

②选坐标轴。一般用横轴代表自变量，纵轴代表因变量。并在坐标轴末端旁边标明物理量的符号及单位。

③选坐标轴的分度值。坐标轴分度值选取的要求是：原则上不应丢失测量数据的有效数字。即坐标纸上最小格应与仪器的分度值相当。分度值选取应便于读数和标记，并能使图线大体上充满坐标纸。

为了便于标记和读图，选好坐标轴的分度值后，在坐标轴上每隔10或20小格等间距地标出各坐标分度所代表的整数数值。

④标点。实验点可用“×”、“.”、“○”等符号标出，符号大小应与测量的误差相适应。一般情况下约为1～2毫米。

⑤连线。用透明直尺或曲线板，根据不同情况把实验数据点连成直线或光滑曲线。一般说来，连线时应尽量使图线紧贴所有数据点通过。但图线本身不一定通过所有数据点，应尽量使不在图线上的数据点以大体相同数目均匀分布在图线的两侧。

⑥写图名。在图纸下方写出简明的图名。一般将因变量写在前面，自变量写在后面，中间用符号“～”连结。在图名下方注明实验条件和必要的说明。

例4 将表1-3所列伏安法测电阻的数据在直角坐标上作图，如图1-1所示。

(4) 物理量的求值

许多物理量可以从直线的斜率和截距求得。若图线类型为直线方程式

$$y = kx + b$$

可在图线上任取相距较远的两点 $P_1(x_1,y_1)$ 和 $P_2(x_2,y_2)$（注意：不得使用原始实验数据，必须从图线上找两点），于是得到

$$y_1 = kx_1 + b$$
$$y_2 = kx_2 + b$$

解上列方程组可得直线斜率 k 和 b。

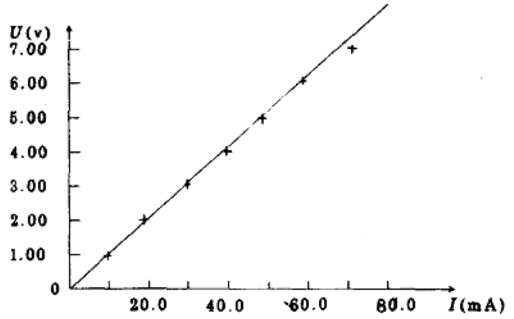

图1-1 伏安法测电阻作图举例

由于直线是能够最精确绘制的图线，因此许多非线性函数关系可以通过取对数、半对数或倒数等方法变换成线性关系（见表1-4），即把曲线变成直线，称为直线法。许多非线性函数改直以后，也可以通过求直线的斜率和截距来进行物理量的求值，直线法处理数据可参见实验二十二。

表1-4　可以线性化的函数形式

函　数　式	变　量　变　换	变换后的关系式
$y^2=2px$（p 为常数）	$X=x^{\frac{1}{2}}$，$Y=y$	$Y=\sqrt{2p}\,X$
$y=ax^2$（a 为常数）	$X=x^2$，$Y=y$	$Y=aX$
$y=a\frac{1}{x^2}+b$（a，b 为常数）	$X=\frac{1}{x^2}$，$Y=y$	$Y=aX+b$
$y=ae^{bx}$（a、b 为常数）	$X=x$，$Y=\ln y$	$Y=bX+A(A=\ln a)$
$y=ax^b$（a、b 为常数）	$X=\ln x$，$Y=\ln y$	$Y=bX+A(A=\ln a)$

3. **逐差法**

如果两个物理量之间满足线性关系（$y=kx+b$），而且自变量 x 是等间距变化，可以采用逐差法处理实验数据。

逐差法的特点是充分利用多次测量的实验数据，起到减小测量误差的作用。

逐差法计算程序如下：

(1) 将测量数据列表。

(2) 将因变量按测量先后次序分成两组

y_1，y_2，…，y_n

y_{n+1}，y_{n+2}，…，y_{2n}

(3) 将对应项相减

$$\Delta y_1 = y_{n+1} - y_1$$
$$\Delta y_2 = y_{n+2} - y_2$$
$$\cdots\cdots$$
$$\Delta y_n = y_{2n} - y_n$$

(4) 求差值的平均值

$$\overline{\Delta y} = \frac{\Delta y_1 + \Delta y_2 + \cdots + \Delta y_n}{n} \tag{1-6-1}$$

(5) 求算术平均误差

$$\overline{\Delta(\overline{\Delta y})} = \frac{|\Delta y_1 - \overline{\Delta y}| + |\Delta y_2 - \overline{\Delta y}| + \cdots + |\Delta y_n - \overline{\Delta y}|}{n} \tag{1-6-2}$$

逐差法数据处理的实例可参见实验三和实验五。

4.最小二乘法

最小二乘法是一种比较精确的曲线拟合方法。它的主要原理是：若能找到一条最佳的拟合曲线，那么各测量值与这条拟合曲线上对应点之差的平方和应是最小的。为了方便，通常总是假定自变量是准确的，因变量的各个值带有测量误差。现以直线方程为例，应用最小二乘法求直线的斜率和截距。通常称之为一元线性回归。

设实验测得的一组数据是x_i，$y_i(i=1,2,\cdots,n)$，拟合后最佳直线的斜率为k，截距为b，对应每一x_i，在直线上有一点$y_i'=kx+b$。则测量值y_i与直线上对应点y_i'的偏差为

$$d_i = y_i - y'_i = y_i - (kx_i + b) \tag{1-6-3}$$

令偏差d_i的平方和为Q

$$\sum d_i^2 = \sum (y_i - kx_i - b)^2 = Q$$

根据最小二乘法原理，应使该偏差的平方和最小，即

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial k} &= -2\sum (y_i - kx_i - b)x_i = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial b} &= -2\sum (y_i - kx_i - b) = 0 \end{aligned} \tag{1-6-4}$$

联立方程式(1-6-4)称为一元线性回归的正规方程，得

$$\begin{aligned} k &= \frac{\sum x \sum y - n\sum xy}{(\sum x)^2 - n\sum x^2} \\ b &= \frac{\sum xy \sum x - \sum y \sum x^2}{(\sum x)^2 - n\sum x^2} \end{aligned} \tag{1-6-5}$$

式中$\sum x$、$\sum y$等都已省略了脚标i，n为测量次数。

得到直线的斜率k和截距b后，有时为了验证x、y之间是否符合线性相关，还要进一步求出相关系数r

$$r = \frac{\sum xy - \frac{1}{n}\sum x \sum y}{\sqrt{[\sum x^2 - \frac{1}{n}(\sum x)^2][\sum y^2 - \frac{1}{n}(\sum y)^2]}}$$