

工业美学及造型设计

黄积荣 万国朝 等编译

新 时 代 出 版 社

内 容 简 介

本书全面地论述了工业产品造型设计的基础理论与实践，是一本图文并茂、通俗易懂、内容极其丰富的书。

全书共十二章，前七章为工业美学及造型设计的基础理论部分，详尽地介绍了形态学、色彩学、人机学、材料学、工业产品造型设计的表现方法及其原则与程序等诸方面的理论。第八至十二章为工业产品造型设计的实践，分门别类地从各种产品的发展过程论述了造型设计的程序和特有的表现方法，并提供如照像机、缝纫机、钟表、汽车、摩托车、自行车、家具、钢笔、情报处理机、乐器、办公用品、家用电器、热水瓶、塑料制品、产品标牌和螺钉等的造型演变过程及其设计成果。

本书可供造型设计单位和研究单位的有关人员、造型设计的爱好者、大专院校有关专业（如工业造型设计、建筑设计、环境艺术、室内陈设、机械设计、陶瓷美术、染织美术、商品包装装潢设计、书籍装帧等）师生参考。

工业美学及造型设计

黄积荣 万国朝 等编译

新时代出版社出版 新华书店北京发行所发行

国防工业出版社印刷厂印刷

787×1092毫米 16开本 27.5印张 645千字

1986年10月第1版 1986年10月北京第1次印刷

印数：0,001—5,500册

统一书号：15241·67 定价：5.60元



前 言

随着现代科学技术的突飞猛进,工农业生产的迅速发展,人们热切地希望改变自己的生活条件,越来越迫切地要求获得科学和艺术完美结合的日用工业产品。不仅要有优良的适用性,而且还要具有高度的艺术性,这是当今工业产品造型设计的世界潮流。艺术在某种程度上来说是人类精神面貌的反映,也是人类文明的标志之一。所以,要使工业产品不仅成为科学珍品,而且还要成为艺术珍品,这是时代赋予工业造型设计师的光荣而艰巨的任务。

要使我国的产品不断创新,就不能拘泥于固有的技法、材料、加工工艺和陈旧的创作理论,而必须在原有的理论与实践的基础上,不断发展新理论,采用新材料、新工艺和创造新型设计。为此,我们编译了《工业美学及造型设计》一书。

本书全面论述了工业产品造型设计的基础理论与实践。前七章为工业美学及造型设计的基础理论部分,从形态学、色彩学、人机学和材料学诸方面详尽地介绍了造型设计人员必须具备的基础理论知识,对提高设计人员的美学素养及设计构思能力将有指导意义。后五章为工业产品造型设计的实践,分门别类地从产品的发展过程论述了造型设计的构思形成过程,并以大量的实例介绍了国外的各工业产品的造型实践。

本书既可作为初学造型设计人员的入门指导书,也可作为工业造型设计师开拓思路的参考;既可作为造型设计专业的辅导教材,同时又对研究人员也有启发指导作用。

在编译本书过程中,主要参考了日本《工業テ“サ”イン全書》及《寔踐の工業製品テ“サ”イン集その表面処理技術》等书。《工業テ“サ”イン全書》是由日本美学界及造型设计领域内有关专家、教授多人编著而成的,内容通俗易懂、立论精堪、分析透彻、图文并茂,是艺术与科学高度结合的佳著。

参加本书编译工作的有黄积荣、万国朝、张华容、李士俊、姜林、张寿宝、张鄂民、李志才和林霁栋等。在编译过程中,还得到梁国显同志的指导和大力支持,在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限和编写时间仓促,书中内容难免有错误、缺点,敬请读者批评指正。

编译者

1983.12

目 录

第一章 形态学

第一节 什么是形态	1
第二节 形态的美学	26
第三节 形态的构成	42

第二章 色彩学

第一节 颜色与视觉	54
第二节 颜色系统	57
第三节 颜色的心理效果	65
第四节 配色与调和	70
第五节 配色技术	74

第三章 人机学

第一节 概论	81
第二节 从人机学的立场研究机械设计的改进	82
第三节 人的动作	84
第四节 身体的测量值	89
第五节 动作中的力	96
第六节 步行动作	100
第七节 作业姿势	104
第八节 人体的运动范围	108
第九节 作业点的高低	114
第十节 动作的合理化	119
第十一节 手的动作	124

第四章 工业造型用金属材料及其加工技术

第一节 金属的特征与一般性质	129
第二节 钢铁材料	140
第三节 有色金属及其合金材料	159
第四节 金属材料的成形技术	163

第五章 工业造型设计用非金属材料及其加工技术

第一节 塑料	195
第二节 合成橡胶	211
第三节 涂料及涂饰	219
第四节 玻璃	227
第五节 陶瓷材料及复合材料	231
第六节 木材、竹材与藤材	237

第六章 工业造型设计的表现方法

第一节 概述	251
第二节 草图	253
第三节 图学	256
第四节 形象图	273
第五节 模型的制作	287

第七章 工业产品造型设计的原则与程序	298
第一节 何谓工业造型设计	298
第二节 工业产品造型设计的必要性	303
第三节 工业产品造型设计的原则	310
第四节 工业造型设计的构思及其展开	312
第八章 照像机、缝纫机、钟表的造型设计	325
第一节 照像机及其造型设计	325
第二节 缝纫机及其造型设计	329
第三节 钟表及其造型设计	333
第九章 自行车、摩托车、汽车的造型设计	341
第一节 自行车及其造型设计	341
第二节 摩托车及其造型设计	349
第三节 汽车及其造型设计	353
第十章 家用器具的造型设计	360
第一节 家具的造型设计与表面整饰	360
第二节 家用电器及其造型设计	369
第三节 暖水瓶及其造型设计	378
第四节 厨房用具及其造型设计	385
第十一章 文化娱乐用品的造型设计	392
第一节 自来水笔及其造型设计	392
第二节 信息处理机及其造型设计	395
第三节 办公用品及其造型设计	401
第四节 乐器及其造型设计	405
第十二章 其它工业产品的造型设计	415
第一节 塑料制品及其造型设计	415
第二节 产品标牌及其造型设计	426
第三节 螺钉及其造型设计	430

第一章 形态学

第一节 什么是形态

一、形的定义

造型设计师的任务是经济地把综合的要求用“形”表现出来。设计出来的东西必须好用、美观，具有独创性。“形”的好坏不仅仅是好看与否，还体现在能否充分发挥使用上的效果。

那么，“形”到底是指什么呢？从字典中可知，“形”是指：（1）物体的模样、形体；（2）姿态；（3）样子、状态等。“形”相当于形状、形态、容貌等词。

在此，简单地定义为：“形是我们所能感觉到的物体的样子”；“形态是形的模样”。

二、形与心理

按照心理学的定义，形的意思取决于人们从形本身及周围关系所联想的心理因素。所谓形态是指由全体决定各部特征的结构全体模样。对造型设计师来说，需要了解的是人类如何理解形态。

人类认识形态是靠视觉和触觉。由视觉捕捉和由触觉弄清楚往往是一致的，但一般说来，视觉敏锐，远比触觉能辨别微妙的差异。但是，各种材料和物品的表面状况一定要靠触觉来判断，如若有触觉的经验作为基础，用眼直观也能感觉到。总之，对于人类来说，视觉是第一优势，即由于光线对眼睛的作用使人感觉到色与形。

正如大家所熟知的，对视觉的刺激是波长700毫微米的红色到400毫微米的紫色的可见光线。这种刺激配置的方式表现为形态。本来，视觉是一种空间的感觉，我们把空间的感觉叫做视空间（Visual space）。这又分为生理的一次印象和经验的二次印象。

生理的一次印象是由眼构造的机能而产生的，它有三种作用：（1）调节作用，即随着被视物的接近，毛状肌产生收缩；（2）瞄准作用，即随着被视物的移动，动眼肌产生收缩；（3）两眼视差，即左右两眼所产生映象的错位。

经验的二次印象是由于经验而产生的。映象的性质有七项内容：（1）映象的大小，即具有一定大小的物体，距离越远，看起来越小；（2）大小的比例，即同时映入眼中物体大小的比例，从而产生远近的感觉；（3）映象的鲜明度，即近处的物体比远处的物体映象鲜明度高；（4）映象的形状，即平行线间的距离，远端比近端窄，到无限远处两线交汇于一点；（5）映象的重合，即近处的遮住远处的一部分；（6）阴影，即由光线产生的明暗对比，从而增强了立体感；（7）视野内的高低，即通常处于上方的物体有较远的感觉。

上述的印象，即具有特别形式的刺激配置，也可以说是为达到某种特殊目的应具备的某些必要条件。例如，为了使某种物品具有清晰的“形态”时，要考虑刺激配置方

法问题。为达到这种目的，应使轮廓线与配置方法相适应。

1. 注意的条件

注意可分为能动的和被动的两大类。前者是通过人的眼、耳、吸引其注意；后者则是由于注意者的兴趣和关心所产生的。被动的注意又分为受先天条件支配和由后天习惯产生的两种。

1) 能动的注意

- (1) 强度和大小。
- (2) 反复。
- (3) 变化。
- (4) 对比。
- (5) 运动（广义地说，包括变化）。
- (6) 刺激的性质（如痛感、特殊颜色、高声、某种意义的刺激）。
- (7) 位置（正面和侧面）。
- (8) 明确的外形。

2) 被动的注意

- (1) 共同关心的内容，如异性、食物等。
- (2) 由于习惯而产生的，即使受到同样的刺激，也因接受者经验及专长而各不相同。

(3) 接受时的态度，有无主观的愿望、预想、期待等。

除上述内容以外，还有时间方面的问题（如注意力能持续多久），能注意到的范围问题，注意力的集中与分散问题等。

2. 注意的综合条件

当现象呈现在人们面前时，注意的程度将随各人的状态和过去的经验而不同。即使刺激的质与配置相同，由于感受者不同也可能产生不同的印象，在当时的情况下，当然选取好的印象。正象从好的形象的规律可以想象到的那样，有时会得到意料之外的结果，如图 1-1 (a)、(b) 所示。利用这样的现象，可以得到更好的形象。我们把这种现象称为“好的错觉”，进行色音检查所用的图形就是利用这种现象的例子之一。如果

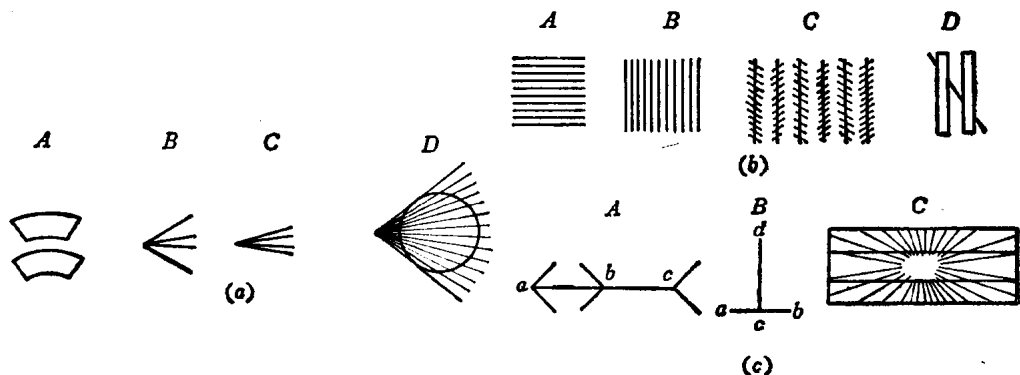


图1-1 几何图形的错觉

把正常人所辨认的彩色图形同色盲患者能辨认的彩色图形相比较，当然是不同的。对色盲患者来说，如果后者是好的形态，而前者则是低劣的形态。我们把这一现象称作“没错的错觉”。

在图 1-1 (a) 中，A 图的两个扇形实际相同，但看起来下面的大些；B、C 图中的小夹角相等，但看起来 B 显得小些；D 看起来变形了。图 1-1 (b) 中的 A·B 是正方形，但看起来 A 的纵向长，B 的横向长；B、C、D 竖直线段都是互相平行的，但看起来都互相倾斜；D 中斜线实际上是一条直线，但看起来三段相互错位了。在图 1-1 (c) 中，A 图中的 $ab=bc$ ，但看起来似乎 $ab<bc$ ；B 图中实际上 $ab=dc$ ，但看起来似乎 $ab<dc$ ；C 图的中央横放的是两条平行直线，看起来中部似乎向外鼓起。

如后文要提到的画谜之类的图形，从这种观点来看，可以说是由图形中部分的正面形态和反面形态优势之差所产生的。

以夜空的星星为例，我们所感觉的星星的形象是距离和亮度综合作用的结果。无论希腊神话中的猎户、大熊、大鹏星座，还是中国的牛郎织女和月中玉兔以及日本的昴宿星团，都可以成为形态的良好素材。而上述各种星座的命名则是由于民族、个人、时代的差别发挥不同的想象力的结果。

对于这样的“综合”来说，过去的经验肯定是很重要的条件，但也有与刺激的性质有关的条件。沃泽默研究了由点和线经过种种排列而得到的“综合”结果，列举出下列主要因素：

- 1) 接近的作用，或不连续的要素之间距离的作用 (nearness)。
- 2) 共同的命运，同时同一方向运动的因素 (movement)。
- 3) 连续、好的形状，直线与优美的曲线并列，左右匀称等 (continuance and closure)。
- 4) 诸要素的类似 (similarity 或 equality)。
- 5) 与个人当时的态度相一致的因素 (set)。
- 6) 由过去的经验或习惯容易综合出自己所熟悉的东西的外形 (experience)。

由于上述因素作用的结果，在感觉的同时将其群化或分离，便可以导致优良形态的实现。所谓优良的形态通常是有规则的、单纯的和匀称的。

3. 图形和衬底

对于所描绘的一系列图形，可以很好地用形态的法则来说明。形的均衡性或封闭性的原理说明刺激配置是何等重要。以棋盘格 (见图 1-2) 等为代表的最简单的反转图形来说，就是根据刺激配置的状况使图与衬底反转 (根据观察者对衬底的主观选择可以产生不同的效果)。被选作衬底的部分则成为“看不见”的图形。可以感到清晰地浮现出来的部分叫做图形。看起来不清晰而退隐的部分称为衬底 (见图 1-3、1-4)。

最早说明图形与衬底关系的是埃德加·鲁宾。他对图形与衬底表现方面的差别作了如下的说明：

- 1) 设计出图形的形状后，衬底的形状也就确定下来了。
- 2) 对于感觉来说，衬底不是被图形所分割，而是图形的延续。
- 3) 图形具有物体的特性，而衬底则是有不定形物体的特性。
- 4) 图形的地位突前，衬底在后。

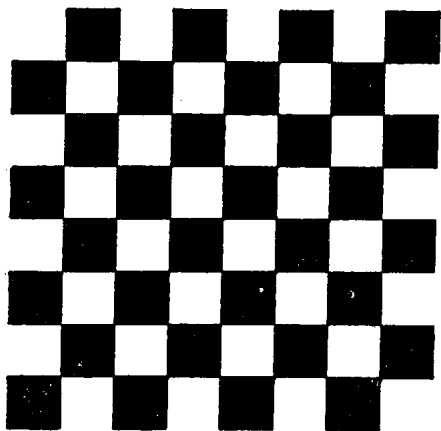


图1-2 反转图形（棋盘格）



图1-3 可以看成两种脸形（年轻女人或老太婆）

5) 二者相比，图形给人以较强的印象，容易记住，而且更有意义。哪一方算是图形？哪一方算是衬底？这是说明优良形态的主要标志。图 1-5 所示的是沃泽默和戈塔沙

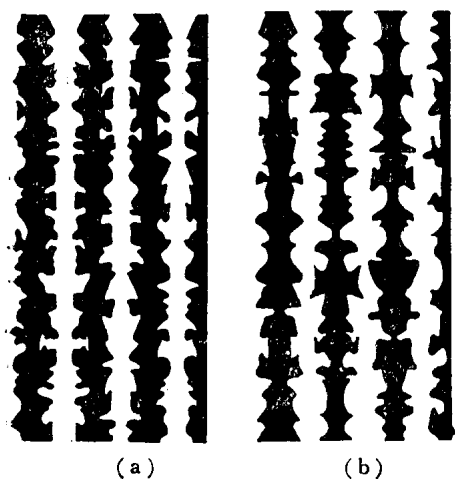


图1-4 图形与衬底
(a) 黑底白图；(b) 白底黑图。

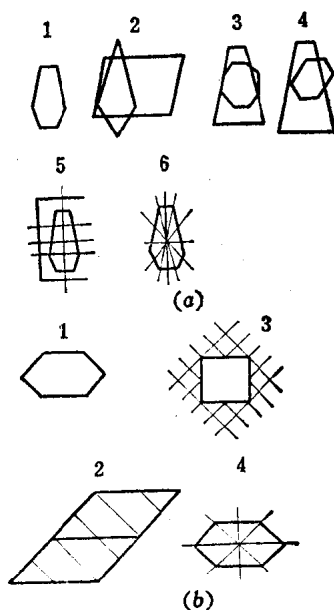


图1-5 沃泽默(A)与戈塔沙德特(B)的图形

德特的实验例子。它说明了在图形中加上或去掉线条时，随着这些线条是否与原图的结构相适应，具有极不同的效果。因此，图形与衬底的刺激配置方式即造成对比，使其对比更加鲜明或更加单纯化，是很重要的。优良的图形容易发挥出图的作用，而一般的图形易于显示出衬底的作用。重复描绘同样的颜色或点子，为了表现所谓的图案的质感，通过某种程度的重复的变化方法，可以得到具有等质倾向的图形，若在此基础上将刺激配置的方式加以某种变化，则会产生其他的作用。

三、形态的分类

形态也常常由于其周围状况的某种变化而具有另外的意义，由于刺激配置的方式而引起某种意义的改变说明形态具有相对性，然而与周围状况无关，形态自身所具有的原来的性质是不变的，圆的就是圆的，方的就是方的。如玻璃圆球、长的柱子或方的纸，无论放在什么形体里，原来形态都不会改变。当这些形状与其它形状组合而形成某一形态的一部分时，仅仅是它与其他部分有共同性的部分或与整体有关连的部分显出了另外的形状。只是在这种意义上说形态具有相对性。

根据我们的经验而感受到的形态，一定是在自然界中现实存在的形态的基础上大大扩展了的结果。在规定某种形状时，所使用的形容词都是经过一般化和抽象化的。例如，圆的、方形的、不具有面积的点、无粗细的直线等概念都含有现实所不存在的理念的形态。

这样一来，可以把形态分为理念的和现实的两类。理念的形态是纯粹抽象化的，又称为纯粹形态或抽象形态。现实的形态又可分为自然界原有的自然形态和人手加工出来的人为形态。

理念的形态如前所述，虽然和现实的东西相近似，但实际是不存在的，从造型的立场出发，有必要把它作为造型要素直观地表示出来。把理论的点、线、面等用可见的图形描绘出来，即用具有面积的点来表示理论上的点，同样，用有粗细的线和有厚度的面来代替理论上的线和面。这样，可以抽去现实形态的除图形以外的各种属性而表现理念的形态。

现将上述内容归纳如下：

形态 { 理念的形态—抽象形态或纯粹形态
现实的形态— { 自然形态
 人为形态

1. 理念的形态

在此仅概要地说明，详细的论述可参考“形与数学”一节。

与几何学一样，纯粹形态的基本形式是点、线、面及立体。它们理论上的定义见表 1-1。

表1-1 纯粹形态的基本形式

基 本 形 式	动的（积极的）定义	静的（消极的）定义
点	只代表位置而无大小	线的端部或交叉处
线	点运动的轨迹	面的端部或交叉处
面	线运动的轨迹	立体的端部或交界
立体	面运动的轨迹	物体所占据的空间

1) 点 在造型中使用的点具有位置，也具有大小，而被看成点的大小的界限不仅取决于形状，也取决于它与周围的关系（见图 1-6）。理论上点是无限小的圆，只要小到能感觉到的点、什么形状都可以。例如，正方形、正三角形、其他任何形状都是可以的。

2) 线 线是点运动的轨迹。与点一样，造型设计中的线也是有粗细的。线的粗细



图1-6 点的形状

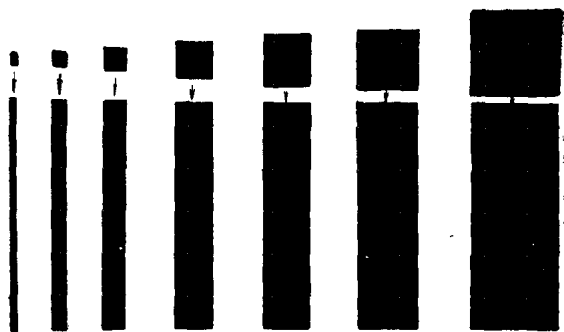


图1-7 点在垂直方向上移动所形成的线

是由点的大小所决定的，但是线的宽度必须比长度小得多，图 1-7 所示的是点和其按垂直方向运动所形成的线。从图 1-7 右边可以看到，和点的大小相比运动量就小了，这与其说成是线，还不如理解为面更为恰当。线和面的区别是由相对量的关系来决定的。

线的第一个性质是长度。长度是由点的移动量所决定。此外，主要决定线的特性的是其运动形式、运动速度、运动速度的稳定或者变化等，从而赋予线以各种各样的特性（见图 1-8）。再有就是通过移动的方向使线产生受外力作用的特性。所有这些因素，构成了线的基本形式。

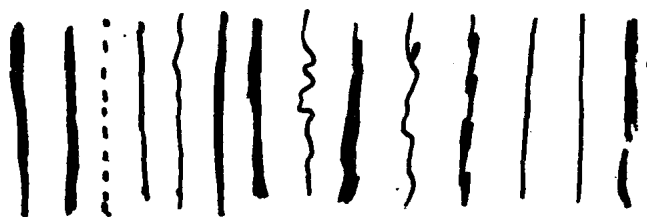


图1-8 线的各种特性

点的移动方向不变时则形成直线，方向不断变化时则成为曲线。线的直、曲是所有形状的代表。线的受力方式、方向和特性与形态的联想相结合，可以细化感情内容，根据其方向的变化可以联想到外力的作用。细线、粗线、明线、暗线、速度的大小和方向的变化是各式各样的（见图 1-9）。例如，按常规画的直线可表现强度；垂直线可表现庄重和升降；水平线表现静止；斜线具有能量感；柔和起伏的曲线表现轻快的运动等等。

3) 面 面是由线的运动而形成的（见图 1-10），理论上的平面在自然界中并不存在。平面的效果能表示由切断而产生的面。使用具有平面效果的表示方法时，一定要避免能引起空间感觉的各种表现手法（阴影、立体描写，远近法的描线等）。

由图形（如正方形和圆形）通过切断可以获得新的面。

4) 立体 立体是由面的运动而形成的。在自然界中，所能见到的形都是立体，可是作为纯粹形态，在一切立体物的基本要素上，必须是球、圆筒、立方体等这些简单的东西。为了制作这些东西，必须利用实材，如木材、金属、石膏、纸等。不过在这种情况下，其材料的结构则是另外的问题。总之，无论是什么材料制造的东西，作为纯立体只是其理想的形和大小。

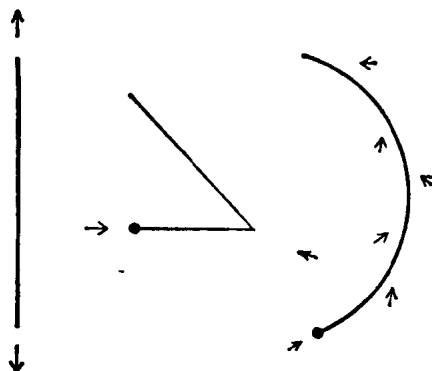


图1-9 点运动而产生的线

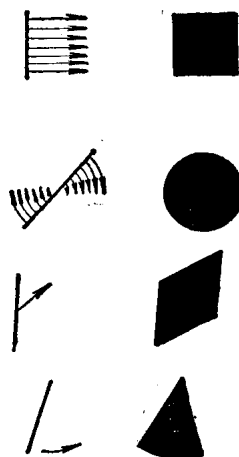
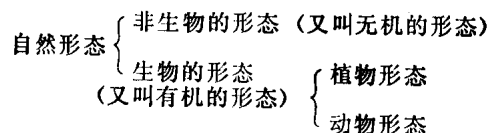


图1-10 线运动而产生的面

2. 现实的形态

现实的形态是指我们周围存在的所有物体的形状。把经过加工制成的形态与自然形态相区别称为人为形态。

1) 自然形态 自然物是包括人在内的所有的东西，是与人类的意志和要求无关而独立形成的。按自然形态上的特点分类是十分困难的，因此，通常根据自然科学分类方法来分类。



上述分类方法不仅用于自然形态，也常常用于理念的形态和人为形态。

2) 人为形态 自然形态与自然物和人为形态与人为物的区别在于是否加进了人的意志。即使原来是相同的自然物，自然形态中也没有加入人类的意志和与其相应的技术。按历史的观点来说，自然是中心，人类是模仿自然，从自然中得到启示而进行造型活动的。在“自然形态的模仿”背后，有各种各样的动机，对自然形态的模仿起着指导原理的作用。人们为了满足自己的欲望而想出各种器具，利用原子能或进行宇宙飞行也都是过去经验积累的结果。这些成就又成为发现新的自然的源泉。

人工(人为)物完全是基于人类意志而形成的，巨大的人工世界正在创造一个新的自然界。

造型从制造方法说，光念咒是不能实现的，必须要有某种材料和加工技术。在自然物形成的过程中，无所谓技术。与此相反，在人工物的形成过程中，技术则担负着巨大的任务。这只需要想想旧石器时代和新石器时代的造型制作方法就足够了。

人为形态具有鲜明的时代特点。例如，车轮是现代文明的产物，尤其在机械方面占有很重要的地位。而在火箭和飞机上，其作用似乎不那么明显，但在陆地交通机械上的作用，就连三岁儿童也都看得很清楚。

人类发明车轮大概是在新石器时代末期，青铜器时代的初期，但这只是推测，其确

切的时间和地点还不得而知。但是把贯穿圆板中心的柱体叫做轴这个事实,说明人类在非常古老的年代,就发现了构成车轮的基本形式,这确实是令人惊叹不已的。

这个基本形式叫做原型,它应该是不变的,但是,现实中的车轮总归要适应时代的要求,并在该时代所允许的技术范围内进行制造。从早期的圆木成型到今天的辐条车轮,已经有着很久的历史了。

象这样,只从一只车轮,也往往能了解那个生产车轮时代的鲜明特点。因此可以说,凡是人为形态即人造物象,一定是具有鲜明的时代属性的。

我们人类的存在和生活的现实,是由自然和人为形态两大要素所构成的,对此,我们应该非常深刻的予以理解。

四、形与数学

单纯就形态考虑,也就是理念的形态。如果从现实的形态中抽去用途和材料等各种属性,就可以从自然物和自然现象中得到理念的形态。与物质是由原子和电子组成的看法相似,可以认为形态是由理念的形态构成的。

形态所具有的突出的(一看就明白的)特点是直观性。俗话说,百闻不如一见。从好的透视来说,适合于形状和图形的东西是没有的。数学一方面采用方程式、列式等形式,一方面采用变量值,这样可用数学方法解决形的问题。

数学和形,乍看起来似乎是不同的两个东西,但进一步观察就可以发现,它们之间是紧密关连的。形虽然不等于数学,但为了从理论上来研究形状,应用数学这个工具是很方便的。

理念形态的数学表示。理念形态完全取决于点的集合方式。如果没有该形态的性质和规定的条件,要将其表现出来是非常困难的。通常,多使用坐标,方程式和不等式等数学形式来表现。

1. 点的表示

为决定位置而使用坐标法是很方便的。根据所指定的性质要素的数目,表示成函数,则采用 $P(x, y, z, \dots)$ 等形式。

空间点 P 可以表示为

$$P(x, y, z)$$

在特殊情况下,只要能 xy 平面来表示时,就可写成:

$$P(x, y)$$

2. 线的表示

如前所述,如果线的性质确定了,仅用下列函数形式就可以表示:

$$f(x, y, \dots)$$

如果有一条直线通过空间的点 $P_1(x_1, y_1, z_1)$ 和 $P_2(x_2, y_2, z_2)$,则该直线上各点满足下式:

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1} = \lambda \quad (1-1)$$

在式(1-1)中,设:

$$x_2 - x_1 = a$$

$$y_2 - y_1 = b$$

$$z_2 - z_1 = c$$

则该直线也满足下列以 λ 为参变量的三个方程式:

$$\left. \begin{aligned} x &= x_1 + a\lambda \\ y &= y_1 + b\lambda \\ z &= z_1 + c\lambda \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

从式(1-2)中消去 λ , 得

$$bx + (c - a)y + (-b)z = bx_1 + (c - a)y_1 + (-b)z_1$$

令 $b = A, c - a = B, -b = C$

$$bx_1 + (c - a)y_1 + (-b)z_1 = -D$$

则得 $Ax + By + Cz + D = 0 \quad (1-3)$

此时, 关于 x, y, z 是一次方程, 通常一次方程表示的是直线。

下面, 再来看看二次曲线, 一般式为

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \quad (1-4)$$

式(1-4)若能因式分解成下列形式

$$(A_1x + B_1y + C_1)(A_2x + B_2y + C_2) = 0$$

则称其为分解二次曲线, 实际上它是由两条直线组成的。当不能因式分解时, 则叫做真正的二次曲线。

真正的二次曲线中有椭圆(包括圆在内)、双曲线和抛物线。当然到底是哪一种, 则取决于式(1-4)中的各个常数 a, b, c, g, f, h 。适当地选用直角坐标系, 可得到下述方程:

1) 椭圆(见图 1-11):

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a \geq b \geq 0) \quad (1-5)$$

当 $a = b = r$ 时, 有

$$x^2 + y^2 = r^2$$

这是以原点为中心, 以 r 为半径的圆。

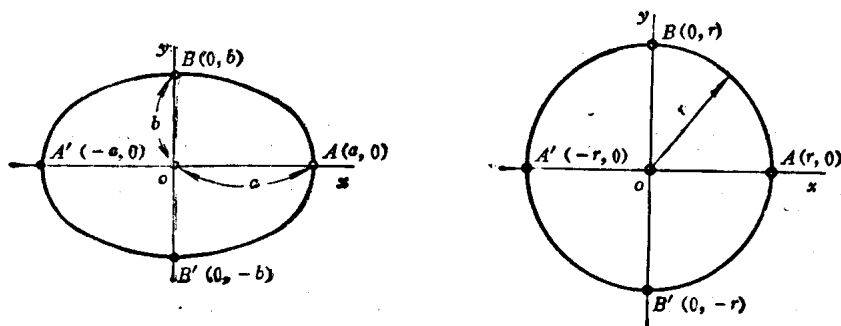


图1-11 圆与椭圆

2) 双曲线 (见图 1-12):

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a, b > 0) \quad (1-6)$$

3) 抛物线 (见图 1-13):

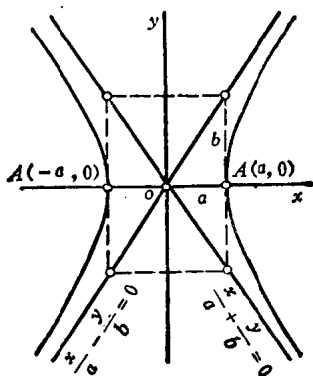


图1-12 双曲线

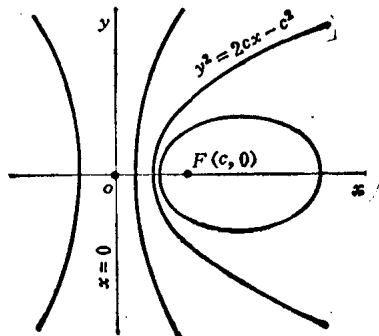


图1-13 抛物线

$$y^2 = 4px \quad (1-7)$$

3. 面的表示

把关于 x 、 y 、 z 的一次方程式(1-3)改写成:

$$z = -\frac{1}{C}(Ax + By + D)$$

z 成为由 x 、 y 的一次方程所确定的量。如果使 z 固定, 该方程意味着该直线在 xy 平面上的正投影。取所有的 z , 便可得到一组互相平行的直线, 这些平行的直线组成一个与 xy 平面倾斜的平面。由此可知, 式(1-3)表示了空间内的一个平面。

再介绍不处于同一直线上的三点 $P_1(x_1, y_1, z_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2, z_2)$ 和 $P_3(x_3, y_3, z_3)$ 共面的条件。由于式(1-3)表示一个平面, 把其中的 A 、 B 、 C 、 D 当作变量, 设三点为 $P_i(x_i, y_i, z_i)$, 在该平面上任意一点必须满足式(1-3), 因此, 可能有下列联立方程:

$$\left. \begin{aligned} Ax + By + Cz + D &= 0 \\ Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D &= 0 \\ Ax_2 + By_2 + Cz_2 + D &= 0 \\ Ax_3 + By_3 + Cz_3 + D &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

由式(1-8)确定 A 、 B 、 C 、 D 也可以, 然而, 如果不确定 x_1 、 y_1 、 z_1 , 也就无法求 A 、 B 、 C 、 D 的值。尽管如此, $\frac{B}{A}$ 、 $\frac{C}{A}$ 、 $\frac{D}{A}$ 还是可以通过式(1-8)中的后三个方程式求出的。

把式(1-8)中的 A 、 B 、 C 、 D 当作变量时, 将其系数 x 、 y 、 z 及 x_i 、 y_i 、 z_i 抽出来, 并按其原来的位置可排成下列行列式:

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (1-9)$$

关于上述的行列式, 请参考有关专门书籍。

下面, 再参看二次曲面。通常把满足下列空间坐标(x 、 y 、 z)的二次方程式的点的集合叫做二次曲面。

$$\begin{aligned} (x, y, z) = & a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{23}yz \\ & + 2a_{31}xz + 2a_{12}xy + 2a_1x + 2a_2y \\ & + 2a_3z + a = 0 \end{aligned} \quad (1-10)$$

式(1-10)与上述二次曲线相同, 也有分解的二次曲面与真正的二次曲面之分。前者又包括二次锥面和二次柱面。

1) 椭圆面如图 1-14(a)所示, 其方程式如下:

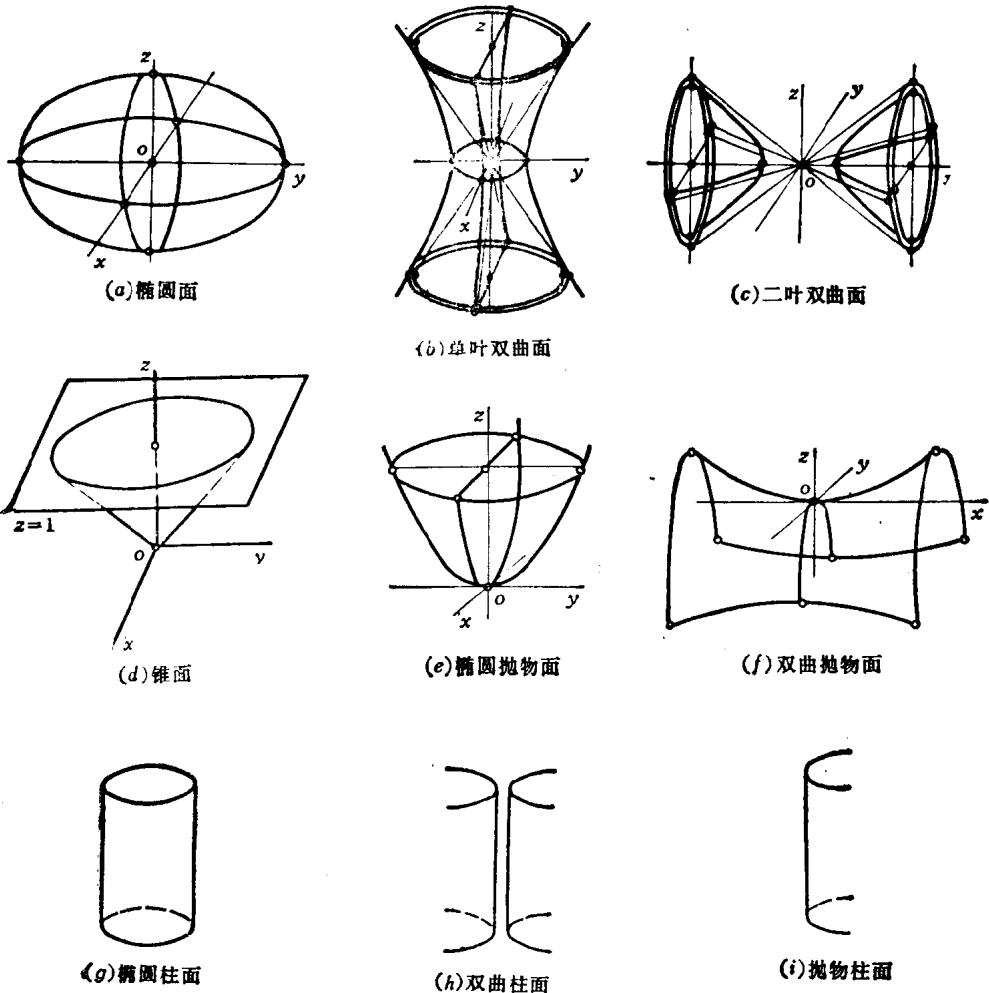


图1-14 二次曲面

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (a \geq b \geq c) \quad (1-11)$$

当 $a = b = c = r$ 时为球面, 其方程式如下:

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$

2) 单叶双曲面如图 1-14(b) 所示, 其方程式如下:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (a \geq b) \quad (1-12)$$

3) 双叶双曲面如图 1-14(c) 所示, 其方程式如下:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (b \geq c) \quad (1-13)$$

4) 锥面如图 1-14(d) 所示, 其方程式如下:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0 \quad (a \geq b) \quad (1-14)$$

5) 椭圆抛物面如图 1-14(e) 所示, 其方程式如下:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z \quad (a \geq b) \quad (1-15)$$

6) 双曲抛物面如图 1-14(f) 所示, 其方程式如下:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z \quad (1-16)$$

7) 椭圆柱面如图 1-14(g) 所示, 其方程式如下:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (1-17)$$

8) 双曲柱面如图 1-14(h) 所示, 其方程式如下:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (1-18)$$

9) 实的或虚的相交二平面的方程式如下:

$$Ax^2 + By^2 = 0 \quad (1-19)$$

10) 抛物柱面如图 1-14(i) 所示, 其方程式如下:

$$y^2 = 4px \quad (1-20)$$

11) 实的或虚的两平行平面的方程式如下:

$$y^2 = c \quad (1-21)$$

当 $c = 0$ 时, 二平面重合。

从锥面、柱面、单叶双曲面、双曲抛物面中, 把表示直线的方程作为因式分解出来。这些直线被称为母线。

例如, 有一单叶双曲面 (见图 1-15), 其方程式:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

与平面 $x = a$, $x = -a$ 相交, 得到两条交线:

$$\frac{c}{b} = \pm \frac{z}{c}$$

对于曲面上的点 (x, y, z) , 当 $x \neq \pm a$ 时, 方程式可改写成