

电力网络的 计算机辅助分析

孙树勤 编著

清华大学出版社

内 容 简 介

本书着重介绍电力网络计算机辅助分析中的实用算法和技术,内容包括:帮助形成节点方程的方法;求解大型电力网络的稀疏矩阵技术,并行计算和撕裂法等算法;非线性网络分片的迭代算法;隐式欧拉法和步长的积分公式及变阶、变步长的算法;计算三相输电线路波过程的特征线法和模量变换等方法以及角频率对参数影响的快速付里叶变换和双线性Z变换等算法。

本书可作为大专院校电力专业的教学用书,也可作为电力工程技术人员和科研人员的参考书。

电力网络的计算机辅助分析

孙树勋 傅晋



清华大学出版社出版

北京 清华园

清华大学印刷厂排版

北京丰华印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售



开本: 787×1092 1/16 印张: 14 字数: 344 千字

1985年6月第一版 1985年6月第一次印刷

印数: 000001~20000

统一书号: 15235·140 定价: 2.80 元

目 录

第一章	形成电路方程的添加支路法	1
§1	引言	1
§2	形成节点方程的添加支路法	2
§3	改进节点法	3
§4	受控源和理想变压器	6
§5	形成节点阻抗矩阵的添加支路法	10
第二章	线性代数方程组的数值计算	17
§1	高斯消去法和 LU 分解法	17
§2	结构对称的稀疏矩阵技术	28
§3	结构不对称的稀疏矩阵	56
§4	大型稀疏矩阵的并行计算	69
§5	大型稀疏矩阵的撕裂算法	73
第三章	非线性网络分析的迭代法	79
§1	牛顿-拉夫森法	79
§2	二极管的线性化网络模型	81
§3	改进牛顿-拉夫森法	82
§4	分段折线化网络模型	83
§5	受控开关支路	84
§6	非线性代数方程组的迭代解法	85
§7	阻尼牛顿-拉夫森算法	86
第四章	网络的灵敏度分析	88
§1	增量网络法	88
§2	特勒根定理	94
§3	伴随网络法	95
第五章	常微分方程初值问题的数值计算	103
§1	常用的单步法	103
§2	基尔法	119
§3	向后求导公式	133
第六章	暂态网络方程的机助形成	149
§1	网络拓扑约束的机助形成	149
§2	状态变量法	163
§3	改进节点法	169
第七章	输电线路的数值计算	177
§1	特征线法	177

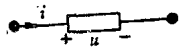
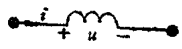
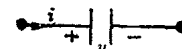
§2 三相输电线路.....	186
§3 FFT 算法.....	197
§4 双线性 Z 变换.....	207
符号表.....	212
主要参考文献.....	214

第一章 形成电路方程的添加支路法

§ 1 引 言

任何一个集中参数的电路都要遵守基尔霍夫定律 (KCL、KVL) 和支路关系 (BR) 的约束。几个典型网络元件的支路关系如表 1—1 所示。

表 1—1

元件类型	元件符号	支 路 关 系	
		时 域	频 域
电阻 R		$u = Ri$	$U = RI$
电感 L		$u = L \frac{di}{dt}$	$U = ZI$ $Z = j\omega L$
电容 C		$i = C \frac{du}{dt}$	$I = YU$ $Y = j\omega C$

表中 $j = \sqrt{-1}$

在交流网络的稳态分析中, 将支路电流和电压等电量变换为复数的相量, 将网络各支路元件都代以它们的阻抗 Z 或导纳 Y , 这样, 电路的基本定律在形式上交流稳态与直流稳态分析完全相同。采用这种处理方法使我们在分析交流网络的稳态时, 对待阻抗就可以象对待电阻一样。交流网络稳态分析属于频率分析, 而直流网络稳态分析可以看作是频率分析的特例 (频率为零)。

网络分析需要指定支路电流的参考方向和支路电压的参考极性。如图1—1所示, 在第 k 个支路中, 箭头的方向代表假定支路电流 i_k 的正方向, 同时规定了支路电压 u_k 的极性。节点 p 称为支路 k 的始节点, 节点 q 称为支路 k 的终节点。在进行网络的机助分析时, 对各支路元件需要给出如下的信息: 元件类型、支路号、始节点号、终节点号和元件参数的数值。

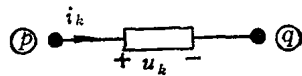


图 1—1

网络分析的节点法是根据以节点电压为未知变量而命名的。网络的节点方程在选定地节点 (参考节点) 之后, 各节点电压的确定将是唯一的。网络的节点方程便于用添加支路法在计算机上直接形成, 这种方法已被广泛采用。

§ 2 形成节点方程的添加支路法

节点方程的形式为

$$\mathbf{Y}\mathbf{v} = \mathbf{J} \quad (1-1)$$

式中: $\mathbf{Y}$ 为网络节点方程的系数矩阵;

$\mathbf{v}$ 为未知向量, 或称为解向量;

$\mathbf{J}$ 为已知向量, 或称为右端项。

以电导 G 和电流源 J 这两个支路元件和节点 p 与 q 为例, 如图 1-2 所示, 研究如何利用计算机直接形成节点方程。

若只标出这一部分的节点方程, 则可写成:

$$\begin{matrix} & & p & & q \\ & & \vdots & & \vdots \\ p & \left(\begin{array}{cc} \cdots G \cdots & -G \cdots \\ \vdots & \vdots \end{array} \right) & \left(\begin{array}{c} \vdots \\ v_p \\ \vdots \end{array} \right) & = & \left(\begin{array}{c} \vdots \\ J \\ \vdots \end{array} \right) & p \text{ 行} \\ & q & \left(\begin{array}{cc} \cdots -G \cdots & G \cdots \\ \vdots & \vdots \end{array} \right) & \left(\begin{array}{c} \vdots \\ v_q \\ \vdots \end{array} \right) & \left(\begin{array}{c} \vdots \\ -J \\ \vdots \end{array} \right) & q \text{ 行} \end{matrix} \quad (1-2)$$

v_p 和 v_q 分别为节点 p 和 q 的节点电压。在 (1-2) 式中 p 行左端标出的部分相当于电导支路 G 从 p 点流出的电流, p 行右端标出的部分相当于电流源支路 J 流入 p 点的电流。KCL 用于节点 p , 相当于 (1-2) 式的 p 行。

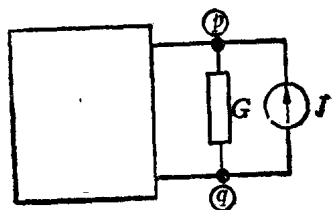


图 1-2

为编制程序方便, 我们引入送值表, 将各种类型的支路元件对系数矩阵和右端项的贡献, 以表格的形式列

写出来。电导支路 G 的送值表如表 1-2 所示。电流源支路 J 的送值表如表 1-3 所示。

表 1-2

	v_p	v_q	RHS
p	G	$-G$	
q	$-G$	G	

表 1-3

	v_p	v_q	RHS
p			J
q			$-J$

表中 RHS 表示为右端项。

若支路有一端接地, 送值表可以简化。例如 q 点接地, 接地电导支路 G 的送值表如表 1-4 所示。接地电流源支路 J 的送值表如表 1-5 所示。

表 1-4

	v_p	RHS
p	G	

表 1-5

	v_p	RHS
p		J

对给定的 $n+1$ 个节点和 b 个支路的网络,它的送值表将占 n 行、 $n+1$ 列。我们根据每个支路元件的送值表送值, 将所有的 b 个支路元件送值之后, 所有支路元件送值表对应项之和即可形成网络的节点方程。这种用添加支路形成电路方程的方法, 称为添加支路法。

接地支路的送值表要比不接地支路的送值表简单, 为此尽可能选择连有较多支路的节点为地节点, 这样便可以得到较为简化的节点方程。

以图 1—3 的电路为例, 说明利用送值表形成电路方程的过程如下:

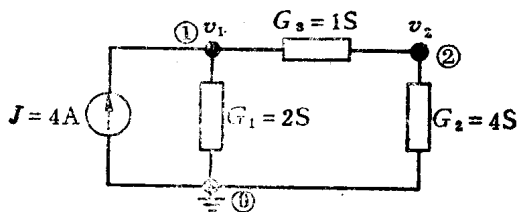


图 1—3

以 (i, j) 表示送值表中的第 i 行、

第 j 列的位置, 连接在节点①的接地电导支路 G_1 ,

应根据送值表 1—4 向送值表 1—6 中的 $(1, 1)$

处送 G_1 的值。连接在节点②的接地电导支路 G_2 ,

应根据送值表 1—4 向送值表 1—6 中的

$(2, 2)$ 处送 G_2 的值。连接在节点①和②之间的电导支路 G_3 , 应根据送值表 1—2 向送值表

1—6 中的 $(1, 1)$ 和 $(2, 2)$ 处送 G_3 的值,

向 $(1, 2)$ 和 $(2, 1)$ 处送 $-G_3$ 的值。连接在节点①的接地电流源支路 J , 应根据送值表

1—5 向送值表 1—6 中右端项的第一行送 J 的值。将所有的支路都送值以后便可得到送值

表 1—6, 由此而得到的电路方程如 $(1-3)$ 式所示。

表 1—6

	v_1	v_2	RHS
1	$G_1 + G_3$	$-G_3$	J
2	$-G_3$	$G_2 + G_3$	0

$$\begin{bmatrix} G_1 + G_3 & -G_3 \\ -G_3 & G_2 + G_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1-3)$$

由 $(1-3)$ 式即可解出 v_1 、 v_2 的值。

顺便指出, 电容支路 (如图 1—4 所示) 与电导支路相类似, 将送值表 1—2 中的 G 值换以 $j\omega C$ 值, 便可以得到电容支路的送值表。

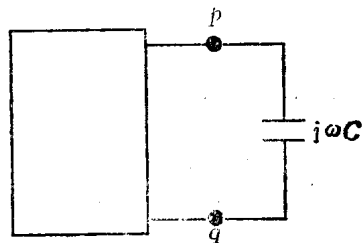


图 1—4

§ 3 改进节点法

一、电压源支路

在与电压源支路相连的两个节点中 (如图 1—5 所示), 一个节点电压作为未知量, 另一个节点电压便是不独立的未知变量。改进节点法引入电压源支路的电流 i_E 作为未知量, 同时增加一个支路关系 (BR): $v_p - v_q = E$, 这样便可使网络的未知量数与方程式数仍然相同。电压源支路 E 和 i_E 的送值表如表 1—7 所示。

表 1—7

	v_p	v_q	i_E	RHS
p			1	
q			-1	
BR	1	-1		E

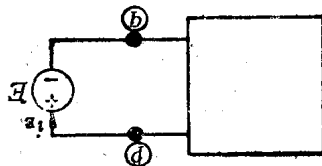


图 1—5

现以图 1—6 所示的电路为例, 说明利用送值表形成电路方程的过程如下:

对于连接在节点②和③之间的电导支路 G_1 , 根据表 1—2 向表 1—8 中的 (2, 2) 和 (3, 3) 处送 G_1 的值, 向 (2, 3) 和 (3, 2) 处送 $-G_1$ 的值。将连接在节点③和④之间的电导支路 G_2 , 根据表 1—2 向表 1—8 中的 (3, 3) 和 (4, 4) 处送 G_2 的值, 向 (3, 4) 和 (4, 3) 处送 $-G_2$ 的值。至于接地电导支路, 则根据表 1—4 送值, 将连接在节点②的支路 G_3 向表 1—8 中的 (2, 2) 处送 G_3 的值。类似地向表 1—8 中的 (3, 3) 处送 G_5 的值, 向 (4, 4) 处送 G_4 的值。最后将连接在节点①和④之间的电压源支路, 根据表 1—

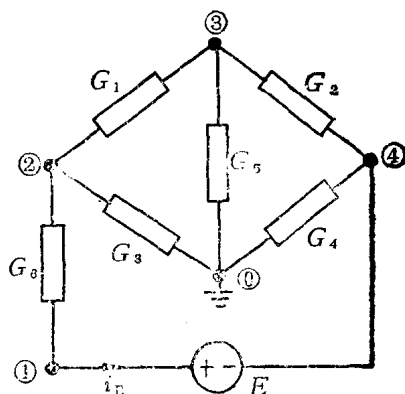


图 1—6

表 1—8

	v_1	v_2	v_3	v_4	i_E	RHS
1	G_6	$-G_6$			1	
2	$-G_6$	$G_1 + G_3 + G_6$	$-G_1$			
3		$-G_1$	$G_1 + G_2 + G_5$	$-G_2$		
4			$-G_2$	$G_2 + G_4$	-1	
BR	1			-1		E

7 向表 1—8 中的 (1, 5) 和 (5, 1) 处送 1, 向 (4, 5) 和 (5, 4) 处送 -1 。对于右端项 E , 根据表 1—7 向表 1—8 中 RHS 的第五行对送 E 的值。将图 1—6 所示的电路中的所有支路都送值以后, 便可得到表 1—8, 由此而得到的电路方程如 (1—4) 式所示。

$$\begin{pmatrix} G_6 & -G_6 & 0 & 0 & 1 \\ -G_6 & G_1 + G_3 + G_6 & -G_1 & 0 & 0 \\ 0 & -G_1 & G_1 + G_2 + G_5 & -G_2 & 0 \\ 0 & 0 & -G_2 & G_2 + G_4 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ i_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ E \end{pmatrix} \quad (1-4)$$

由 (1—4) 式便可解出 v_1 、 v_2 、 v_3 、 v_4 和 i_E 的值。

二、与接地电压源相连的电导支路

从前面的分析可以看出, 对于电压源支路 E , 若按照改进节点法引入其支路电流 i_E 作未知量并增加一个支路关系, 便可以列出电路方程。但是这样一来, 电路方程组的未知量数增多, 必然要使解此方程组所占的计算机内存和运算的工作量增大, 所以, 对于接地的独立

电压源应尽可能地作预先处理，即将与接地电压源相连的电导支路化为接地电导支路和与其并联的右端等效电流源项（见图 1—7）。与接地电压源 E 相连的电导支路 G_1 和 G_2 的送值表，分别如表 1—9 和表 1—10 所示。

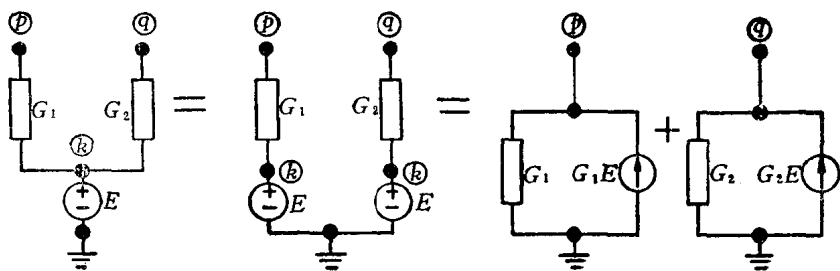


图 1—7

表 1—9

	v_p	RHS
p	G_1	$G_1 E$

表 1—10

	v_q	RHS
q	G_2	$G_2 E$

三、输出电流值的电阻支路

对于电阻支路 R 如图 1—8 所示，若将送值表 1—2 中的 G 换以 $\frac{1}{R}$ ，便可得到电阻支路的送值表。电阻（或电导）支路根据送值表 1—2 送值所列出的方程组，只能直接解出其支路两端的电压。如果欲求出其支路电流，则需要将所求出的电压 $(v_p - v_q)$ 乘以电导 G 或除以电阻 R 的值，还得再作计算。如果需要直接给出所要求的电阻支路电流 i_R ，可引入一个新的未知量 i_R ，同时增加一个支路关系： $v_p - v_q - Ri_R = 0$ ，并且要根据送值表 1—11 送值。

表 1—11

	v_p	v_q	i_R	RHS
p			1	
q			-1	
BR	1	-1	$-R$	

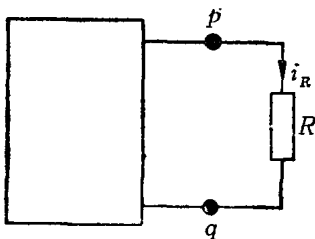


图 1—8

我们也可以将电阻支路串联一个零值电压源（如图 1—9 所示），此零值电压源支路可以看作为具有支路电流 i_E 的短路支路，而 i_E 即为所要输出的电阻支路电流值 i_R 。

顺便指出，电感支路往往需要给出它的支路电流 i_L (如图 1—10 所示)，因此，其送值表与输出电流值的电阻支路相类似。将送值表 1—11 中的 R 值换以 $j\omega L$ 值，将 i_R 换成 i_L ，便可以得到电感支路的送值表。

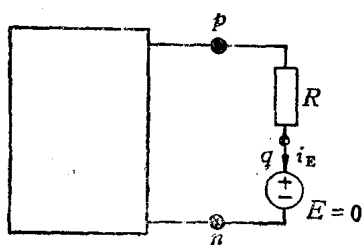


图 1-9

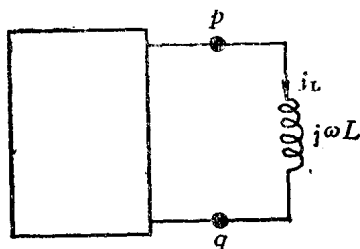


图 1-10

§ 4 受控源和理想变压器

当电路中含有受控源支路时，系数矩阵是不对称的。本节将介绍四种受控源。通常取电压控制电支路为开路支路，取电流控制支路为短路支路，这样将便于编写程序。

一、压控电流源 VCCS

压控电流源支路 gU 接在节点 p 、 q 之间，电压控制支路 U 在节点 r 、 s 之间为开路支路。压控电流源的电路如图 1-11 所示，其送值表如表 1-12 所示。

表 1-12

	v_p	v_q	v_r	v_s	RHS
p			g	$-g$	
q			$-g$	g	
r					
s					

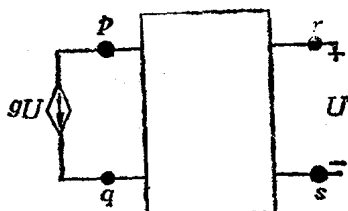


图 1-11

若 q 和 s 点接地则接地的压控电流源的电路如图 1-12 所示，其送值表 1-13 要比表 1-12 简单。

表 1-13

	v_p	v_r	RHS
p		g	
r			

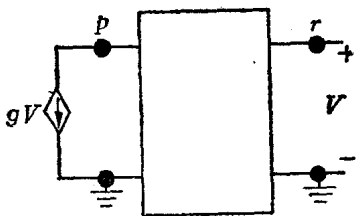


图 1-12

图 1-13 所示的电路与图 1-3 所示的电路相比，多一个压控电流源支路，因此，相应地表 1-14 比表 1-6 多一项。对于接地的压控电流源支路，根据送值表 1-13 向送值表 1-14 中的 (2, 1) 处送 g 的值后，由此而得到的电路方程如 (1-5) 式所示。

表 1-14

	v_1	v_2	RHS
1	$G_1 + G_3$	$-G_3$	J
2	$-G_3 + g$	$G_2 + G_3$	0

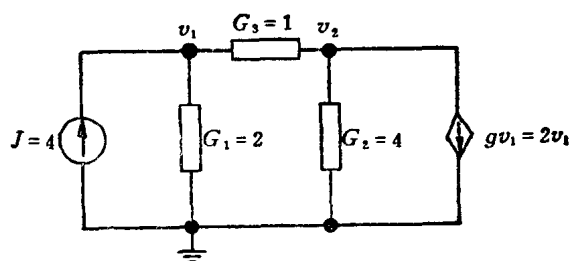


图 1-13

$$\begin{bmatrix} G_1 + G_3 & -G_3 \\ -G_3 + g & G_2 + G_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1-5)$$

将图 1-13 所给出的数据代入 (1-5) 式, 便可解出 v_1 和 v_2 的值。

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

由此得:

$$v_1 = \frac{5}{4}, \quad v_2 = -\frac{1}{4}。$$

二、流控电流源 CCCS

流控电流源支路 βI 接在节点 p 、 q 之间、电流控制支路 I 接在节点 r 、 s 之间为短路支路。流控电流源的电路如图 1-14 所示, 其送值表如表 1-15 所示。

表 1-15

	v_p	v_q	v_r	v_s	I	RHS
p					β	
q					$-\beta$	
r					1	
s					-1	
BR			1	-1		

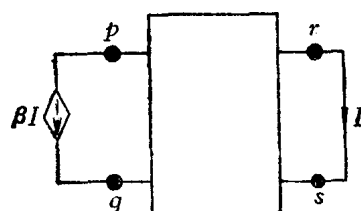


图 1-14

电流控制的短路支路在送值表 1-15 中相当于零值电压源支路。因为此支路已作为受控源的控制支路根据表 1-15 送值, 所以不再当作一个独立支路看待, 否则会重复送值。

三、压控电压源 VCVS

压控电压源支路 μU 接在节点 p 、 q 之间、电压控制支路 U 接在节点 r 、 s 之间为开路支路。压控电压源的电路如图 1-15 所示, 其送值表如表 1-16 所示。

表 1—16

	v_p	v_q	v_r	v_s	i_p	RHS
p					1	
q					-1	
r						
s						
BR	1	-1	$-\mu$	μ		

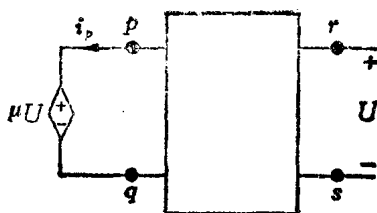


图 1—15

四、流控电压源 CCVS

流控电压源支路 rI 接在节点 p 、 q 之间、电流控制支路 I 接在节点 r 、 s 之间为短路支路。流控电压源的电路如图 1—16 所示，其送值表如表 1—17 所示。

表 1—17

	v_p	v_q	v_r	v_s	i_p	I	RHS
p					1		
q					-1		
r						1	
s						-1	
BRi_p	1	-1				$-r$	
$BR I$			1	-1			

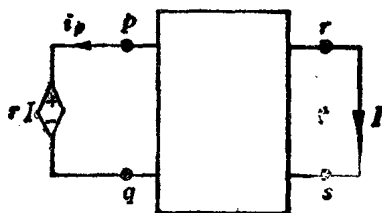


图 1—16

以上给出了基本电路元件的电路图和送值表，其他电路元件均可以看作是由基本电路元件所组成的。对于给定的电路，由其所有电路元件送值的和即形成系数矩阵和右端项，由此即可形成改进节点法的电路方程组，简称为节点方程。

五、理想变压器

$$\begin{cases} u_2 = nu_1 \\ i_1 = -ni_2 \end{cases} \quad (1-6)$$

理想变压器的原、副边电流和电压的关系如 (1—6) 式所示，其电路图如图 1—17 所示。

理想变压器可以看作压控电压源和流控电流源的组合，根据 (1—6) 式可以将图 1—17 画成图 1—18 的形式。

由图 1—18 可以直接列出理想变压器的送值表，如表 1—18 所示。

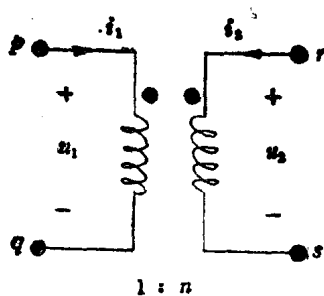


图 1—17

表 1—18

	v_p	v_q	v_r	v_s	i_2	RHS
p					$-n$	
q					n	
r					1	
s					-1	
BR	$-n$	n	1	-1		

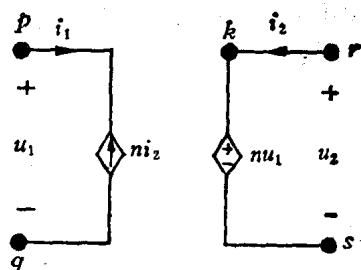


图 1—18

实际上, 送值表 1—18 也可以由压控电压源和流控电流源的送值表两次送值合成而得到。由节点 p 、 q 和节点 r 、 k 之间的支路元件构成流控电流源, 图 1—14 中的 v_s 和 $-\beta$ 分别与图 1—18 中的 v_k 和 n 相对应, 所以由表 1—15 可以得到表 1—19。将节点 p 、 q 之间看成有个开路支路 u_1 , 它和节点 k 、 s 之间的支路构成压控电压源, 图 1—15 中的 v_r 、 v_s 、 v_p 、 v_q 和 μ 分别与图 1—18 中的 v_p 、 v_q 、 v_k 、 v_s 和 n 相对应, 所以由送值表 1—16 可得出送值表 1—20。

表 1—19

	v_p	v_q	v_r	v_k	v_s	i_2	RHS
p						$-n$	
q						n	
r						1	
k						-1	
s							
BR			1	-1			

表 1—20

	v_p	v_q	v_r	v_k	v_s	i_2	RHS
p							
q							
r							
k						1	
s						-1	
BR	$-n$	n		1	-1		

将送值表 1—19 和表 1—20 两次送值合在一起可得送值表 1—21。

比较表 1—21 和表 1—18 可以看出, 表 1—21 中 k 为余多的内节点, 此内节点并不与其他外支路相连。在理想变压器的送值过程中, 最后应将此多余的内节点消去, 因此我们可将理想变压器看作是由压控电压源和流控电流源两个基本电路元件所组合而成的。

综上所述, 为便于机助形成电路方程组, 在本节对基本的、各种类型的电路元件都列出了其送值表。对于给定电路的各支路元件, 可以根据其送值表所指示的位置向计算机送值。将给定电路的所有支路元件都送值以后, 便可以得出所要求的电路方程组。至于

表 1—21

	v_p	v_q	v_r	v_k	v_s	i_2	RHS
p						$-n$	
q						n	
r						1	
k							
s						-1	
BR	$-n$	n	1		-1		

如何求解此方程组,我们将在第二章中进行讨论。从各种类型的电路元件的送值表可以看出,独立电流源的支路元件仅向右端项送值,无源的支路元件和受控源支路则仅向系数矩阵送值。以后我们将逐步看到,本章所介绍的送值表对于编制程序是很有帮助的。

§ 5 形成节点阻抗矩阵的添加支路法

在前几节中,我们已介绍过由机助直接形成节点导纳矩阵 Y 的方法,这种方法需要求解方程组 $Yv=J$, 才能得到解答 v 。由表达式 $v=Y^{-1}J=ZJ$ 可以看出,如果由机助直接形成节点阻抗矩阵 Z , 那么由 $v=ZJ$ 便可以直接计算出 v 的数值。

网络的节点阻抗矩阵也可以用添加支路法形成。对于输电网络特别是双回线路,可将六根输电线的一段视为成组的支路,用添加支路法形成网络的节点阻抗矩阵。这样,每次添加的支路自阻抗 z 是一个六阶矩阵。六根输电线之间的互阻抗都隐含在自阻抗的子矩阵 z 之内,从而简化了添加支路的计算公式,减少了计算量。

一、添加成组的树支计算公式

设原有网络已形成 p 个大节点(成组支路的节点是一个点集,简称大节点)。在原有网络的大节点 k 上,添加一组自阻抗为 z 的树支,从而增添了一个大节点 q , 如图 1-19 所示。

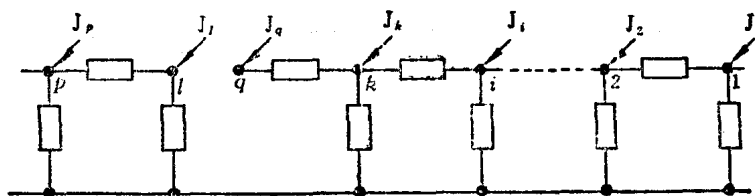


图 1-19

原网络共有 p 个大节点,其矩阵方程的形式如下:

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_k \\ \vdots \\ v_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1k} & \cdots & Z_{1p} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2k} & \cdots & Z_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Z_{k1} & Z_{k2} & \cdots & Z_{kk} & \cdots & Z_{kp} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Z_{p1} & Z_{p2} & \cdots & Z_{pk} & \cdots & Z_{pp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_k \\ \vdots \\ J_p \end{pmatrix} \quad (1-7)$$

式中 v_k 和 J_k 分别为大节点 k 处的节点电压向量和电流源向量, Z_{kp} 为大节点 k 和 p 之间的互阻抗矩阵, Z_{kk} 为大节点 k 的自阻抗矩阵。

添加一组树支增加一个大节点 q 之后,新形成的网络矩阵方程如 (1-8) 式所示。

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_k \\ \vdots \\ v_p \\ \dots \\ v_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1k} & \dots & Z_{1p} & \vdots & Z_{1q} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2k} & \dots & Z_{2p} & \vdots & Z_{2q} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{k1} & Z_{k2} & \dots & Z_{kk} & \dots & Z_{kp} & \vdots & Z_{kq} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{p1} & Z_{p2} & \dots & Z_{pk} & \dots & Z_{pp} & \vdots & Z_{pq} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{q1} & Z_{q2} & \dots & Z_{qk} & \dots & Z_{qp} & \vdots & Z_{qq} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_k \\ \vdots \\ J_p \\ \dots \\ J_q \end{pmatrix} \quad (1-8)$$

为计算和求出在上式中新添加的互阻抗子矩阵 Z_{qi} , 可从大节点 i 处注入电流源向量 J_i 。令其他的大节点的电流源为零, 此时新添加的大节点 q 的节点电压向量与大节点 k 的节点电压向量应相等, 即 $v_q = v_k$, 亦即 $Z_{qi} J_i = Z_{ki} J_i$ 。式中 J_i 不论取任何值等式均应成立, 则必定有 $Z_{qi} = Z_{ki}$ 。

同理, 为了求互阻抗子矩阵 Z_{iq} , 可从大节点 q 注入电流源 J_q 并令其他电流源为零, 这时在大节点 i 处所产生的 v_i 值和将电流源 J_q 单独从大节点 k 注入时所得到的 v_i 值应当相等。由于在成组支路中各支路之间的互感等可由子矩阵的非对角元表达, 这样便可以使新添加的成组支路与原网络各成组支路之间没有互感等作用。由此可得 $v_i = Z_{iq} J_q = Z_{ik} J_q$, 式中电流源向量 J_q 不论为何值时等式均应成立, 由此可得 $Z_{iq} = Z_{ik}$ 。

另外, 在单独从大节点 q 注入电流源 J_q 的同时令其他大节点的电流源均为零, 此时大节点 q 上的电压向量为 $v_q = v_k + z J_q$, 即 $Z_{qq} J_q = Z_{kq} J_q + z J_q$, 而已知 $Z_{kq} = Z_{kk}$, 由此得大节点 q 的自阻抗子矩阵为 $Z_{qq} = Z_{kk} + z$ 。

综上所述, 在原网络的大节点 k 上添加一个自阻抗为 z 的成组树支支路, 便增添了一个新增的大节点 q , 其结果必将使网络的节点阻抗矩阵增阶。原来的节点阻抗矩阵的有关元素不变, 新添加的子矩阵可以按下列计算公式求得:

$$\begin{cases} Z_{qi} = Z_{ki} & i = 1, 2, \dots, p \\ Z_{iq} = Z_{ik} & i \neq q, q = p+1 \\ Z_{qq} = Z_{kk} + z \end{cases} \quad (1-9)$$

在上式中, 若网络的节点阻抗矩阵为对称矩阵, 则有 $Z_{iq} = Z_{qi}$ 。

在添加成组接地树支支路时, 只要在上述公式中令 $Z_{ik} = Z_{ki} = Z_{kk} = 0$, 就能够得到添加接地树支的计算公式:

$$Z_{qq} = z \quad q = p+1 \quad (1-10)$$

添加支路的顺序要注意, 尽可能先添加接地树支, 以避免出现悬空支路。

以图 1-20 所示的电路为例, 说明添加支路的方法和步骤。

设选定支路 1、2 和 3 为树支, 支路 4 为连支如图 1-21 所示, 其中支路 1 和 2 为接地树支。先由节点①向地节点添加支路 1, 如图 1-22 所示。在添加接地树支的 (1-10) 式中, 添加支路 1 时: $q = 1$, $z = 25$ 即 $Z_{11} = 25$ 。

$$Z = [25]$$

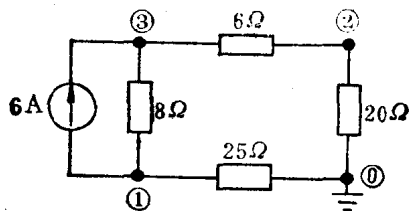


图 1-20

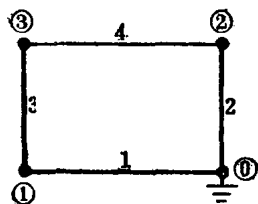


图 1-21

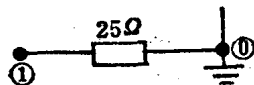


图 1-22

由节点②往地节点添加支路 2，如图 1-23 所示。在添加接地树支的 (1-10) 式中，添加支路 2 时： $q = 2$ ， $z = 20$ ，即 $Z_{22} = 20$ 。

于是得：

$$Z = \begin{bmatrix} 25 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$$

由节点③向节点①添加树支支路 3，如图 1-24 所示。在添加树支的 (1-9) 式中，添加支路 3 时： $q = 3$ ， $k = 1$ ， $z = 8$ ，即

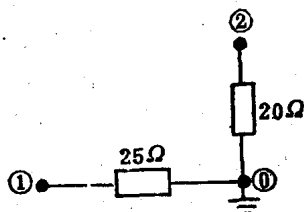


图 1-23

$$Z_{31} = Z_{11} = 25, \quad Z_{32} = Z_{12} = 0,$$

$$Z_{13} = Z_{11} = 25, \quad Z_{23} = Z_{21} = 0,$$

$$Z_{33} = Z_{11} + z = 25 + 8 = 33。$$

于是得：

$$Z = \begin{bmatrix} 25 & 0 & 25 \\ 0 & 20 & 0 \\ 25 & 0 & 33 \end{bmatrix}$$

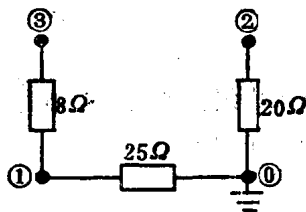


图 1-24

二、添加成组连支的计算公式

设网络已形成 p 个大节点的网络，现在要在原网络的大节点 k 、 l 之间添加一组支路自阻抗子矩阵为 z 的连支，可分两步进行。

第一步：先由新添的大节点 q 向原网络大节点 k 上添加自阻抗为 z 的树支，如图 1-19 所示，这样便可以得出 (1-11) 式。

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_k \\ v_l \\ \vdots \\ v_p \\ \dots \\ v_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1k} & Z_{1l} & \dots & Z_{1p} & \vdots & Z_{1q} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2k} & Z_{2l} & \dots & Z_{2p} & \vdots & Z_{2q} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{k1} & Z_{k2} & \dots & Z_{kk} & Z_{kl} & \dots & Z_{kp} & \vdots & Z_{kq} \\ Z_{l1} & Z_{l2} & \dots & Z_{lk} & Z_{ll} & \dots & Z_{lp} & \vdots & Z_{lq} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{p1} & Z_{p2} & \dots & Z_{pk} & Z_{pl} & \dots & Z_{pp} & \vdots & Z_{pq} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots \\ Z_{q1} & Z_{q2} & \dots & Z_{qk} & Z_{ql} & \dots & Z_{qp} & \vdots & Z_{qq} + z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_k \\ J_l \\ \vdots \\ J_p \\ \dots \\ J_q \end{pmatrix} \quad (1-11)$$

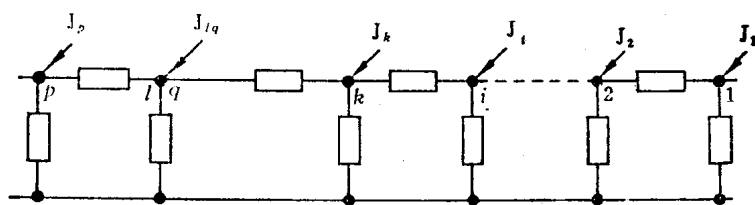


图 1-25

第二步：将大节点 q 与大节点 l 接在一起，如图 1-25 所示。若令 $J_{lq} = J_l + J_q$ 在 (1-11) 式中第 k 行则为

$$\begin{aligned} v_k &= Z_{k1}J_1 + Z_{k2}J_2 + \dots + Z_{kk}J_k + Z_{kl}J_l + \dots + Z_{kq}J_q \\ &= Z_{k1}J_1 + Z_{k2}J_2 + \dots + Z_{kk}J_k + Z_{kl}J_{lq} + \dots + (Z_{kk} - Z_{kl})J_q \end{aligned}$$

于是由 (1-11) 式可以得到 (1-12) 式

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_k \\ v_l \\ \vdots \\ v_p \\ \dots \\ v_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1k} & Z_{1l} & \dots & Z_{1p} & \vdots & (Z_{1k} - Z_{1l}) \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2k} & Z_{2l} & \dots & Z_{2p} & \vdots & (Z_{2k} - Z_{2l}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{k1} & Z_{k2} & \dots & Z_{kk} & Z_{kl} & \dots & Z_{kp} & \vdots & (Z_{kk} - Z_{kl}) \\ Z_{l1} & Z_{l2} & \dots & Z_{lk} & Z_{ll} & \dots & Z_{lp} & \vdots & (Z_{lk} - Z_{ll}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{p1} & Z_{p2} & \dots & Z_{pk} & Z_{pl} & \dots & Z_{pp} & \vdots & (Z_{pk} - Z_{pl}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots \\ Z_{q1} & Z_{q2} & \dots & Z_{qk} & Z_{ql} & \dots & Z_{qp} & \vdots & (Z_{qk} + z - Z_{kl}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_k \\ J_{lq} \\ \vdots \\ J_p \\ \dots \\ J_q \end{pmatrix} \quad (1-12)$$

再将 (1-12) 式的第 q 行换成第 q 行减第 l 行，即将最末行的 v_q 换成 $v_q - v_l = 0$ ，于是可得 (1-13) 式。