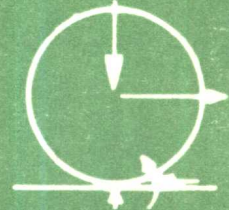
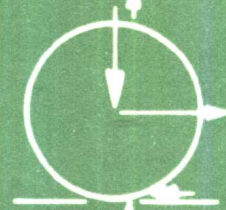
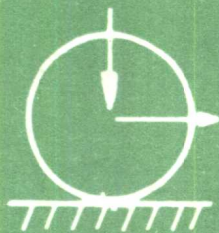
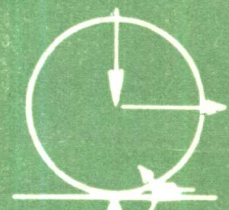
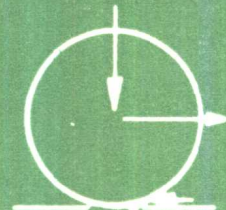
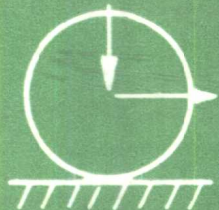


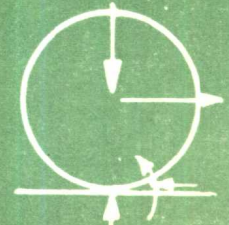
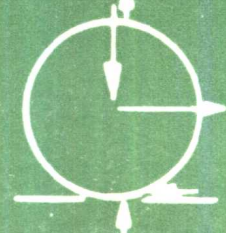
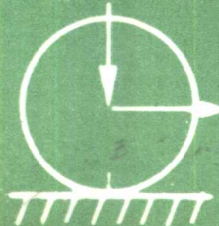
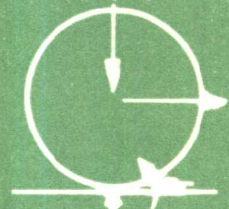
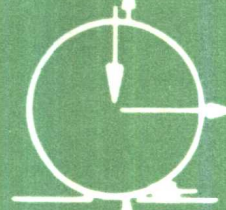
高等学校专修科试用教材

# 理论力学

兰州铁道学院 华健清 主编



中国铁道出版社



高等学校专修科试用教材

# 理论力学

(工程力学第一册)

兰州铁道学院	华健清	主编
西南交通大学	徐昭鑫	主审
北方交通大学	俞良家	

中国铁道出版社

1989年·北京

## 内 容 简 介

本书是高等学校专修科试用教材，是根据专修科学时少、内容全面的特点进行编写的。因此，在编写中力求以叙述简明、讲清概念为主。

本书内容包括静力学、运动学、动力学三部分。每章的最后附有习题，书后附有习题答案。

本书除供专修科教学用外，还可供自学者参考。

高等学校专修科试用教材

### 理 论 力 学

兰州铁道学院 华健清 主编

中国铁道出版社出版、发行

责任编辑 李云国 程东海 封面设计 王毓平

各地新华书店经售

中国铁道出版社印刷厂印

开本：850×1168毫米 $\frac{1}{2}$  印张：13.25 字数：346 千

1989年10月第1版 第1次印刷

印数：1—03000册 定价：3.35元

## 前 言

为了适应我国目前高校专修科教育发展及自学者的需要，一九八五年九月铁道部教育局在兰州铁道学院召开部分铁路高校专修科《工程力学》教材工作会议，确定编写土建类专修科《工程力学》教材。《工程力学》分三册出版，第一册理论力学、第二册材料力学、第三册结构力学。在内容选编上，同时兼顾机械类专修科及干部专修科的需要。本册为理论力学，其基本内容按60—70学时编写。

本书内容包括静力学、运动学、动力学三部分。静力学部分把力矩和力偶的基本概念放在第一章，适当提高讲授的起点。运动学部分把牵连运动为定轴转动时点的加速度合成定理作为“\*”号内容略作介绍，供机械类专业选用，动力学部分为了与结构力学相衔接，保留了虚位移原理。

本书由兰州铁道学院华健清同志负责主编，并编写静力学部分，兰州铁道学院的宋丽英同志编写运动学部分，长沙铁道学院张近仁同志编写动力学部分。西南交通大学徐昭鑫教授及北方交通大学俞良家副教授主审。

兰州铁道学院的宋华樾教授、罗治英教授对本教材给以一定的关注，赖远明同志参加了静力学部分的习题解算工作，谨致以衷心的感谢。

编 者

一九八七年四月

## 目 录

## 绪 言

## 静 力 学

<b>第一章 力、力矩和力偶的基本概念 物体的受力图</b> ·····	3
第一节 力的基本概念·····	3
第二节 力矩的概念·····	13
第三节 力偶的概念·····	21
第四节 约束和约束反力·····	28
第五节 受 力 图·····	32
习 题·····	36
<b>第二章 汇交力系</b> ·····	43
第一节 汇交力系合成与平衡的几何条件·····	43
第二节 合力投影定理和空间力在直角坐标轴 上的投影·····	48
第三节 汇交力系合成与平衡的解析法·····	53
习 题·····	64
<b>第三章 平面一般力系</b> ·····	69
第一节 力的平移定理·····	69
第二节 平面一般力系的简化·····	71
第三节 平面一般力系的平衡条件·····	80
习 题·····	86
<b>第四章 物体系的平衡</b> ·····	93
第一节 内力和外力·····	93
第二节 几种常见的物体系·····	96

第三节	平面简单桁架 .....	105
习    题	.....	112
第五章	空间一般力系 .....	121
第一节	力对点之矩与力对轴之矩之间的关系 .....	121
第二节	空间一般力系的合成 .....	125
第三节	空间一般力系的平衡 .....	131
第四节	平行力系的中心和重心 .....	136
习    题	.....	145
第六章	摩    擦 .....	151
第一节	摩擦现象 .....	151
第二节	滑动摩擦定律 .....	152
第三节	摩擦角与摩擦锥 .....	154
第四节	具有摩擦时物体的平衡问题 .....	156
第五节	滚动摩擦 .....	165
习    题	.....	168
运    动    学		
第七章	点的运动学 .....	175
第一节	空间和时间的概念 .....	175
第二节	动点位置的确定 .....	176
第三节	点的速度 .....	179
第四节	点的加速度 .....	185
习    题	.....	198
第八章	刚体的基本运动 .....	202
第一节	刚体的平动 .....	202
第二节	刚体的定轴转动 .....	204
第三节	转动刚体上点的速度和加速度 .....	207
习    题	.....	213
第九章	点的复合运动 .....	216
第一节	点的复合运动的概念 .....	216

<b>第二节</b>	点的速度合成定理 .....	222
<b>第三节</b>	牵连运动为平动时点的加速度合成定理 .....	223
* <b>第四节</b>	牵连运动为定轴转动时点的加速度合成定理 .....	229
习    题	.....	233
<b>第十章</b>	刚体的平面运动 .....	239
<b>第一节</b>	刚体平面运动的定义及运动方程 .....	239
<b>第二节</b>	平面运动的分解 .....	241
<b>第三节</b>	平面运动图形上点的速度 .....	244
<b>第四节</b>	平面运动图形上点的加速度 .....	253
习    题	.....	258
 <b>动 力 学</b>		
<b>第十一章</b>	质点动力学基本定律 .....	265
<b>第一节</b>	动力学的研究对象 .....	265
<b>第二节</b>	动力学基本定律 .....	266
<b>第三节</b>	质点运动微分方程 .....	269
<b>第四节</b>	牵连运动为平动时, 质点相对运动的 动力学基本方程 .....	277
习    题	.....	284
<b>第十二章</b>	质心运动定理和动量定理 .....	288
<b>第一节</b>	质点系的质心 质心运动定理 .....	288
<b>第二节</b>	质点系的动量 动量定理 .....	297
习    题	.....	305
<b>第十三章</b>	动量矩定理 .....	310
<b>第一节</b>	质点动量矩定理 .....	310
<b>第二节</b>	质点系动量矩定理 .....	313
<b>第三节</b>	刚体定轴转动微分方程 .....	317
<b>第四节</b>	转动惯量 .....	319
习    题	.....	329
<b>第十四章</b>	动能定理 .....	336

第一节	力的功	337
第二节	功率和机械效率	342
第三节	质点动能定理	344
第四节	质点系动能定理	348
第五节	势能和机械能守恒	355
	习 题	360
<b>第十五章</b>	<b>达伦伯原理</b>	<b>368</b>
第一节	质点和质点系的达伦伯原理	368
第二节	刚体惯性力系的简化	371
	习 题	378
<b>第十六章</b>	<b>虚位移原理</b>	<b>384</b>
第一节	虚位移和虚功	384
第二节	理想约束	388
第三节	虚位移原理	388
第四节	应用虚位移原理求约束反力	392
	习 题	396
<b>附录</b>	<b>习题答案</b>	<b>399</b>



# 绪 言

## 一、理论力学的研究对象

工程力学主要研究物体在力系作用下的效应问题，这种效应可分为外效应和内效应两种。力作用的外效应是使物体发生运动状态的改变和引起其它物体给此物体的反作用力。理论力学主要是研究物体在力系作用下的外效应。物体在力系作用下的内效应是指物体发生形状改变及物体内部各部分之间的相互作用，这一部分在材料力学和结构力学中进行研究。

物体在力系作用下微小的形状改变对其外效应的影响常可略去不计，通常把这样的物体抽象为刚体，刚体内各点之间的距离保持不变。在实际中刚体并不存在，例如，一座坚固的钢桁架桥在列车荷载作用下仍会发生挠曲，设计时规定其竖向最大挠度不得超过其跨度的 $1/900$ ，也就是一座跨度为 $64\text{m}$ 的钢桁梁桥其容许的最大挠度是 $71\text{mm}$ ，它与桥的整体尺寸比较是很微小的，不会影响此桥在列车荷载作用下其支座处反作用力的计算。所以，刚体这个概念是在研究物体的外效应时抽象出来的。在研究力作用下物体的内效应时就不再适用了。

## 二、理论力学的内容

理论力学的内容分为三部分：静力学、运动学和动力学。

静力学主要研究物体在力系作用下的平衡问题，其中包括力的基本性质和物体的受力分析。平衡（静止或匀速直线运动）是物体机械运动的一种特殊情况。平衡问题是讨论物体在力系作用下平衡时必须满足的条件，运用这些条件对工程结构或机器作静力分析，即对其各部件作受力分析确定其所受的约束反力或平衡位置。因此，在静力学中首先要研究力的性质、力矩的计算和力偶的特性。

运动学主要研究物体运动的描述，而不涉及引起物体运动的原因。

运动学不仅是后续课程中有关机构运动的基础知识，同时也是物体运动时动力分析的预备知识。只有物体的运动（指物体在空间的位置随时间的变化规律）及物体内各点之间的运动关系分析清楚了才能作出它们的动力分析。

动力学是研究物体之间的相互机械作用与它们运动量的变化和传递问题，即动力学是研究物体的运动变化（加速度、动量改变、动量矩和动能的改变等）和作用力之间的关系。

### 三、理论力学的研究方法

在力学研究中，最常用的方法就是抽象化的方法，即在复杂多样的事物中抓住共同的最本质的核心构成简化模型——计算简图。在理论力学学习的全过程中必须学会从复杂的实际工程结构或机器的机构中正确地抽象成力学的计算图形，在理论力学的许多例题和习题中已经给出了这种简化的图形。在学习过程中要学会这种抽象的本领，以便逐渐具有独立思考和解决实际问题的能力。

理论力学的问题总是先从客观世界中把具有最普遍，又为大家所公认的事物或现象归纳、总结为定义、公理、定律，例如力的平行四边形定律、作用与反作用定律、牛顿定律等，它们都是从客观实践中总结出来的。在这些概念、公理、定律的基础上经过推理和演绎，得出理论力学的原理和定理，以后大家将熟知的力系简化理论、动力学的普遍定理、达伦伯原理等就是这样一种推理过程。研究理论力学的重要任务就是应用这些原理和定理来解决工程实际问题。因而在课程中通过适量的例题和习题来达到这一目的。我们在编制习题中注意了联系工程专业实际，以便在我们的教学过程中加强工程的观点。同学们在学习过程中应对本课程的理论和例题分析思路的理解外，还应分析解算一定量的习题，以便达到这一目的。

# 静 力 学

## 第一章 力、力矩和力偶的基

### 本概念 物体的受力图

#### 第一节 力的基本概念

人类在长期劳动及生产实践中有了力的概念，古代的劳动人民在生活中就已应用了某些力学原理。我国古时的劳动人民在筑长城、兴水利、建桥梁的过程中就使用了杠杆、斜面与滑轮等简单机械。人们用于对物体的推、举、抛掷过程中使物体发生运动状态的改变，就知道手给物体施加了力的作用。列车起动时是通过机车在列车的车钩上作用了牵引力，列车制动时是通过闸瓦压迫车轮因而在车轮与轨道间产生摩擦力使列车减速。这些都说明，力的作用使物体发生运动状态的改变。

恩格斯在分析力的概念时，强调力不是物质以外的，而是作为与物质的运动相联系的特殊因素而存在的。在《自然辩证法》一书中他指出：“……特别是臂上的肌肉，我们可以用它来使别的物体发生机械的位置移动，可以用它来举、持、掷、击等等”，“肌肉力也不过是运动的转移”。因此当人们观察物体的相互作用而发生运动状态的改变时（包括物体因相互作用而发生变形时），在观察“……运动从一个物体转移到另一个物体”时得到了力的概念。

因此，一个物体对另一个物体的作用，其结果使该物体发生运动状态的改变（包括变形），这种作用称为作用于该物体的力。

物体A对物体B作用一个力的同时，物体B对物体A也有一个大小相等，方向相反，在同一作用线上的反作用力。所以力从来不是单独存在，而是大小相等，方向相反，共线地成对作用在两个物体上。这个规律称为作用与反作用定律。机车和车辆在车钩上的相互作用力示于图1—1，机车牵引车辆的力 $F$ 作用在车辆的车钩上，车辆对机车的反作用力 $F'$ 作用于机车的车钩上，它们大小相等，方向相反，共线但分别作用在机车和车辆上。图1—2(a)、(b)分别表示钢轨对车轮踏面和轮缘的反作用力 $N$ 和 $H$ ，车轮对钢轨的铅垂和水平作用力分别与 $N$ 、 $H$ 大小相等、反向、共线作用在钢轨上。

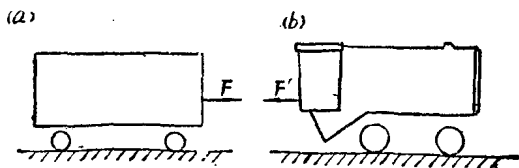


图 1—1

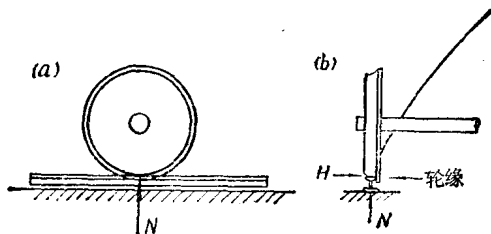


图 1—2

### 一、力作用的三要素

力的大小、方向和作用点称为力的三要素。

实践可知，力这个物理量不同于质量、体积、长度、时间等物理量。这些物理量的表征只要大小，而对力的作用除大小以外，还决定于其方向和作用点。图1—3所示独轮车，车架上的货物重 $W$ 表示此力的大小，作用点在货物的重心 $G$ 上，方向因受

地心的引力作用铅垂向下，所以此货物的重力用铅垂的矢量  $W$  表示，它使车架有下落的倾向。在车把  $B$  处作用一铅垂向上的力  $F$ ，它抬起独轮车的车架。要把车架抬起，力  $F$  的作用点离  $O$  轴愈远愈省力，否则力  $F$  的大小要较大才行。所以要将车架抬起，力  $F$  的方向要向上，要有相应大小的值和合适的作用点。独轮车要克服轮子与地面的阻力在车架的  $D$  点上还需作用一拉力  $T$ ，它的方向与水平成  $\alpha$  角，指向向左牵拉独轮车，线段  $DE$  表示此力的大小。从独轮车上  $W$ 、 $F$ 、 $T$  三力的作用可见，它们的作用效应各异，而完全取决于此三力各自的大小、方向和作用点。

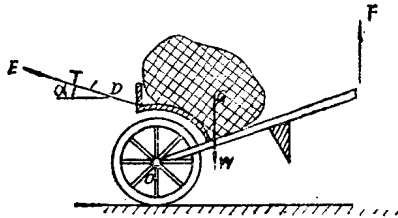


图 1—3

因此，要完全决定力对物体的作用必须给出它的大小、方向和作用点。以后用矢量来表示力，例如在图 1—4 中所示力  $F$  作用在物体的  $A$  点上，其大小为  $250\text{N}$ ，方向与水平的夹角为  $\theta$ 。用矢量  $AB$  来表示此力，取  $AB$  线段的长度为 5 个单位，每单位长  $5\text{mm}$  代表  $50\text{N}$ ，方向用线段  $AB$  与水平夹角  $\theta$  的正切表示，已知  $\text{tg}\theta = \frac{3}{4}$ ，线段的箭头表示此力的指向，有向线段  $AB$  的起点  $A$  表示力的作用点。

如果有两个力，它们的大小相等，方向相同，作用在沿某物体的同一条作用线上的两个不同点上，则它们对此物体的作用外效应是相同的，如图 1—5 所示。换言之，力可以沿其作用线滑动，并不改变此力对物体作用的外效应。这个事实称之为力之可传性原理。但是，力之可传性原理并不适用于力作用的内效应。

例如某一直杆在沿其两端的连线方向上作用一对大小相等、方向相反的拉力，设将作用在此杆两端的拉力各沿其作用线滑移至杆的另一端，此时杆的平衡状态没有改变，但此杆变为在沿其两端的连线方向上作用了一对大小相等、方向相反的压力，经过力的滑移后杆的内力性质改变了。所以力沿其作用线滑移后将会改变其对物体作用的内效应。对于变形体力学，研究力作用下的内效应问题，要求解在外力作用下变形体内部的内力或者变形时，一般首先得求出外部物体对此变形体所作用的约束反力，对于变形体力学的动力学问题中更需先求出外部物体对此变形体作用的动反力及变形体内各点加速度等等，在求解这些约束反力、动反力和变形体内各点加速度时，理论力学的基本原理、定理等都是适用的。

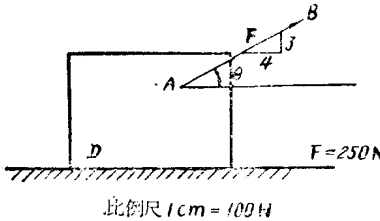


图 1-4

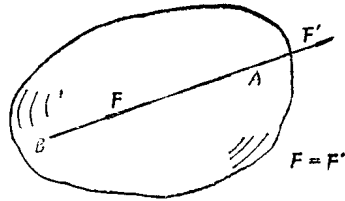


图 1-5

## 二、两力合成的平行四边形法则——几何法

在力学的计算中，为了简化，将作用在某一物体上的两个力或一些力（称力系）用一个合力  $R$  来代替它们，这种用一个力来代替一个力系的过程称为力系的合成。

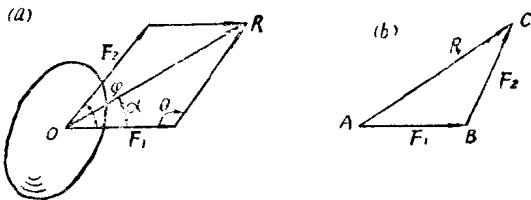


图 1-6

从实验完全可以验证：作用在一个物体某点 $O$ 上的两个力 $F_1$ 和 $F_2$ ，其合力 $R$ 可以由这两个力为边所构成的平行四边形的对角线来表示，见图1—6(a)。这个法则称为力的平行四边形法则。这里，合力 $R$ 的作用效果等效于 $F_1$ 和 $F_2$ 两力共同作用的效果， $R$ 的大小和方向用矢量式表示为：

$$R = F_1 + F_2 \quad (1-1)$$

合力 $R$ 的大小：

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos\theta} \quad (\theta = 180 - \varphi)$$

$$= \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\varphi} \quad (1-2)$$

设 $\alpha$ 是合力 $R$ 与 $F_1$ 的夹角，由角 $\alpha$ 可以决定合力 $R$ 的方向。由正弦定理得

$$\frac{F_1}{\sin(\varphi - \alpha)} = \frac{F_2}{\sin\alpha} = \frac{R}{\sin\theta} \quad (1-3)$$

合力 $R$ 的作用点仍在 $F_1$ 和 $F_2$ 两力的交点 $O$ 上，为了作图的简洁，通常不把力的平行四边形全部画出而只画其中的一半，如图1—6(b)。其作法如下：先作线段 $AB$ 表示力 $F_1$ ；从 $B$ 点作线段 $BC$ 平行于 $F_2$ ，其线段的长度用与 $AB$ 线段相同的比例尺来表示 $F_2$ ，连接 $A$ 、 $C$ 两点所得的有向线段 $AC$ 表示合力 $R$ ，其大小由 $AC$ 线段长乘以该力三角形的比例尺来表示，方向由 $\alpha$ 角量得，但合力 $R$ 的指向应与 $F_2$ 或最后一个分力的箭头相对。这种只画力平行四边形的一半的方法称为力三角形法则。这里必须注意两点：(1)力三角形或力的平行四边形的每条边长是代表力，所以必须先定力的比例尺，如图1—4中力的比例尺 $1\text{mm} = 10\text{N}$ 。(2)力三角形 $ABC$ 常画在物体外面，但各力的作用点仍在物体的 $O$ 点上。这种方法称为两力合成的几何法。

假如， $F_1$ 与 $F_2$ 互相垂直，则此两力的合力 $R$ 的大小和方向为(图1—7)：

$$\text{大小 } R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \quad (1-4)$$

方向  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_2}{F_1}$

### 三、力的多边形法则

设物体的  $O$  点上作用一各点力系 (以  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  三力为例), 求此力系的合力  $R$ 。

根据力之平行四边形法则, 可将其中任两力由其合力  $R_{12}$  来代替, 再将此  $R_{12}$  与另一力合成, 最后求得此力系的合力  $R$ 。

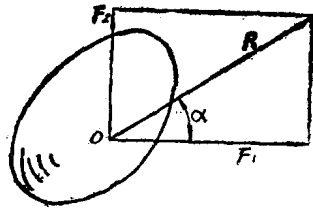


图 1-7

图 1-8 (a) 所示某物体的  $O$  点上作用有三力  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ , 先将  $F_1$  和  $F_2$  合成得  $R_{12}$ , 其次再将  $R_{12}$  与  $F_3$  合成得  $R$ ,  $R$  为力系  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  的合力。

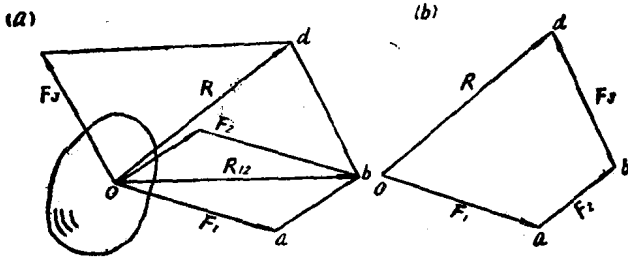


图 1-8

为了简单起见, 以后在合成时不必把各力之平行四边形都画出来, 只须画  $oa$ 、 $ab$ 、 $bd$ , 使其线段各自平行力  $F_1$ 、 $F_2$  和  $F_3$ , 线段的长短由力的比例尺确定。在作图时使各矢首尾相接, 最后联接  $o$  与  $d$  得  $od$ , 它代表力系  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  的合力  $R$ , 如图 1-8 (b)。 $od$  的箭头与分力  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  的箭头的矢序相对。多边形  $oabdo$  称为力系  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  的力多边形, 如用矢量等式表示可写为:

$$R = F_1 + F_2 + F_3 \quad (1-5)$$



如果力系由  $n$  个力组成，则力多边形可如法画制，最后得闭合边  $R$ ，此时合力  $R$  的矢量表达式为：

$$R = F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n = \Sigma F \quad (1-6)$$

以上所述法则称为力多边形法则。如果力系在同一平面内，则力多边形为一平面图形。如果力系不在同一平面内，则力多边形成为空间图形，式 (1-6) 仍然成立。

#### 四、力的分解与投影

##### (一) 一力沿两已知方向分解为两分力

作用在某一物体上的两个力可以用一个合力  $R$  来代替，反之，一个力也可以用它的两个分力来代换，例如，某力可以沿两个已知方向分解为两个分力。图 1-9 (a) 所示  $oc$  表示已知力  $F$ ， $oe$  及  $od$  为待求的两分力的给定方向。从  $c$  点分别作  $ca$  和  $cb$  线段各自平行  $od$  和  $oe$ ，与给定的两分力方向线  $oe$  和  $od$  相交得交点  $a$  和  $b$ ， $oa$  和  $ob$  就表示力  $F$  在  $oe$  和  $od$  方向的两个分力  $F_1$  和  $F_2$ 。两分力方向  $oe$  和  $od$  改变时，力  $F$  的分力  $F_1$  和  $F_2$  的大小和方向随之改变。因此，力  $F$  可以分解成无数对分力  $F_1$  和  $F_2$ 。只有分解的两分力方向确定后，力  $F$  的分力  $F_1$  和  $F_2$  才是唯一确定的。

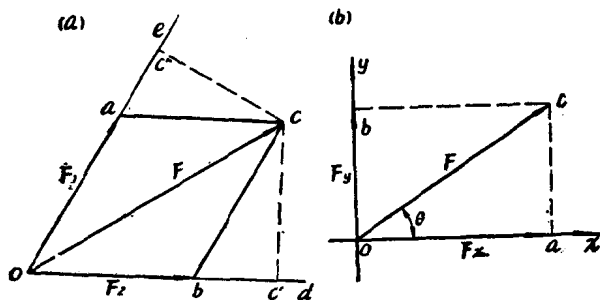


图 1-9

通常需求已知力  $F$  沿两互相垂直的坐标轴方向分解，如图 1-9 (b)，此时只须从  $c$  点作  $x$ 、 $y$  轴的平行线与  $y$ 、 $x$  轴相交得