

广义相对论

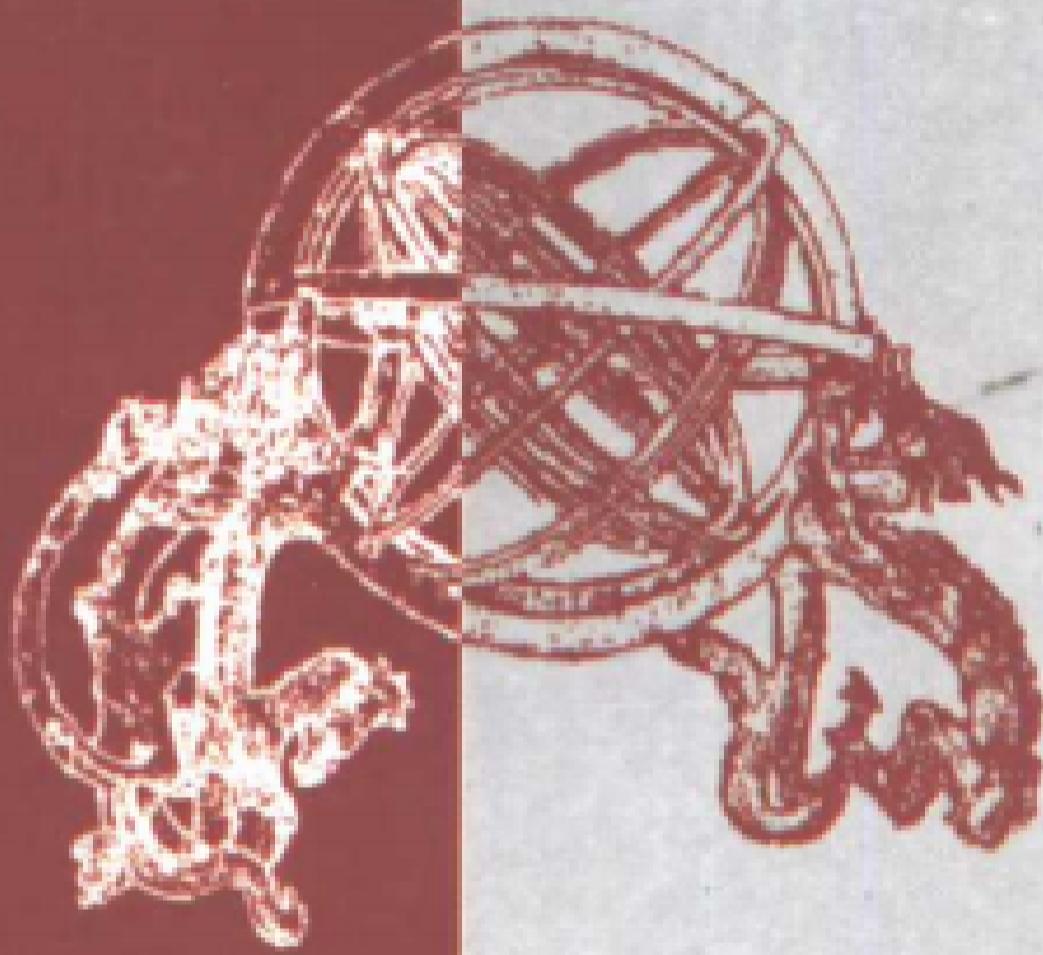
和

宇宙学的物理基础

李 复 / 编 著

气象出版社

广义相对论和宇宙学的物理基础



ISBN 7-5029-2871-5

A standard linear barcode representing the ISBN number 7-5029-2871-5.

9 787502 928711 >

ISBN 7-5029-2871-5/O · 0068

定价：15.00 元

广义相对论和宇宙学的 物理基础

李 夏 编 著

1715

科学出版社

前　　言

岁月流逝，每个人在各自的人生舞台上都演出一幕幕的生活话剧，也都会对无情的流逝岁月和丰富多彩的活动舞台有无限的感慨和深刻的体会。牛顿的绝对时空观很容易被人们接受，因为它与人们的日常生活体验相符合。但是狭义相对论告诉人们，绝对时空观并不正确。学了狭义相对论后人们惊奇地发现，时间间隔和空间尺度的测量由于相对运动而结果不同，即运动的时钟变慢、运动的长度缩短。尽管日常生活中这种效应微乎其微，人们感觉不到，但是这种效应确实是存在的。这是一种崭新的时空观，是对时间和空间本质认识的深化。但是关于时间和空间的更深入、更严格的理论是广义相对论。广义相对论指出，时间和空间不是原来就有的为物质的活动预先准备好的舞台，而是与物质紧密联系在一起共同产生的，大质量物体的引力造成空间弯曲和时间变慢……这些新奇的几乎不可思议的时空的特性，引起人们极大的兴趣。同样引起人们极大兴趣的是宇宙。当人们仰望星空，面对无边无际的苍茫宇宙，人们所知甚少，既对宇宙无比敬畏和仰慕，又对宇宙产生无尽的遐想，心中充满了有关宇宙构成、诞生、发展和演化的问题。相对于宇宙之宏大，我们居住的地球不过像是茫茫宇宙中的一粒尘埃；相对于宇宙之久长，我们人类的历史不过是宇宙年轮上一道小小的刻痕。但是我们的想象，我们的思维可以遨游宇宙，纵横宇宙的过去和未来。

16/2/18

人们想了解和学习广义相对论和宇宙学,还不仅是因为对它们有兴趣。相对论是现代物理学两种基本理论之一,广义相对论是相对论中重要的和基本的内容,它建立起时间、空间,物质及其运动之间的内在联系,它所阐明的最广泛的一切物理规律都必须满足的广义相对性原理,完满地解决了经典引力问题。支配宇宙的力正是引力,广义相对论成为现代宇宙学的理论基础。从广义相对论诞生起,宇宙学从思辩进入科学的研究,成为物理学一个重要的分支。从 60 年代到 70 年代起,以大爆炸为基础的现代宇宙学飞速发展,汇聚了各个学科的研究成果,也给各个学科提出许多问题,成为自然科学的前沿。宇宙学知识已成为自然科学的基础。杨振宁博士说,21 世纪的前沿科学将是生物物理、纳米物理和宇宙学。因此,学习和掌握广义相对论和宇宙学的基本知识,不单单是简单的凭兴趣出发对一门科学知识的了解,而且也是正确的世界观的科学基础,是当代有知识有文化的人们的基本科学素养。

但是当人们翻开广义相对论教材,都是先讲授张量及张量微积分等数学,然后用这些数学工具去深入地研究广义相对论理论。对于那些只想了解广义相对论的基本原理和初步入门知识的人们,这些繁复艰深的微分几何像一道无法逾越的墙,横在面前挡住去路,使人们望而却步。

本书是作者将广义相对论普通物理化的产物,除个别概念外完全避开艰深的数学,只利用普通的微积分,以大学物理的风格、语言和难易程度,系统、严谨地讲授广义相对论和宇宙学的最基本的入门知识和内容,着重于物理原理、物理思想和重要的物理概念,在不用微分几何的情况下,尽可能准确、清晰地介绍广义相对论的物理基础,定量地、完整地讨论广义相对论的经典检验和效应,并与牛顿力学比较,指出与牛顿力

学的近似程度。在广义相对论的基础上,从宇宙学的基本原理出发,介绍大爆炸宇宙学对宇宙的诞生、演化和未来的讨论。

本书前面加上狭义相对论简介作为第1章,出于三个方面的考虑,首先,相对论是完整的理论,狭义相对论是其必要的、基础的内容。其次,我们对广义相对论的讨论是在狭义相对论的基础上进行的,而有些读者没有学过狭义相对论,或者虽然学过但对讨论广义相对论所需内容没有学全,有了这一章,就为读者前后照应提供方便。第三,该章与通常大学物理教材中狭义相对论的内容有区别:相对性原理、时空本性的讨论有所加强,洛伦兹变换的推导、相对论动力学和闵可夫斯基空间等内容及其讲法上与通常教材有所不同,而通常教材中详加讨论之处这里有所减弱或省略,这样,学过通常狭义相对论教材的人们通过阅读本章也会有所收获。

本书强调物理本质、物理图像,力求叙述严谨,与大学物理的其他部分具有有机的联系,主要内容都是从基本原理出发推导的;以时空为主,涉及广义相对论、宇宙学的一些基本内容,适应不同水平、不同兴趣读者的要求;内容由浅入深,详细讲解,适于自学。具有高中文化程度的读者可以看懂时空等基本内容,具有大学物理力学和微积分基础知识的读者可看懂书中几乎全部内容。所有对广义相对论、宇宙学感兴趣的具有大学文化水平的读者都可以读懂全书。

最后需要说明的是,本书并不是简单的科普读物,可以轻松地一看而过。要想了解和掌握书中所讲内容,需要像学习一门课程一样下一番功夫。此外,如果有人立志要投身到广义相对论的深入研究中去,微分几何的知识是必不可少的。

李 夏
1999年7月

目 录

前 言

第1章 狹义相对论简介	(1)
1.1 狹义相对论的基本原理	(1)
1.1.1 古典力学时空观、力学相对性原理	(1)
1.1.2 电磁理论引起的困惑	(3)
1.1.3 爱因斯坦相对性原理与光速不变原理 ——狭义相对论的基本原理	(4)
1.1.4 同时性的相对性——相对论时空观的精髓 ...	(6)
1.2 洛伦兹坐标变换	(9)
1.2.1 洛伦兹坐标变换	(9)
1.2.2 同时性的相对性和时序	(12)
1.2.3 运动时钟变慢和运动长度缩短	(13)
1.2.4 相对论的速度变换和加速度变换	(18)
1.3 相对论动力学基础	(20)
1.3.1 相对论动量定理	(21)
1.3.2 相对论质量	(22)
1.3.3 力与加速度关系和牛顿第二定律修正	(25)
1.3.4 能量转化和守恒定律·相对论能量	(27)
1.3.5 相对论能量与动量关系	(29)
1.4 质量、动量、能量和力的相对论变换； 相对论不变量；闵可夫斯基空间	(30)

1. 4. 1	质量、动量、能量和力的相对论变换	(30)
1. 4. 2	相对论变换不变量	(32)
1. 4. 3	闵可夫斯基空间和闵可夫斯基图	(33)
第 2 章	广义相对论的基本原理	(38)
2. 1	广义相对论的基本原理	(38)
2. 1. 1	惯性质量和引力质量	(39)
2. 1. 2	等效原理	(41)
2. 1. 3	广义相对论中的局域惯性系	(43)
2. 2	广义相对性原理	(45)
2. 2. 1	力学相对性原理和狭义相对性原理的回顾	(45)
2. 2. 2	广义相对性原理	(50)
2. 2. 3	光线偏折和时空弯曲	(51)
2. 2. 4	引力几何化·爱因斯坦场方程	(55)
第 3 章	广义相对论的时间与空间	(58)
3. 1	弯曲时空	(58)
3. 1. 1	弯曲空间概念	(58)
3. 1. 2	弯曲时空的数学描述——黎曼几何及其度规	(61)
3. 2	史瓦西场中的固有时和真实长度	(65)
3. 2. 1	史瓦西场的固有时和真实长度	(65)
3. 2. 2	引力对标准钟和标准尺的影响	(66)
3. 2. 3	坐标钟和坐标尺·史瓦西场度规	(69)
3. 3	广义相对论的实验检验	(74)
3. 3. 1	引力引起的光谱线频率移动	(75)
3. 3. 2	史瓦西场中运动标准钟的走时速率 ——Cs 原子钟环球飞行实验	(79)
3. 3. 3	雷达回波引力延迟的简化计算	(82)

3.4 广义相对论中的普遍时空	(88)
3.4.1 引力场中同一地点固有时与坐标时普遍关系	(89)
3.4.2 引力场中的时间	(89)
3.4.3 引力场中的真实距离	(93)
第4章 史瓦西场中自由粒子的运动	(95)
4.1 史瓦西场中自由粒子的运动规律	(95)
4.1.1 测地线假设——自由粒子运动微分方程	(95)
4.1.2 史瓦西场的守恒量	(97)
4.1.3 史瓦西场中自由粒子能量和角动量	(98)
4.2 史瓦西场中自由质点的运动和行星近日点的进动	
4.2.1 自由质点的运动方程和轨道方程	(101)
4.2.2 自由质点运动的定性讨论	(103)
4.2.3 质点运动轨道的相对论修正——行星近日点的 相对论进动	(107)
4.3 史瓦西场中光子的运动规律	(112)
4.3.1 史瓦西场中光子的运动规律	(112)
4.3.2 光子运动轨迹·太阳引力场中光线偏折角	
4.3.3 雷达回波延迟的严格计算	(115)
4.3.4 弱引力场中时空弯曲对自由粒子运动的影响	
4.3.4.1 弱引力场中时空弯曲对自由粒子运动的影响	(121)
第5章 直线运动的内禀刚性加速系	(123)
5.1 具有内禀刚性的直线运动非惯性系	(123)
5.1.1 基本微分关系式	(123)
5.1.2 坐标变换关系的推导	(126)

5.2	内禀刚性直线运动非惯性系的性质	(133)
5.2.1	内禀刚性加速系的基本性质	(133)
5.2.2	只有一种常加速度的内禀刚性直线运动加速系	(135)
5.2.3	引力场 S' 系	(137)
5.3	双生子问题	(140)
5.3.1	狭义相对论的讨论	(140)
5.3.2	利用内禀刚性加速系讨论——甲的立场 ...	(144)
5.3.3	利用内禀刚性加速系讨论——乙的立场 ...	(149)
第 6 章	爱因斯坦引力场方程和史瓦西外部解	(157)
6.1	爱因斯坦引力场方程和史瓦西外部解	(157)
6.1.1	爱因斯坦场方程	(157)
6.1.2	史瓦西外部解	(160)
6.2	史瓦西外部解的简单讨论	(162)
6.2.1	史瓦西场的时空	(162)
6.2.2	史瓦西场中空间曲面的形象	(164)
6.2.3	空间弯曲引起的行星近日点的进动	(169)
6.3	史瓦西黑洞	(172)
6.3.1	史瓦西黑洞	(172)
6.3.2	史瓦西黑洞的视界	(174)
6.3.3	黑洞的性质	(176)
第 7 章	大爆炸宇宙学简介	(179)
7.1	宇宙的概貌	(181)
7.1.1	当今宇宙概貌	(181)
7.1.2	天体距离和天体质量的测定	(184)
7.1.3	恒星的诞生和演化	(188)
7.2	宇宙学原理和哈勃定律	(194)

7.2.1	宇宙学原理	(194)
7.2.2	哈勃定律	(198)
7.2.3	宇宙时空的度规	(200)
7.3	大爆炸宇宙学简介	(204)
7.3.1	宇宙动力学方程	(205)
7.3.2	辐射为主时期的宇宙——宇宙的早期历史 和演化	(208)
7.3.3	物质为主时期的宇宙——宇宙的年龄和未来	(220)

第1章 狹義相對論簡介

1.1 狹義相對論的基本原理

1.1.1 古典力学时空观、力学相对性原理

力学的研究对象活动在时空里，因此力学首先要回答时空是什么样的问题。古典力学认为，空间和时间彼此无关，相互独立。空间是物质活动的舞台，时间是物质活动的旁观者和活动历程的记录员，它们都与物质无关。物体的长度和时间间隔大小都是绝对的。这种时空观又称之为绝对时空观或古典时空观。

经典力学的力学定律只在惯性系才成立。惯性系不止一个，相对某惯性系作匀速直线运动的所有参考系都是惯性系。

与古典时空观相对应的

惯性系之间的坐标变换是伽利略变换，见图 1.1.1。其中坐标系 $oxyz$ 代表静止参考系 S ，坐标系 $o'x'y'z'$ 代表运动参考系 S' ， S' 系相对 S 系

以匀速率 u 沿 x 轴正方向运动。当然运动与静止是相对的，上面称 S 系为静止参考系、 S' 系为运动参考系是习惯的称呼。取两系原点重合时刻为 $t=t'=0$ 。显然，按古典时空观两系的时间是相等的：

$$t = t' \quad (1.1.1)$$

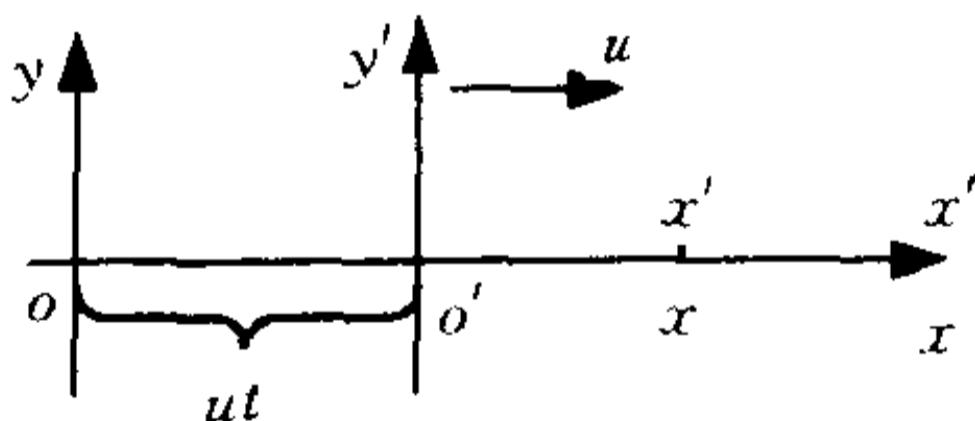


图 1.1.1 伽利略坐标变换

设 P 为空间中任意点, 在两系中坐标分别为 \mathbf{r} 和 \mathbf{r}' , 由于长度不因参考系的不同而改变, 故:

$$\left. \begin{array}{l} x' = x - ut \\ y' = y \\ z' = z \end{array} \right\} \quad (1.1.2)$$

这就是伽利略坐标变换。写成矢量形式, 设 \mathbf{R} 为 o' 的位置矢量:

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{R} \quad (1.1.3)$$

由坐标变换可以得到速度和加速度变换:

$$v_x' = v_x - u, \quad v_y' = v_y, \quad v_z' = v_z \quad (1.1.4)$$

$$a_x' = a_x, \quad a_y' = a_y, \quad a_z' = a_z \quad (1.1.5)$$

写成矢量形式:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}' - \mathbf{u} \quad (1.1.6)$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}' \quad (1.1.7)$$

惯性系不止一个的事实, 说明力学定律不是只在一个参考系成立, 而是在无数的参考系都成立。也就是说, 这无数个参考系(惯性系)在力学上都是平等的。如果我们在某一个惯性系中做任何力学实验, 都无法发现这个惯性系与其他惯性系有什么本质上的不同。学习牛顿力学的人都知道这个事实, 但是很多人不知道这个事实实际上体现了力学的重要规律——力学相对性原理, 又称伽利略相对性原理。

力学规律可以用数学表达式来定量描述, 所以力学相对性原理就体现在力学规律的数学表达式在各个惯性系形式相同。因此可以换个角度讨论相对性原理: 力学规律所以能满足相对性原理, 是因为代表力学规律的牛顿定律在各个惯性系的形式都相同, 或者说在伽利略变换下保持不变。这样我们就可以从数学上严格讨论某个物理规律是否满足相对性原理。

由古典时空观得到惯性系之间的伽利略坐标变换;而牛顿定律在伽利略变换下保持不变,表明整个经典力学都满足相对性原理。经典力学体系与古典时空观相互呼应,和谐统一。

在 16 世纪末到 17 世纪初伽利略首先讨论相对性原理时,主要自然科学为力学。随后,力学又被牛顿发展到经典力学的高峰——牛顿定律和万有引力定律,所以讨论的只是力学对惯性系的平权,即力学相对性原理。不过人们并不怀疑,如果出现新的物理规律,它应该也满足相对性原理。200 多年后,考验相对性原理的时候到了:电磁学理论诞生了。

1. 1. 2 电磁理论引起的困惑

1860 年,麦克斯韦总结电磁场的基本规律,得到描述电磁场运动、变化的微分方程组——麦克斯韦方程组,建立起完整的经典电磁理论,麦克斯韦方程组是整个经典电磁学的理论基础。电磁理论建立后,有很多科学家如 H. 赫兹和 H. A. 洛伦兹研究电磁场定律是否满足相对性原理。讨论的思路是要建立电磁学各物理量在伽利略变换下的变换规律,从而决定在新的坐标系中这些物理量是否还服从同样形式的麦克斯韦方程组。结果出人意料:麦克斯韦方程组没有伽利略变换下的协变性,也就是说在经典的时空观及相应的惯性系之间的伽利略变换下,电磁学不满足相对性原理。要说明这一点,不必去完整地讨论麦克斯韦方程组的协变性,只需要简单地讨论由麦克斯韦方程组得到的重要结论——一个电磁学的定律——光在真空中传播定律(爱因斯坦曾说^①:“物理学中几乎没有比这个定律更简单的定律了。”):光在真空中的光速为常数 c ,与传播方向、光源的运动无关,与惯性系的选择无关。这

^① 爱因斯坦,狭义与广义相对论浅说,上海科学技术出版社(1964).

显然不符合伽利略变换。在伽利略坐标变换下,速度的变换关系为(1.1.6)式。按此关系,设光速在 S 系中为 c ,则在相对 S 系以 u 运动的 S' 系中为

$$c' = c - u$$

即在不同的惯性系中观测光的速度大小、方向都不同,而且所测速度大小与光的传播方向有关,即光速不再是各向同性了。例如,若 u 与 c 同向时,光速大小为 $c' = c - u$;若 u 与 c 反向时,光速大小为 $c' = c + u$ 。是电磁理论错了?还是电磁理论只在某一特殊惯性系才成立,即电磁理论不满足相对性原理?著名的迈克尔逊-莫雷(Michelson-Morley)的光波干涉实验^①(迈克尔逊在 1881 年,迈克尔逊和莫雷一起在 1887 年做的实验)明确无误地证实,在地球上真空中光速是与方向无关的常数。这个实验和其他有关的实验结果摆在了所有人们的面前,包括当时最有名望的大科学家的面前,但只有年轻的、名不见经传的爱因斯坦给出了正确的解答,并由此建立起狭义相对论。

1.1.3 爱因斯坦相对性原理与光速不变原理——狭义相对论的基本原理

经典力学的辉煌使人们相信,“一切物理事件都要追溯到那些服从牛顿运动定律的物体,这只要把力的定律扩充,使之适应于被考查的情况就可以了。”牛顿力学“并不限于为实际的力学科学创造了一个可用的和逻辑上令人满意的基礎;而且直到 19 世纪末,它一直是理论物理学领域中每个工作者的纲领。”^②受此束缚,人们看到的是光速不变原理与力学相对

^① 一般物理学教材对此实验都有介绍。如郑永令、贾起民,普通物理学教材——力学,复旦大学出版社(1990).

^② 许良英等编译,爱因斯坦文集(一),商务印书馆(1977).

性原理的矛盾和不容；在旧框架内所做的种种解释和修改都不能从根本上解决问题，于是一些人甚至要否定相对性原理，认为只有力学规律才满足相对性原理，而电磁学不满足相对性原理。爱因斯坦不迷信权威，善于怀疑、独立思想、敢于创新，对神圣的科学知识大厦采取极其严峻的批判态度，其他人往往愿意作为事实接受下来的东西，在他看来似乎是以置信的。他幽默地说过：“为了惩罚我蔑视权威，命运竟使我自己成为一个权威。”他称自己“是一个离经叛道的和梦想的人”。^①正是这种对传统的无情批判和对真理的不断追求，使他大胆创新提出了狭义相对论。

他分析了所有的实验事实后认为，它们已确切无疑地证实电磁理论、真空光速不变原理是正确的，满足相对性原理，错误的是经典力学，古典时空观。

他提出两条基本假设作为狭义相对论的基础：

(1) **狭义相对性原理(又称为爱因斯坦相对性原理)**：一切物理规律对所有惯性系都相同，不存在任何一个特殊的惯性系。

(2) **光速不变原理**：在任何惯性系中，光在真空中中的速度都相同，皆为数值 c 。

与这两条假设对应的是新的时空观；相应的惯性系之间的坐标变换为洛伦兹变换；电磁学理论具有洛伦兹变换下的协变性，即满足狭义相对性原理，而牛顿力学在洛伦兹变换下不协变，不满足狭义相对性原理，必须加以修改。

狭义相对性原理在狭义相对论中起着最基本的至关重要的作用，是狭义相对论的奠基石。

^① 许良英等编译，《爱因斯坦文集（三）》，商务印书馆（1979）。

力学相对性原理和狭义相对性原理讨论的都是惯性系中自然规律的形式是否与惯性系的选取有关,但前者认为只有力学规律才与惯性系的选择无关,后者认为一切物理规律都与惯性系无关,也就是说一切物理规律都满足相对性原理。狭义相对性原理把力学相对性原理进一步发展了,指出物理规律所满足的变换规律。反过来,狭义相对性原理也对一切物理定律加上限制条件,即一切正确的物理定律必须与惯性系的选取无关,在惯性系的坐标变换下形式不变。已有的不满足狭义相对性原理的牛顿定律要加以修正,一切新发现的、新建立的物理定律首先必须满足狭义相对性原理。

下面直接由狭义相对论的基本原理讨论狭义相对论的时空观。

1.1.4 同时性的相对性——相对论时空观的精髓

相对性原理以及电磁学理论(在这里体现为光在真空中传播定律,即光速不变原理)满足相对性原理,使我们确立了与古典的绝对时空观不同的全新的时空观。相对论的中心是相对性原理,相对性原理的核心是相对性观点,1948年,爱因斯坦为《美国人民百科全书》写了一个关于相对论的条目,标题为“相对性:相对论的本质”。在新的狭义相对论的时空观中,时间、空间、运动彼此联系,都是相对的,没有绝对的运动、绝对的时间和空间。

爱因斯坦指出,时间的概念来自同时性。在古典时空观中,时间与参考系无关,与运动无关,是绝对的,因此同时性是绝对的,即在某一参考系观测是同时发生的两个事件,在其他参考系观测也必然同时。在狭义相对论时空观中,同时性是相对的,即在某一参考系观测是同时发生的两个事件,在其他参考系观测可以不同时,同时性的相对性是狭义相对论时空观