

机电控制工程理论与应用基础

胡国清 编著

机械工业出版社

机电控制工程理论与应用基础

1

1

1

机电控制工程理论与应用基础

胡国清 编著



机械工业出版社

本书主要介绍机电控制的基本理论和作者近年来的科研成果,特别是将 MATLAB 语言引入控制理论,使控制理论中的计算机仿真极为简化。一般的仿真语言如: FORTRAN, C, PASCAL, BASIC 等语言需要上千条语句才能完成的功能,使用 MATLAB 语言只需要几句或十几句语句就可以完成,从而大大地减轻了科研工作者编程的工作量,可以从繁重的计算机编程中解放出来,投入其他创新的科研工作。本书可作为大学本科“自动控制原理”、“机电传动与控制”、“机电控制工程基础”和“控制系统的数字仿真”等教材,也可作为非自控专业研究生和广大科技工作者参考资料。

图书在版编目 (CIP) 数据

机电控制工程理论与应用基础 / 胡国清编著. —北京:
机械工业出版社, 1997.8
ISBN 7-111-05703-1

I. 机… II. 胡… III. 机电一体化-计算机控制-基本知识
IV. TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 06464 号

出版人: 马九荣 (北京市百万庄南街1号 邮政编码 100037)
责任编辑: 张秀恩 版式设计: 王颖 责任校对: 刘军
封面设计: 赵京京 责任印制: 王国光

国防大学第一印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行
1997年9月第1版第1次印刷
787mm × 1092mm 1/16 19印张·460千字
0 001 - 2 500册
定价: 30.00元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

前 言

本书是为了适应机电一体化(Mechatronics)技术发展的需要而撰写。主要介绍机电控制工程的基本理论以及在工程中的应用,它系统地阐述了机电控制工程技术的主要内容:机电控制工程的数学模型、传递函数、时域分析、频域分析、根轨迹、稳定性与快速性、误差分析、校正、非线性控制、离散控制系统和 MATLAB 语言等。本书将 MATLAB 语言引入控制论,是控制理论发展的又一次飞跃,使控制论专家可以从繁琐的数值计算和数字仿真中解脱出来,投入高技术、高水平和高智商的科学研究。MATLAB 语言只需要几条或几十条语句完成的功能,而 FORTRAN, C, PASCAL, BASIC 等其他计算机语言则需要几百甚至几千条语句才能完成。为了配合机电控制工程基础理论的学习,使读者能够迅速掌握计算机 MATLAB 语言编程技巧,书中大量列举了 MATLAB 程序。

本书已在厦门大学机械电子工程专业作为“机电传动与控制”教材;分析仪器专业“自动控制原理”教材,以及研究生“机电控制工程”教材及参考资料,收到了良好的效果。在使用本教材时可以根据专业和学时取舍。

本书的出版得到了机械工业出版社的支持,在本书的写作研究和出版过程中得到了厦门大学教材科、厦门大学工学院“引进博士后启动基金”厦门大学科仪系的大力支持,在此表示衷心的感谢。

由于作者水平、经验和时间有限,书中不足之处,敬请专家、教授和广大读者不吝指正。

胡国清 于厦门大学
1997年3月

目 录

第一章 机电控制工程的概述..... 1	3.8 高阶系统的瞬态响应..... 83
1.1 控制理论在机电技术中的应用..... 1	第四章 控制系统的频率特性..... 88
1.1.1 系统的微分方程..... 1	4.1 频率特性..... 88
1.1.2 物理模型与系统方块图..... 2	4.1.1 频率特性的数学基础..... 88
1.2 控制系统的基本组成..... 4	4.1.2 频率特性的基本概念..... 92
1.3 自动控制系统的基本类型..... 5	4.1.3 频率特性的几何表示..... 96
第二章 机电控制工程的数学模型..... 7	4.2 频率响应的 Nyquist 图..... 96
2.1 机电控制工程的微分方程..... 7	4.2.1 典型环节的 Nyquist 图..... 96
2.2 微分方程的线性化..... 10	4.2.2 Nyquist 图的一般作图方法..... 101
2.3 Laplace 变换和逆变换..... 12	4.3 频率响应的 Bode 图(对数坐标图)..... 107
2.3.1 Laplace 变换的定义..... 12	4.3.1 典型环节的 Bode 图..... 109
2.3.2 典型函数的 Laplace 变换..... 13	4.3.2 一般系统 Bode 图作图方法..... 115
2.3.3 Laplace 变换的性质..... 14	4.3.3 最小相位系统..... 119
2.3.4 Laplace 逆变换..... 21	4.3.4 由频率响应曲线求系统传递函数..... 120
2.3.5 用 Laplace 变换求解常系数线性微分方程的解..... 27	4.4 控制系统的闭环频率响应..... 124
2.4 传递函数..... 29	4.4.1 由开环频率响应特性估计闭环频率特性..... 124
2.5 系统方块图及其简化..... 38	4.4.2 系统的频域指标..... 125
2.5.1 方块图的组成..... 38	第五章 控制系统的稳定性与快速性..... 127
2.5.2 方块图的等效变换..... 39	5.1 稳定性和快速性的基本概念..... 127
2.6 信号流图及 MASON 公式..... 43	5.2 Routh - Hurwitz 判据..... 128
2.6.1 信号流图..... 43	5.2.1 Routh 判据..... 128
2.6.2 MASON 公式..... 44	5.2.2 控制系统稳定的充分必要条件..... 129
2.7 控制系统建模..... 45	5.2.3 二阶三阶和四阶系统的 Routh 判据..... 130
第三章 时域瞬态响应分析..... 51	5.2.4 Routh 判据的特殊情况..... 131
3.1 时域分析中的典型信号..... 51	5.2.5 Hurwitz 判据..... 133
3.2 一阶系统的瞬态响应..... 53	5.3 Nyquist 稳定性判据..... 134
3.3 二阶系统的瞬态响应..... 57	5.3.1 Nyquist 判据的特性..... 134
3.4 二阶系统的瞬态响应指标..... 62	5.3.2 Nyquist 判据的推理之一..... 134
3.4.1 瞬态响应指标..... 62	5.3.3 Nyquist 判据推理之二..... 135
3.4.2 二阶系统的瞬态响应指标..... 64	5.4 Bode 图上的稳定性判据..... 137
3.5 过阻尼和临界阻尼下的二阶系统的瞬态性能指标估算..... 74	5.5 多回路 Nyquist 曲线上的稳定性判据..... 139
3.6 二阶系统的单位脉冲响应..... 76	
3.7 二阶系统的单位斜坡响应..... 78	

5.6	多回路 Bode 曲线上的稳定性判据	139	8.6	串联校正	192
5.7	稳定裕度	140	8.6.1	无源超前校正	192
5.8	二阶系统频域与时域的关系	144	8.6.2	无源滞后网络	194
5.8.1	相位裕度 γ 与 ξ 的关系	144	8.6.3	滞后-超前网络校正	195
5.8.2	谐振峰值 M_r 与超调量 σ 的关系	145	8.6.4	有源网络校正装置	198
5.8.3	谐振频率及频宽与时域指标的关系	146	8.7	反馈校正	201
5.8.4	剪切频率 ω_c 、频宽 ω_b 与系统的时域指标关系	152	8.8	复合校正	202
5.8.5	高阶系统的频域与时域之间的关系	156	8.9	频率法校正	206
第六章	根轨迹法	157	8.10	根轨迹校正	213
6.1	根轨迹方程	157	第九章	非线性控制理论	218
6.1.1	根轨迹与系统的性能关系	158	9.1	典型的非线性类型	218
6.1.2	闭环零极点与开环零极点的关系	158	9.2	非线性系统的分析方法	220
6.1.3	根轨迹方程、幅角、幅值条件	159	9.3	描述函数	220
6.1.4	简单系统的根轨迹图	161	9.4	常见非线性元件的描述函数	222
6.2	绘制根轨迹的基本法则	162	9.5	描述函数分析非线性系统的稳定性	231
6.3	广义根轨迹(参量根轨迹)	174	9.5.1	非线性系统的稳定性分析	231
6.4	零度根轨迹	175	9.5.2	自振荡的确定	234
第七章	控制系统的误差分析	178	9.6	相平面分析	237
7.1	稳态误差	178	9.6.1	相轨迹的作图法	237
7.1.1	阶跃信号引起的稳态误差	178	9.6.2	由相平面确定时间信息	243
7.1.2	斜坡(速度)输入引起的稳态误差	179	9.6.3	相平面上的奇点	244
7.1.3	抛物线(加速度)输入引起的稳态误差	180	9.6.4	相平面上的极限环	245
7.2	动态误差系数	182	9.7	非线性系统的相平面分析	248
7.3	扰动信号作用下的稳态误差	186	9.8	李雅普诺夫(Liapunov)直接法(第二方法)	253
第八章	控制系统的校正方法	189	第十章	离散控制系统	256
8.1	系统的性能指标	189	10.1	Z 变换	256
8.2	时域性能指标	189	10.1.1	采样器和保持器	256
8.2.1	瞬态性能指标	189	10.1.2	根据定义求 Z 变换	258
8.2.2	稳态误差	190	10.1.3	留数定理求 Z 变换	259
8.3	开环频域指标	190	10.1.4	Z 变换的性质	260
8.4	闭环频域指标	190	10.2	Z 逆变换	266
8.5	系统校正综述	191	10.2.1	逆变换公式	266
			10.2.2	幂级数法求 Z 逆变换	267
			10.2.3	部分分式展开法	268
			10.3	Z 变换求差分方程	268
			10.4	脉冲传递函数	269
			10.5	有零阶保持器的开环脉冲传递函数	273

10.6 闭环系统的脉冲传递函数.....	275	一、MATLAB 简介.....	284
10.7 脉冲系统的稳定性分析.....	279	二、使用规则.....	284
附录 MATLAB 语言简介.....	284	参 考 文 献.....	293

第一章 机电控制工程的概述

机电一体化(mechatronics)技术中最主要的组成部分就是控制理论。控制理论诞生于 40 年代, 作为一门独立的学和学的方法论得到迅速发展, 它是自动控制、电子技术、计算机学等多学科相互交叉、相互渗透的产物。50 年代后期, 由于军事和高技如航空、航天、航海、火炮、导弹、电力、冶金等领域发展的需要, 控制理论日趋完善。1954 年钱学森运用控制论的思想和方法, 创立了工程控制论, 把控制论应用到工程技术领域, 使之蓬勃发展。60 年代后控制论出现分枝, 即“古典控制理论”和“现代控制理论”。“古典控制理论”是以传递函数为基础, 主要研究单输入, 单输出控制系统的分析和设计问题; “现代控制理论”是以状态空间法为基础, 研究多输入多输出、变参数、变结构、非线性、高精度、高效能等控制系统的分析和设计问题。

如果说 50 ~ 60 年代是控制理论发展的鼎盛时期, 那么 80 ~ 90 年代计算机和软件技术的高速发展则是控制理论的第二次革命。自从 MATLAB 语言进入控制理论后, 科学家又可以从繁琐的数字计算和仿真中解脱出来, 从事高技术、高水平和高智商研究。

自动控制就是在没有人参与的情况下, 使生产过程或被控对象的某些物理量按照预定的规律变化。如液压系统的压力、流量、温度、污染度 $f(p, q, T, C)$ 等, 电气网络中的电压、电流、功率、电阻、电容、电感 $f(V, I, W, R, C, L)$ 等; 程序控制机床按照给定的预定程序变化, 加工出各种预定的产品形状; 焊接机器人按工艺要求焊接出流水线上的各个机器部件; 淬火工艺中的保温控制等等。这些系统的共同特点就是按照规定的程序工作和变化。

随动系统也叫调节系统就是调节量随输入量的变化而变化。即如何使控制量随给定量的变化规律而变化, 这是控制系统所需要解决的基本任务。

反馈就是把输出结果的一部分或全部作为新的信息调节量, 反馈到新的调节部分, 再反馈回控制系统。

学习自动控制技术主要解决两个问题: ① 如何分析某个给定控制系统的工作原理、元部件组成和分析稳定品质; ② 根据实际需要来进行系统设计, 并用机、光、电、液压元件或设备等来实现这一系统。

1.1 控制理论在机电技术中的应用

1.1.1 系统的微分方程

系统的动力学问题可以归结为系统的微分方程问题, 在机械系统中, 根据受力分析, 列出系统的微分方程; 在电气网络中根据电气网络特性, 列出网络的微分方程。如图 1-1 所示的机械系统中, 根据受力分析得系统的微分方程

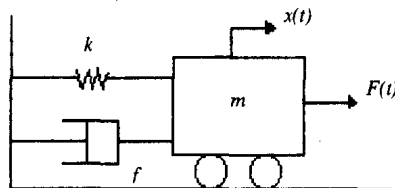


图 1-1 质量—弹簧—阻尼系统

$$\begin{cases} m\ddot{x}(t) + f\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \\ x(0) = x_0 \quad \dot{x}(0) = \dot{x}_0 \end{cases} \quad (1-1)$$

式(1-1)的特征方程为

$$mp^2 + fp + k = 0 \quad (1-2)$$

式(1-2)中 $p = \frac{d}{dt}$ 。它与系统本身的结构和参数有关，反映了与外界无关的系统本身特性。

$F(t)$ 称为系统的外输入， $x(t)$ 称为系统的输出，从广义动力学的角度来讲，机械设备、电器设备和其他任何控制系统的物理模型都可以用图 1-2 来描述系统、输入和输出三者之间的关系。



图 1-2 系统模型

由以上的分析可得，从控制工程的角度可归纳为以下五个方面

- 1) 当系统给定，输入已知，求系统的输出响应，通过输出响应来研究系统本身的各种问题，即系统分析。
- 2) 系统确定，求输入，使输出尽可能符合给定的最优要求，即最优控制问题。
- 3) 输入已知，使输出尽可能复现输入给定的最佳要求，即最优设计问题。
- 4) 输出已知，确定系统，识别输入中的有关信息，即滤波与预测问题。
- 5) 输入和输出已知，确定系统的结构和参数，即建立数学模型，称为系统辨识问题。

1.1.2 物理模型与系统方块图

函数记录仪是一种通用的自动化记录仪，它可以在二维直角坐标纸上自动绘出两个测量函数之间的函数关系。同时记录仪还带有走纸结构，用以描绘一个电量对时间的函数关系。记录仪采用负反馈原理，其结构有衰减器、测量电路、放大装置、伺服电动机、测速机组、齿轮系和绳轮等组成，如图 1-3 所示。系统的输入信号是待记录的电压，被控对象为记录笔，其位移即为控制量，函数记录仪控制系统的任务是控制记录笔位移，使其在记录纸上绘出待记录的电压信号曲线。

在图 1-3 中，测量电路是由电位器 R_Q 和 R_M 组成的桥式电路，记录笔就固定在电位器 R_M 的电刷上，因此测量电路的输出电压 u_p 与记录笔的位移成正比。当有输入信号 u_r 时，在放大器输入口得到偏差电压 $\Delta u = u_r - u_p$ ，经放大后驱动伺服电动机，并通过齿轮系及绳轮而带动记录笔移动，使偏差电压减小。当偏差 $\Delta u = 0$ 时，电动机停止转动，记录笔也不动，当输入信号随时间连续变化时，记录笔也绘出随时间变化的连续曲线。

函数记录仪控制系统的方框图如图 1-4 所示，测速发电机反馈一个与电动机转速成正比的电压信号，以增大系统阻尼而得到改善系统性能的目的。

综上所述，函数记录仪的功用是控制记录笔正确记录输出的电压信号。而输入电压信号可以是时间的任意函数，因此这种系统称为随动系统。组成函数记录仪系统的元件有：机械、电气等元件。系统中传递的电压、位移等信号都是随时间变化的连续信号，因此函数记录仪系统是一个随时间变化的机电一体化的随动系统。

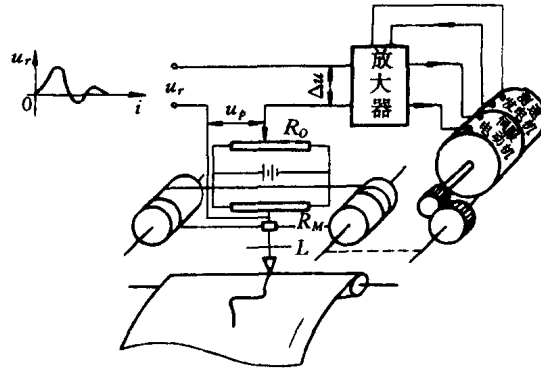


图 1-3 函数记录仪原理图

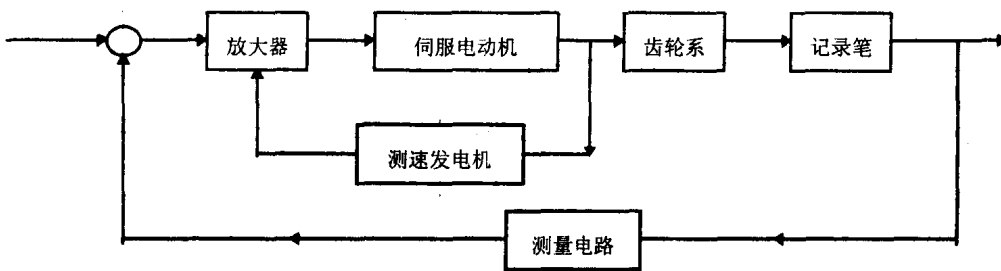


图 1-4 函数记录仪系统方框图

对于一个简单的液压系统，如图 1-5 所示。由图 1-5 可得这是一个随动系统， x_1 为输入位移， y 为输出位移，确定系统的方框图。

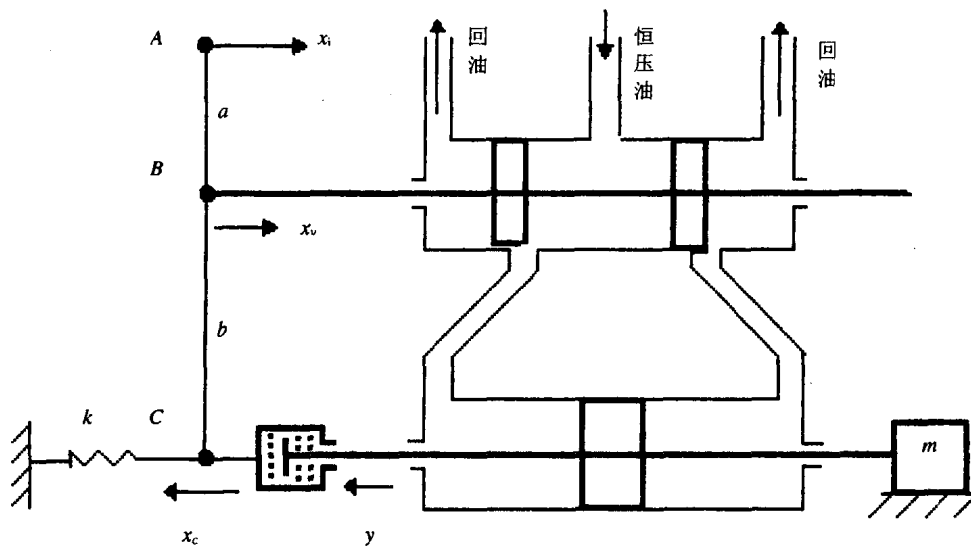


图 1-5 液压系统

根据液压系统的工作原理得：当在 A 点输入向左的位移 x 时，即通过 B 点向阀芯输入一向左位移时，节流阀口打开，高压油进入作动筒的左端，推动活塞向右运动。活塞杆通过 C 点带动 B 点向右移动，从而 B 点也向右移动，即将 B 点推回中点位置，堵住阀口，作动筒停止运动。当通过 A 点向右输入一位移 x_1 时， B 点向右运动，即向阀芯输入一向右的位移时，运动过程与上述运动过程恰好相反。因此可得 B 点为系统的比较点，根据图 1-6 可得系统的方框图 1-7。

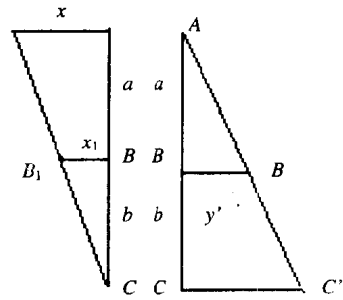


图 1-6 阀芯位移关系

$$\frac{x_1}{x} = \frac{b}{a+b} \quad x_1 = \frac{b}{a+b} x$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{a}{a+b} \quad y' = \frac{a}{a+b} y$$

阀芯总的位移为 $x_1 - y'$ ，框图如图 1-7 所示。

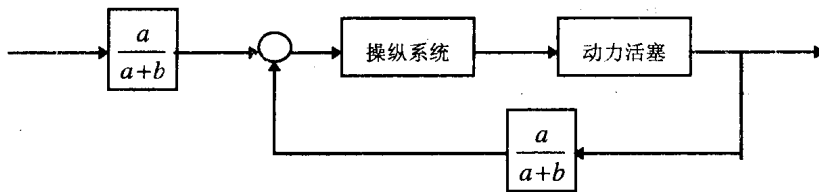


图 1-7 液压随动系统方框图

1.2 控制系统的基本组成

一个典型的控制系统主要包括：反馈元件、给定元件、比较元件、放大元件、执行元件及校正元件等，如图 1-8 所示。

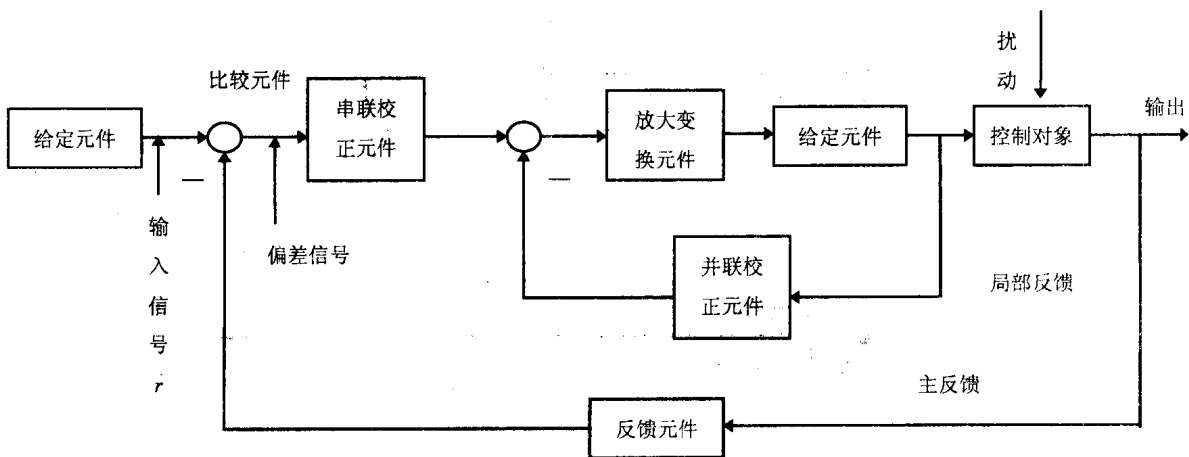


图 1-8 典型反馈控制系统方框图

给定元件：主要用于产生给定信号或输入信号，例如调速系统的电位计。

反馈元件：测量被调量或输出量，产生主反馈信号，该信号与输出量之间存在确定的函数关系(通常是比例关系)，例如：调速系统的测速电动机。反馈元件也称测量元件。

比较元件：用来比较输入信号和反馈信号之间的偏差。即对系统输入量与输出量进行加减运算，给出偏差(误差)信号，起信号的综合作用，这个作用往往是由综合电路或有测量元件兼而完成。也可以是一个差接电路，但它往往不是一个专门的物理元件，有时也称比较环节或系统误差监测器。

放大元件：对偏差信号进行信号放大和功率放大的元件，使输出足够的功率和要求的物理量。例如：伺服功率放大器，电液伺服阀。

执行元件：直接对控制对象进行操纵的元件，即根据放大后的偏差信号，对被控对象执行任务，使被控量与希望输出量保持一致，例如作动筒、液压马达和执行电动机。

控制对象：控制系统要操纵的对象。它的输出量即为系统的被调量(或被控制量)，例如：机床、工作台、设备或生产线等。

校正元件：也称校正装置，即参数或结构便于调整的元件，用以稳定控制系统，改善系统的性能。有反馈校正和串联校正两种形式。

1.3 自动控制系统的基本类型

控制系统的基本类型很多，其结构和所完成的任务各不相同，主要有：

(1) 按给定量的运动规律分类

1) 恒值调速系统，例如：稳压源、恒温系统。重点克服扰动对被调量的影响。

2) 程序控制系统，输入量为已知的时间函数，如计算机数字程序控制系统。如图 1-9 某程序控制系统。

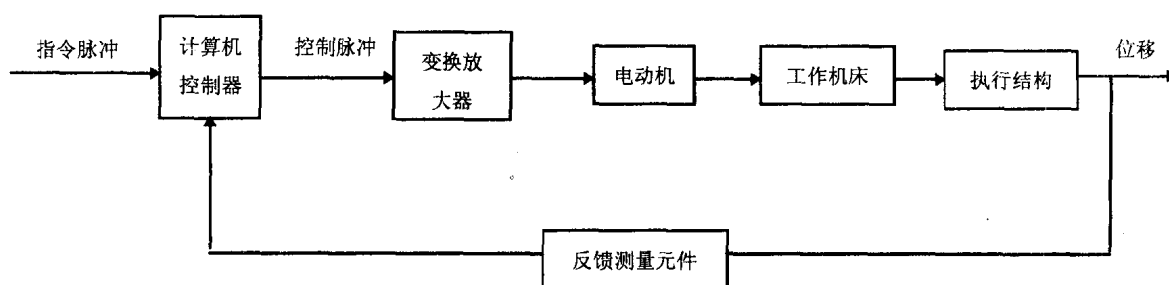


图 1-9 某程序控制系统

3) 随动系统，这种系统给定量是时间的未知函数，即给定量的变换规律事先无法准确确定。但要求输出量能够准确、快速地复现给定量。如火炮的增大瞄准敌机系统，液压仿形刀架的随动系统等等。

(2) 按系统反应特性分类

1) 连续控制系统，连续控制系统又可分为：线性控制系统和非线性控制系统。线性控

制系统，能用线性微分方程来描述的系统；非线性系统，不能用线性微分方程来描述的系统。

2) 数字控制系统，即离散控制系统，系统的一切量都用数字量表示，数字量之间不连续，用计算机控制。

(3) 按执行元件的物理性能分类

1) 电气控制系统。

2) 液压控制系统。

3) 机械控制系统。

4) 机电一体化控制系统。

(4) 按控制类型分类

(1) 开环控制系统，即系统的输出与输入信号之间不存在反馈回路，输出信号与控制系统无影响。

(2) 闭环控制系统，即系统的输出与输入信号之间存在反馈回路，输出信号对控制系统产生影响，从而提高系统的控制精度。

无论对哪一类控制系统，都必须要求控制系统稳定、快速和准确。稳定性：指系统的动态过程的振荡趋向和系统能够恢复平衡的能力。要求输出量在受扰动信号作用后能够随时间的推移而得到平衡状态，稳定性是控制系统的最基本要求。快速性：在控制系统处于稳定的条件下，要求系统在受扰动信号的作用后，输出量与给定量之间的偏差能够及时消除。准确性：在调节过程结束后输出量与给定量之间的偏差，也称稳态精度。准确性是衡量系统工作性能的重要指标之一。在同一控制系统中，准、稳、快是相互制约的，快速性好，可能会有强烈的振荡；改善稳定性，控制过程可能又减慢，精度也可能降低。这些问题是机电控制工程领域所必须解决的重要课题。

第二章 机电控制工程的数学模型

一个控制系统，当输入一个信号后，不仅要了解它的稳态情况，更重要的是还要了解系统的瞬态响应。将物理系统的信号传递过程的瞬态特性用微分方程表示出来，就得到物理系统的数学模型。建立机电控制工程的数学模型，并在此基础上对系统进行分析、综合，是机电控制工程的基本方法，机电控制工程上的数学模型包括传递函数、状态空间等。然而，微分方程是最基本的数学模型，也是列传递函数和状态空间法的基础。

2.1 机电控制工程的微分方程

例 2-1 如图 2-1 所示的质量-阻尼系统的力学模型，其中： m ——质量； k ——弹簧刚度； f_1, f_2 ——粘性阻尼系数； r ——输入位移； y ——输出位移。

解 根据 Newton 第二定律得

$$m\ddot{y}(t) + f_2\dot{y}(t) = f_1[\dot{r}(t) - \dot{y}(t)] \quad (2-1)$$

化简整理得

$$m\ddot{y}(t) + (f_1 + f_2)\dot{y}(t) = f_1\dot{r}(t) \quad (2-2)$$

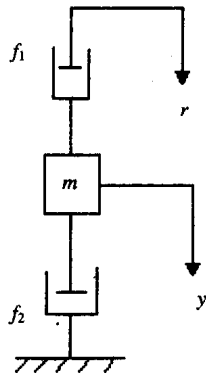


图 2-1 质量阻尼系统

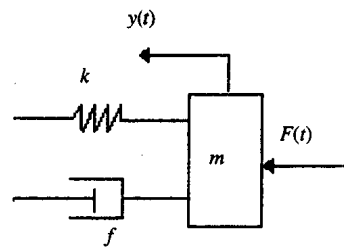


图 2-2 质量-弹簧-阻尼系统

例 2-2 如图 2-2 所示的质量-弹簧-阻尼系统，其中： f ——粘性系数； m ——质量； k ——弹簧刚度； $F(t)$ ——输入力； $y(t)$ ——输出位移。

解 根据 Newton 第二定律得

$$F(t) - f\dot{y}(t) - ky(t) = m\ddot{y}(t) \quad (2-3)$$

即

$$m\ddot{y}(t) + f\dot{y}(t) + ky(t) = F(t) \quad (2-4)$$

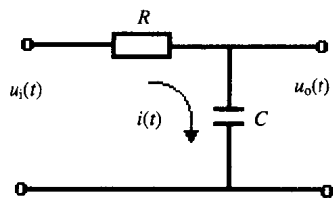


图2-3 RC网络

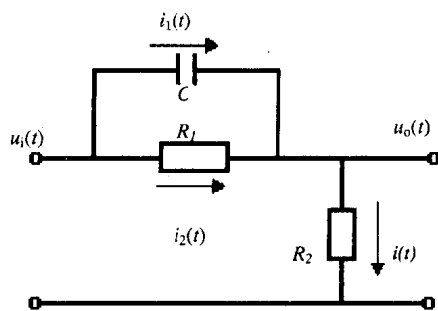


图2-4 无源电路网络

例2-3 如图2-3所示的无源RC电路网络, $u_i(t), u_o(t)$ ——分别为输入、输出电压;
 C ——电容器; R ——电阻。

解 根据Kirchhoff(基尔霍夫)定律

$$u_i(t) = i(t)R + u_o(t) \quad (2-5)$$

$$u_o(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt \quad (2-6)$$

例2-4 如图2-4所示的无源电路网络, $u_i(t), u_o(t)$ ——分别为输入、输出电压; C ——
 电容器; R_1, R_2 ——电阻。

解 根据Kirchhoff定律

$$i_1(t) + i_2(t) = i(t) \quad (2-7)$$

$$u_i(t) = u_o(t) + R_1 i_2(t) \quad (2-8)$$

$$\frac{1}{C} \int i_1(t) dt = R_1 i_2(t) \quad (2-9)$$

$$u_o(t) = R_2 i(t) \quad (2-10)$$

由式(2-8)得

$$i_2(t) = \frac{u_i(t) - u_o(t)}{R_1} \quad (2-11)$$

由式(2-9)得

$$i_1(t) = R_1 C \frac{d i_2(t)}{dt} \quad (2-12)$$

将式(2-11)代入式(2-12)得

$$i_1(t) = C[u_i(t) - u_o(t)] \quad (2-13)$$

由式(2-10)得

$$i(t) = \frac{u_o(t)}{R_2} \quad (2-14)$$

将式(2-11), (2-13)和(2-14)代入式(2-7)得

$$C[\dot{u}_i(t) - \dot{u}_o(t)] + \frac{1}{R_1}[u_i(t) - u_o(t)] = \frac{u_o(t)}{R_2} \quad (2-15)$$

即

$$R_1 C \dot{u}_o(t) + \frac{R_1 + R_2}{R_2} u_o(t) = R_1 C \dot{u}_i(t) + u_i(t) \quad (2-16)$$

例 2-5 如图 2-5 所示的有源网络， $u_i(t), u_o(t)$ ——分别为输入、输出电压； K_o ——运算放大器的放大倍数。

解 设运算放大器反向输入端为 A 点。一般情况 K_o 很大，所以

$$u_o(t) = -K_o u_A(t) \quad (2-17)$$

即

$$u_A(t) = -\frac{u_o(t)}{K_o} \approx 0 \quad (2-18)$$

因为输入阻抗一般很高，所以

$$i_1(t) \approx i_2(t) \quad (2-19)$$

因此可列出

$$\frac{u_i(t)}{R} = -C \dot{u}_o(t) \quad (2-20)$$

所以

$$RC \dot{u}_o(t) = -u_i(t) \quad (2-21)$$

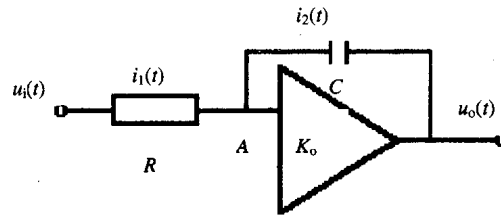


图 2-5 有源网络

例 2-6 如图 2-6 所示的电枢控制式直流电动机， $e_i(t)$ ——电动机电枢输入电压； $i_a(t)$ ——流过电枢绕组的电流； $\theta_o(t)$ ——电动机输出转角； $e_m(t)$ ——电动机感生电动势； R_a ——电枢绕组电阻； $T(t)$ ——电动机转矩； L_a ——电枢绕组电感； J ——电动机及负载折合到电动机轴上的转动惯量。

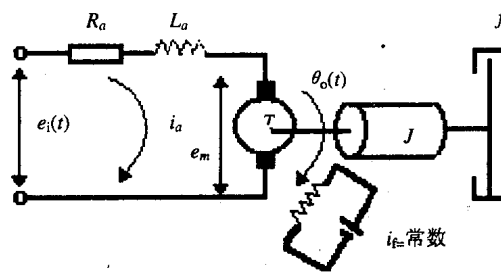


图2-6 电枢式直流电动机

解 根据Kirchhoff定律

$$e_i(t) = i_a(t)R_a + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + e_m(t) \quad (2-22)$$

根据磁场对载流线圈的作用定律

$$T(t) = K_T i_a(t) \quad (2-23)$$

根据电磁感应定律

$$e_m(t) = K_e \dot{\theta}_o(t) \quad (2-24)$$

根据 Newton 第二定律

$$T(t) - f \dot{\theta}_o(t) = J \ddot{\theta}_o(t) \quad (2-25)$$

将式(2-23)代入(2-25)得

$$i_a(t) = \frac{J}{K_T} \ddot{\theta}_o(t) + \frac{f}{K_T} \dot{\theta}_o(t) \quad (2-26)$$

将式(2-24)和(2-26)代入式(2-22)得

$$L_a J \ddot{\theta}_o(t) + (L_a f + R_a J) \dot{\theta}_o(t) + (R_a f + K_T K_e) \theta_o(t) = K_T e_i(t) \quad (2-27)$$

假如 L_a 很小, 忽略不计, 系统的微分方程可以简化为

$$R_a J \ddot{\theta}_o(t) + (R_a f + K_T K_e) \dot{\theta}_o(t) = K_T e_i(t) \quad (2-28)$$

假如 R_a , L_a 均很小, 忽略不计时, 式(2-27)可以简化为

$$K_e \dot{\theta}_o(t) = e_i(t) \quad (2-29)$$

从以上的各例可以归纳为

- 1) 将系统划分为各环节, 确定各环节的输入输出信号, 每一个环节考虑一个方程。
- 2) 根据物理定律或实验方法, 得出物理定律, 列出各环节的原始方程, 并考虑简化和线性化。
- 3) 将各环节方程联立, 消去中间变量, 最后得出输入输出变量以及其他参量的系统微分方程。
- 4) 单输入单输出的线性微分方程可归纳如下

$$\begin{aligned} a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + a_2 \frac{d^{n-2} y(t)}{dt^{n-2}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy(t)}{dt} + a_n y(t) = \\ b_0 \frac{d^m u(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} u(t)}{dt^{m-1}} + b_2 \frac{d^{m-2} u(t)}{dt^{m-2}} + \dots + b_{m-1} \frac{du(t)}{dt} + b_m u(t) \quad (n \geq m) \end{aligned} \quad (2-30)$$

2.2 微分方程的线性化

在实际机电控制系统中有死区、饱和区、间隙等各类非线性。由于线性叠加原理不适合非线性系统, 因此每一系统都必须作线性化处理。在非线性因素影响很小的情况下, 可作线性化处理。如果不能用线性化处理, 则必须利用非线性理论的处理方法, 在第九章中将作详细论述。下面介绍有关线性化处理的方法。

例 2-7 如图 2-7 所示的单摆系统, $T_i(t)$ —— 输入力矩; $\theta_o(t)$ —— 输入摆角; m —— 小球质量; l —— 摆长。

解 根据 Newton 第二定律得

$$T_i(t) - [mg \sin \theta_o(t)]l = (ml^2) \ddot{\theta}_o(t) \quad (2-31)$$

式(2-31)是一个非线性微分方程, $\sin \theta_o$ 在 $\theta_o = 0$ 点处附近作摆动, 并根据 Taylor 级数展开得