

高等学校试用教材

材料力学

上册

天津大学材料力学教研室 编

苏翼林 主编

人民教育出版社

本书是根据一九七七年高等学校工科基础课力学教材会议制定的高等工业院校“材料力学(机械类)编写大纲”编写的。

本书分上、下两册出版。上册包括绪论、拉伸与压缩、材料的力学性质、拉伸(压缩)超静定问题、剪切、扭转、弯曲、应力分析、强度理论、组合变形、曲杆、平面图形的几何性质及接触应力简介等内容。下册包括变形能法、超静定系统、交变应力、稳定、厚壁圆筒与旋转圆盘、弹性力学平面问题、实验应力分析、平面有限单元法基础及线弹性断裂力学等内容。全书每章后均附有一定数量的习题,全部给出了答案,对某些较难的习题,还给出了解答。全书采用国际单位制。

参加本书编写工作的有:苏翼林(主编,第四章,第九章,第十章,第十三章至第十九章);曹湘(第三章,第六章,第七章,第八章);任治宏(第二章,第五章,附录Ⅱ);罗至善(绪论,第一章,第十一章,第十二章,附录Ⅰ);张守鑫(第二十章);黄观鸿(第二十一章)。上册底图由罗至善、任治宏绘制,下册底图由任治宏绘制。黄观鸿、佟振勋参加上册校对工作。

本书由北京航空学院高镇同、单辉祖审阅。

本书可作为高等工业院校机械类专业材料力学教材,也可作为机械工程技术人员参考书。

高等学校试用教材

材料力学

上册

天津大学材料力学教研室编

苏翼林主编

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

绍兴地区印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/16 印张 16.75 字数 370,000

1979年12月第1版 1982年3月第5次印刷

印数 50,501—73,500

书号 15012·0232 定价1.40元

序

本书是根据一九七七年高等学校工科基础课力学教材会议讨论的“材料力学(机械类)编写大纲”编写的。

全书共二十一章,由第一章至第十七章及附录 I 为基本内容(不包括带有星号的章、节),第十八章至第二十一章为专题内容(供选修用)。

在基本内容部分重视材料力学的基本理论和方法,这里包括:材料力学研究应力和变形的根本方法(静力、几何、物理三方面的综合)、截面法、叠加原理、应力分析和能量方法。对这些基本问题都给予比较详细的讨论,并适当采用了逐步加深、多次反复的叙述方法。

在讲清基本理论的同时,贯彻理论联系实际的原则,编入了适量的实际例题,以培养分析问题和解决问题的能力。

有些章、节编入了一些扩大深度和广度的内容(带有星号的章、节),这些内容可根据专业特点选择讲授,也可作为自学阅读材料。

每章末都编入了一定数量的习题,全部习题的答案附在书末。对某些较难的习题,还给出了解答。

书内所有插图中构件的尺寸,凡用毫米(mm)作单位时,一律不注明单位;如用其他单位,如厘米(cm)或米(m)时,则均将单位注出。

本书采用国际单位制,书末给出现行公制单位制与国际单位制的换算。此外,所有例题中的截面几何性质,如面积、惯矩等,按照现行习惯均采用厘米(cm)进行计算。

本书承北京航空学院材料力学教研室审阅,提出很多宝贵意见,特此致谢。

由于编者水平所限,书中错误、不妥之处,在所难免,请读者指正。

编 者

一九七九年五月

目 录

绪 论

§ 0-1	材料力学的任务	1
§ 0-2	材料力学与生产实践的关系	1
§ 0-3	材料力学的基本假设	3
§ 0-4	构件的分类·杆件变形的基本形式	4

第一章 拉伸与压缩

§ 1-1	直杆的轴向拉伸与压缩	6
§ 1-2	内力·截面法	6
§ 1-3	应力·许用应力	8
§ 1-4	强度计算的三类问题	10
§ 1-5	斜截面应力·剪应力·全应力	12
§ 1-6	变形和应变	13
§ 1-7	动应力	17
§ 1-8	变形能	19
习题		20

第二章 材料的力学性质

§ 2-1	低碳钢拉伸试验	25
§ 2-2	其他材料的拉伸试验	29
§ 2-3	压缩试验	30
§ 2-4	硬度	31
§ 2-5	冲击韧度	32
§ 2-6	应力集中概念	34
*§ 2-7	高温对力学性质的影响	35
*§ 2-8	蠕滑和松弛概念	36
§ 2-9	安全系数和许用应力的确定	37

第三章 拉、压超静定问题

§ 3-1	超静定问题及其解法	39
§ 3-2	装配应力	42
§ 3-3	温度应力	45
习题		47

第四章 剪 切

§ 4-1	剪切近似计算	50
§ 4-2	实例	51
*§ 4-3	焊接计算	53
习题		54

第五章 扭 转

§ 5-1	概述	58
§ 5-2	薄壁筒扭转	59
§ 5-3	圆轴扭转时的应力与变形	62
§ 5-4	极惯性矩与抗扭截面系数	65
§ 5-5	扭矩与扭矩图	66
§ 5-6	圆轴扭转时的强度与刚度条件	68
§ 5-7	圆轴扭转时斜截面应力	70
§ 5-8	密圈螺旋弹簧的应力和变形	72
*§ 5-9	非圆截面杆的扭转	74
*§ 5-10	圆轴的塑性扭转	78
习题		80

第六章 直杆弯曲时的内力

§ 6-1	引言	86
§ 6-2	梁的支座·静定梁的基本形式	87
§ 6-3	平面弯曲时梁横截面上的内力——剪力与弯矩	88
§ 6-4	剪力图和弯矩图	91
§ 6-5	求剪力和弯矩的另一方法	94
§ 6-6	剪力、弯矩与分布载荷集度间的微分关系	96
*§ 6-7	直接用微分关系画剪力图和弯矩图	98
§ 6-8	按叠加原理作弯矩图	99
§ 6-9	刚架的弯矩图、轴力图	100
习题		101

第七章 弯曲应力

§ 7-1	纯弯曲时梁的正应力	106
§ 7-2	弯曲正应力的强度条件及其应用	109
§ 7-3	梁的合理截面	113
§ 7-4	矩形截面梁的剪应力	114
§ 7-5	圆形截面梁的最大剪应力	118
§ 7-6	薄壁截面梁的剪应力	119
§ 7-7	不对称截面梁的弯曲	122
*§ 7-8	弯曲中心	123
§ 7-9	变截面梁	125
*§ 7-10	理想塑性材料杆件弯曲时的极限载荷	127
*§ 7-11	超过弹性限时梁内的应力计算	131
习题		133

第八章 弯曲变形

§ 8-1	梁的挠度与转角	141
§ 8-2	弯曲刚度条件	142
§ 8-3	挠曲线的微分方程	142
§ 8-4	积分法求梁变形	144
§ 8-5	梁挠曲线形状的大致判断	148
§ 8-6	叠加法求梁变形	149
§ 8-7	调整弯曲刚度的途径	153
习题		156

第九章 应力分析

§ 9-1	关于应力状态的基本概念	161
§ 9-2	二向应力状态下斜截面的应力	163
§ 9-3	求二向应力状态斜截面应力的图解法	165
§ 9-4	二向应力状态下的主应力	167
*§ 9-5	梁的主应力迹线	171
§ 9-6	三向应力状态的应力圆	172
§ 9-7	广义虎克定律	174
§ 9-8	三向应力状态的弹性变形能	176
*§ 9-9	弹性常数 E 、 G 、 μ 间的关系	178
习题		178

第十章 强度理论

§ 10-1	强度理论概述	182
§ 10-2	几个基本的强度理论	183
*§ 10-3	莫尔强度理论	185
§ 10-4	强度理论的应用	189
习题		192

第十一章 组合变形时的强度计算

§ 11-1	斜弯曲·双向弯曲	193
§ 11-2	拉伸(压缩)与弯曲的组合·偏心拉伸(压缩)	196
§ 11-3	扭转与弯曲的组合	198
*§ 11-4	曲轴强度计算	203
§ 11-5	组合变形时的合理设计	206
习题		208
大作业	传动轴的强度计算	213

*第十二章 曲 杆

§ 12-1	曲杆的实例及其内力	215
§ 12-2	平面曲杆纯弯曲时横截面上的应力	216
§ 12-3	常用截面中性层曲率半径的计算	218
§ 12-4	曲杆强度计算	220
§ 12-5	圆环的挠曲线微分方程	221
习题		225

附录 I 平面图形的几何性质

§ I-1	形心和面积矩	227
§ I-2	惯矩·惯积·惯性半径	229
§ I-3	平行轴定理·组合图形的惯矩与惯积	231
§ I-4	转轴公式·主惯矩	234
习题		236
大作业	组合截面几何性质	238

附录 II 接触应力简介

附录 III 型 钢 表

附录 IV 单位及单位换算

习题答案

绪 论

§ 0-1 材料力学的任务

各种机械、设备和建筑,都是由许多构件或零件组成的;构件的种类和用途各不相同,但工作时都要承受外力,包括载荷和约束反力的作用。为了保证构件的正常工作,首先要求构件在一定的外力作用下不发生破坏。例如提升重物的钢丝绳,不允许被重物拉断。有些构件,在受外力后出现了永久变形,即出现外力撤除后不可恢复的变形,这时也就不能正常工作。如齿轮的轮齿,由于出现永久变形而失去其原正常齿形,即使这时轮齿没有折断,机器也不能正常运转。在一定的外力作用下,要求构件不发生断裂或不发生永久变形,这就是说要求构件有足够的强度。构件在外力作用下,即使不出现永久变形,也总要产生弹性变形,即外力撤除后可以恢复的变形。对于某些构件的弹性变形有时要加以限制,如桥式吊车梁,工作时不允许发生过大的弹性下垂,才能平稳地工作;机床主轴工作时,如弹性变形过大,则要影响工件的加工精度。在一定的外力作用下,要求构件不发生过大的弹性变形,这就是说要求构件有足够的刚度。此外,有一些构件在某种载荷作用下,还可能出现不能保持它原有平衡形式的现象。例如受压的细长直杆,在压力达到某一临界值后,会发生突然变弯的现象,这时也就丧失了它的工作能力。在一定的外力作用下,要求构件维持其原有的平衡形式,这就是说要求构件有足够的稳定性。

总之,受一定外力作用的构件,要求能正常工作,一般须满足以下三方面要求:

1. 足够的强度;
2. 必要的刚度;
3. 足够的稳定性。

当然,依据工作情况,有些构件只要求满足其中一、二项,有些则需要同时满足这三方面要求。

构件的强度、刚度和稳定性,有时统称为构件的承载能力。根据构件受到的载荷及其工作要求,为构件选择材料、确定截面形状及尺寸,使其具有相应的承载能力,这就是材料力学的任务。

提高构件的承载能力,往往需要用优质材料,加大截面尺寸;这与降低材料消耗、减轻重量和节省资金有矛盾。但是,按照材料力学的理论来设计构件,可以合理地解决构件承载能力与节约之间的矛盾。

为此,材料力学必须研究构件在外力作用下变形和破坏的规律,研究材料的力学性质,研究构件截面形状和尺寸与其承载能力之间的关系。这些研究,都要在实验的基础上进行理论分析。其中材料的力学性质,更要靠实验来测定。因此,材料力学是一门理论与实验并重的学科。

§ 0-2 材料力学与生产实践的关系

科学的产生和发展是由生产决定的,反过来,科学的发展又推动和促进生产的发展。材料力

学与生产实践之间同样是这种辩证关系。

从远古时代起,人类就开始从房屋、桥梁的建筑,以后又在车辆、船只和其他简单机械的制造等方面,逐渐积累关于结构的受力分析和材料强度的知识。例如早在 3500 年以前,我国就已经采用柱、梁、檩、椽的木结构(图 0-1)建造墙壁不承重的房屋,知道立柱宜采用圆截面,木梁应采用

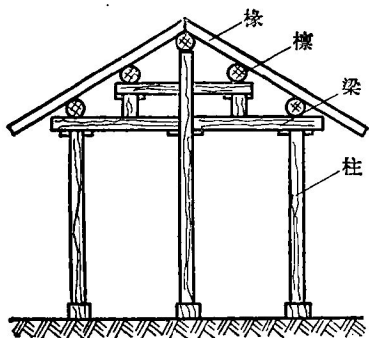


图 0-1

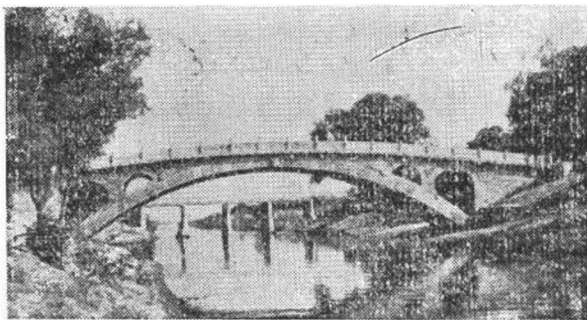


图 0-2

用矩形截面。由隋朝(公元 581~618 年)工匠李春主持建造的赵州桥(图 0-2),跨长 37 米,是由石块砌成的拱结构,拱半径 25 米。主拱的左、右两侧各有两个小拱,既利用了石料耐压的特性,又减轻了重量,还能增大泄洪能力。在机械和运输方面,我国在 3500 年前就开始用辐条式车轮来代替圆板式的。春秋时代(公元前 722~前 481 年)末期的《考工记》中已有“量其凿深,以为辐广”(即辐条插入深度应与辐宽差不多)及其原理的记载。东汉初(公元 31 年)已有卧式水轮(杜诗的水排,其原理如图 0-3 所示)的文字记载。到三国时(公元 290 年),立式水轮(即魏人张既所推广的水碓)也出现了,其中都包括了凸轮、曲柄连杆等机构。又如明末宋应星所著《天工开物》中叙述了舵对船舶航行影响的力学分析,并给出了船体结构方面的 20 多个技术数据,说明当时对材料强度和船体受力已有一定认识。

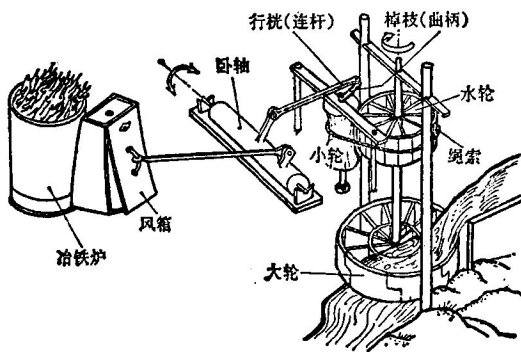


图 0-3

材料力学成为一门比较系统的科学,是在十七世纪以后,随着资本主义大工业生产而发展起来的。通常认为,意大利科学家伽利略《关于两种新科学的叙述及其证明》一书的发表(1638 年),是材料力学开始形成一门科学的标志。当时在欧洲各国生产规模及海外交通迅速扩大,军火生产等工业兴起,单凭经验和模仿或用简单的按比例放大的方法,都不能解决大型和新型船舶、水闸、海港等结构的设计问题。在这种情况下,伽利略及其他科技人员开始研究强度问题,并引入了试验研究和数学分析相结合的科学方法。长期担任实验室管理员的英国科学家虎克,利用弹簧作试验,在 1678 年得出了变形与外力成正比的结论,在这个基础上发展成虎克定律。根据虎克定律,并经过进一步的试验和理论分析,法国科学家库仑在 1773 年正确解决了梁的弯曲问题。这样,在材料力学的发展上,形成了一条理论分析与试验研究相结合的正确道路。

最初, 天然的木料、石料和较粗糙的铸铜、铸铁是主要的工程材料。随着铁路、车辆、动力机械、金属切削机床以至飞机的发明及使用, 钢和铝合金的出现, 人们才广泛使用有较高强度的金属, 同时促使弯曲、扭转理论进一步完善; 薄板、薄壳理论也有了很大发展; 测定材料的力学性质的专门试验室也建立了起来。在这个基础上, 符合一定强度要求的构件截面尺寸大为减小, 自重和材料消耗得以降低。可是, 由于构件细长了, 它的变形问题却显得突出起来, 这就促进了构件刚度的研究。特别应该指出, 著名数学家欧拉早在 1744 年就提出了压杆稳定临界载荷的计算公式, 但只是在发生多起由于压杆失稳而引起的严重事故之后(如 1896 年瑞士孟汗太因坦铁路桥因桁架压杆失稳而倒塌), 稳定理论才在欧拉公式的基础上发展起来。这既说明正确的理论迟早要在生产上应用, 更说明生产才是科学发展的强大动力。最近几十年来, 生产与科学相互促进、密切结合的过程大大加快了, 它们的发展速度也更快了。构件在随时间而变动的载荷下工作, 在高温、高速, 高负荷下工作, 这些促使材料力学发展到研究在复杂条件下的强度、刚度和稳定问题。最近四十年来发生过钢材在低应力下的脆性破坏(如大型焊接船舶), 甚至在火箭上使用的高强度钢也出现脆断现象, 对这一现象的研究形成了现代的断裂力学。四十年代初期提出的有限单元法, 在实践需要的推动下, 从结构矩阵分析方法的基础上发展起来, 而高速数字电子计算机的发展, 为使用这一方法提供了重要的物质条件。

§0-3 材料力学的基本假设

材料力学研究构件在外力作用下的变形和破坏, 这时不能象理论力学那样, 再把物体看成为绝对刚体, 而必须如实地将物体视为可变形固体。为了抓住与材料力学所研究的问题有关的主要因素, 略去无关的次要因素, 对变形固体必须加以简化, 采用以下假设:

一、连续均匀假设 即认为物体在其整个体积内毫无空隙地充满了物质, 各点处的力学性质是完全相同的。由于构件的尺寸远远大于物质的基本粒子及粒子之间的间隙, 这些间隙的存在以及由此而引起的性质上的差异, 在宏观的讨论中完全可以略去不计。

二、各向同性假设 即认为物体沿各个方向的力学性质是相同的。实际物体例如金属是由晶粒组成, 沿不同方向晶粒的性质并不相同。但由于构件中包含的晶粒极多, 晶粒排列又无规则, 在宏观的研究中, 物体的性质并不显示出方向的差别, 因此可以看成是各向同性的。当然, 有某些情况, 如形成纤维组织的金属等, 就需要按各向异性来考虑。

连续均匀、各向同性的变形固体, 是对实际物体的一种科学抽象。实践表明, 在此假设前提下建立的材料力学理论, 基本上符合真实构件在外力作用下的表现, 因此假设得以成立。

由于在材料力学中采用了变形固体的假设, 因而在应用理论力学中根据刚体假设得出的结论时, 特别要注意其适用条件。例如把力沿作用线的可传性应用于图 0-4a 所示受拉力杆件, 若将两端的作用力互相传递, 如图 0-4b 所示时, 则杆件就由原来的受拉力变成受压力。这两种情况下的变形正好相反。不过, 在材

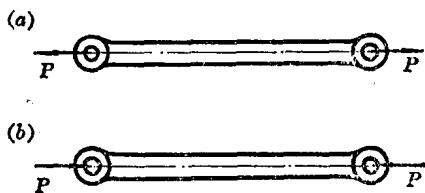


图 0-4

料力学里, 如果考虑的是静力平衡、静力等效等问题时, 仍然可以应用静力学中得出的结论。所以, 无论应用理论力学或材料力学的结论时, 都要注意它们的适用条件。

§0-4 构件的分类·杆件变形的基本形式

构件的几何形状是各种各样的, 大致可以归纳为四类, 即杆、板、壳和块体(图 0-5)。

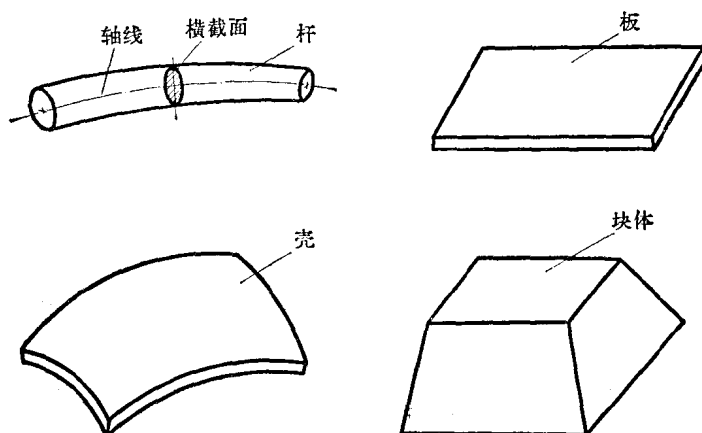


图 0-5

凡是一个方向的尺寸(长度)远大于其他两个方向尺寸(宽度和高度)的构件称为杆。垂直于杆件长度方向的截面, 称为横截面, 横截面中心的连线, 叫做杆的轴线。如果杆的轴线是直线时, 此杆叫直杆; 轴线为曲线时, 则叫曲杆。各横截面尺寸不变的杆, 叫等截面杆, 否则, 是变截面杆。工程中比较常见的是等截面直杆, 简称等直杆, 它是材料力学的主要研究对象。

如果构件一个方向的尺寸(厚度)远小于其他两个方向的尺寸, 就把平分这种构件厚度的面称为中面。中面为平面的这种构件称为板(或平板), 中面为曲面的则称为壳。板和壳在石油、化工容器、船舶、飞机和现代建筑中用得很多。

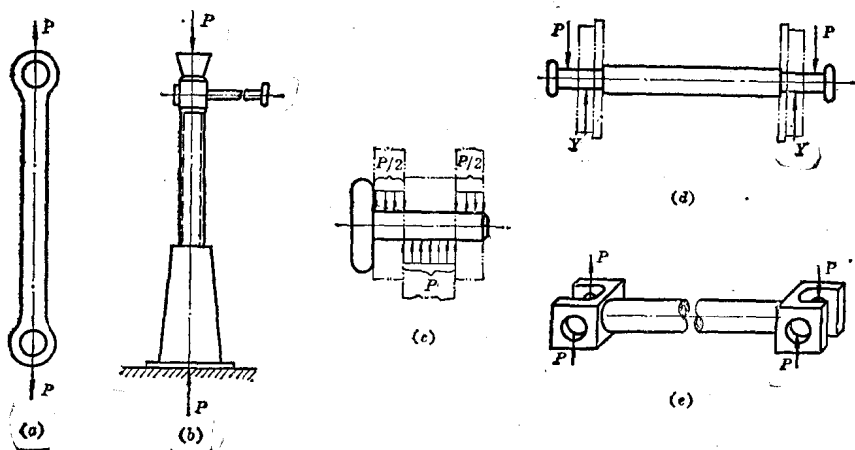


图 0-6

三个方向(长、宽和高)的尺寸相差不多(属同量级)的构件,称为块体。一些机械上的铸件,就是块体。

板、壳和块体这类构件一般在高等材料力学和弹性力学中讨论。本书只以少量篇幅涉及一些比较简单的问题。

杆件受外力作用后发生的变形也是多种多样的,但最简单的是拉伸(或压缩)、剪切、扭转和弯曲四种。其他一些复杂的变形都可以由以上四种变形组合而成。故拉压、剪切、扭转、弯曲又称为杆件变形的基本形式。图 0-6 给出了这四种基本变形的一些实例:图 *a* 为拉伸,图 *b* 为压缩,图 *c* 为剪切,图 *d* 为弯曲,图 *e* 为扭转。在以后将逐章讲述这些基本变形,这里就不详述了。

第一章 拉伸与压缩

§ 1-1 直杆的轴向拉伸与压缩

本章研究直杆的轴向拉伸与压缩问题,并介绍材料力学中的某些基本概念、基本方法和基本问题。

图 1-1a 所示为紧固螺钉,当拧紧螺帽时,被螺钉压紧的工件对螺钉有反作用力,其合力将通过螺钉横截面中心,并且顺沿螺钉的轴线方向。螺钉的受力特点,为两端受顺沿杆轴方向的一对拉力作用,可用图 1-1b 或 c 表示。这种只反映杆件的几何特征和受力特征的简化图形,称为受力简图。图 0-6a 中的拉杆受力情况与图 1-1 相同,图 0-6b 中的螺杆受力情况与图 1-1 相反,即沿杆轴线作用的是一对压力。前者发生伸长变形,后者发生缩短变形。直杆承受沿杆轴线的一对力作用,发生伸长或缩短变形时,称为直杆的轴向拉伸或压缩。当两力相背时,杆件受拉;两力相向时,杆件受压。本章讨论这类杆件的强度和变形问题。

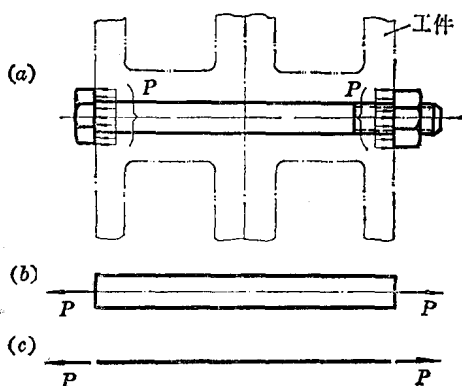


图 1-1

§ 1-2 内力·截面法

在理论力学中,研究某一物系时,将这一物系受到其他物系给予的作用力称之为外力,而将此物系内部各物体之间的相互作用力称为内力。材料力学在讨论强度和刚度等问题时,一般总是以某一构件(不能再拆的结构元件)作为研究对象,因此,其他构件对此构件的作用力,就称为它所受到的外力。而内力,则指的是此构件内部之间或各质点之间的相互作用力。我们知道,构件在未受外力作用时,其中即有内力存在,正是这些内力,使各质点之间保持一定的相对位置,使构件维持其一定的形状。

当构件受到外力作用,例如受轴向拉伸时,沿轴线方向的相邻各质点间的相对位置要远离,因而使整个构件伸长。这时构件内力就要发生相应的变化,也可以认为,构件在原有内力的基础上,出现了附加内力,其作用趋势是力图使各质点恢复其原来位置。所以,附加内力是由于外力而引起的;如果外力增加,将引起构件的进一步伸长,因之附加内力也随之增加。但是,对任何一个构件,附加内力的增加总有一定限度(决定于构件材料、尺寸等因素),到达此限度时,构件就要破坏。材料力学研究构件的变形和破坏问题,离不开讨论附加内力与外力的关系以及附加内力的限度。因为我们的讨论只涉及附加内力,故以后即把附加内力简称为内力。

物系内两物体之间相互作用的力总是成对存在的,要显示和计算它们必须将此两物体拆开。同样,为了显示和计算构件的内力,必须假想地用截面把构件切开,分成两部分,这样内力就转化为外力而显示出来,并可用静力平衡条件将它算出。这种方法,称为截面法。下面我们以轴向拉伸为例,说明如何用截面法求构件的内力。

例如直杆受顺沿杆轴的一对 P 力作用时,寻求 $m-m$ 截面(图 1-2 a)的内力,可在此截面处假想将杆切成两部分,留下一部分,移去另一部分(图 1-2b 为留下左侧部分,移去右侧部分),移去部分对保留部分的作用,用内力来代替,其合力为 N 。由于直杆原来处于平衡状态,故切开后各部分仍应维持平衡。根据保留部分的平衡条件,可得

$$N=P$$

上述运用截面法的过程可归纳如下:

1. 在需求内力的截面处,将构件假想切成两部分;
2. 留下一部分,弃去另一部分,并以内力代替弃去部分对留下部分的作用;
3. 根据留下部分的平衡条件求出该截面的内力。

截面法是材料力学中研究内力的一个基本方法,以后在讨论构件其他形式的变形时,我们还要使用。

如果再次运用截面法求 $m-m$ 截面的内力,但留下右侧部分(图 1-2 c),这时 N' 代表左侧部分对右侧部分的作用力,同样可得

$$N'=P$$

故留下左侧或右侧部分,所求得的内力合力大小相等而矢向相反(这一点可用牛顿第三定律来解释)。我们将此顺沿杆轴线方向的内力合力称为轴力,并且规定,当杆件受拉伸,即轴力 N (或 N')背离截面时为正号(图 1-2 b),反之,杆件受压缩,即 N 指向截面时为负号。这样,无论留下哪一侧,求得轴力的正负号都相同。因此,以后讨论中,不必区别 N 与 N' ,一律表示为 N 。

图 1-2b、c 表示的两部分是同一杆件被假想截开而成,将此两图结合起来观察全杆,则截面 $m-m$ 两侧相互作用的内力 N 和 N' ,起着使全杆保持为一整体,并反抗外力在该截面将杆拉断的作用。即对整体说来,内力是反抗变形、反抗破坏的。如果我们观察从受拉直杆中切出的一个微段(图 1-2d),此微段的左、右截面上作用着轴力 N ,这时内力 N 又起着使微段伸长的作用。只要注意到研究对象的不同(整体或局部),上述矛盾现象并不难理解。

图 1-2a 的直杆只在两端受拉力,每个截面上的轴力 N 都等于 P 。如果直杆承受多于两个的外力时,直杆的不同段上将有不同的轴力。为了表示轴力随截面位置的变化,最好画出轴力图,其详细说明见下面的例题。

例 1-1 试画出图 1-3a 的直杆的轴力图。

解: 此直杆在 A、B、C、D 点承受顺沿杆轴的外力。先在 AB 段内取 1-1 截面,切开后保留左段(图 1-3b),

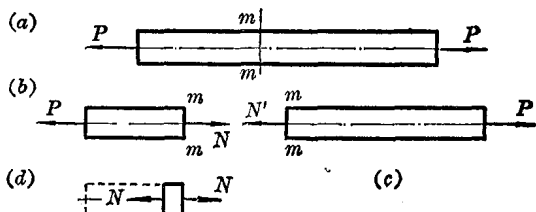


图 1-2

在截面上设出正的轴力 N_1 。由此段的平衡方程 $\sum X=0$ 得

$$N_1 - 6 = 0, \quad N_1 = +6 \text{ kN}$$

N_1 得正号, 说明原先假设拉力是正确的, 同时也就表明轴力是正的。AB 段内任一截面的轴力都等于 +6 kN。

再在 BC 段内取 2-2 截面, 切开后保留左段(图 1-3 c), 在截面上仍假设正的轴力 N_2 , 由 $\sum X=0$ 得

$$-6 + 18 + N_2 = 0, \quad N_2 = -12 \text{ kN}$$

N_2 得负号, 说明原先假设拉力是不对的(应为压力), 同时又表明轴力 N_2 是负的。BC 段内任一截面的轴力都等于 -12 kN。同理得 CD 段内任一截面的轴力都是 -4 kN。

然后以杆轴 x 表示截面的位置, 以垂直杆轴的坐标表示对应截面的轴力, 即可按选定的比例尺画出轴力沿杆轴方向的变化图形, 此图称为轴力图(简称 N 图), 如图 1-3d。因为每段内轴力是不变的, 故轴力图由三段水平线组成。由此图可看出数值最大的轴力发生在 BC 段内。

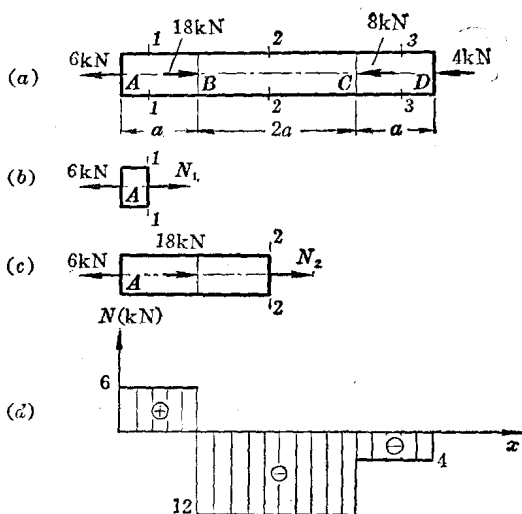


图 1-3

由此例可看出, 在利用截面法画轴力图时, 我们总是在切开的截面上设出正的轴力 N (此种假设只限于画轴力图)。然后由 $\sum X=0$ 求出轴力 N , 如 N 得正号说明轴力是正的(拉力), 如得负号则说明轴力是负的(压力)。

§1-3 应力·许用应力

一、应力 只知道截面上内力合力的大小, 还不能解决构件的强度问题, 因为根据连续性假设, 内力在截面上连续分布, 而同样大小的内力以不同方式分布在同一截面上, 其效果是不同的。为此, 还要研究内力在截面上的分布状况及其集度。

为了确定内力在横截面上的分布, 需要通过试验。现取一等直杆, 在其表面画出许多与轴线平行的纵线和与它垂直的横线(图 1-4a)。在两端施加一对轴向拉力 P 之后, 我们发现, 所有纵线的伸长都相等, 而横线保持为直线, 并仍与纵线垂直如图 1-4b。据此现象, 如果把杆设想为无数纵向纤维组成, 根据各纤维的伸长都相同, 可知它们所受的力也相等, 如图 1-4c。于是, 我们可做出如下假设: 直杆在轴向拉压时横截面仍保持为平面。根据这个“平面假设”可知, 内力在横截面上是均匀分布的。若杆轴力为 N , 横截面积为 A , 则单位面积上的内力为

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (1-1)$$

图 1-4

式中 σ 称为正应力,它反映了内力在横截面上分布的集度。应力的国际单位为帕斯卡(简称帕,代号为Pa),1帕=1牛顿/米²(N/m²)。由于此单位较小,材料力学上常用兆帕(MPa)或吉帕(GPa),1 MPa=10⁶Pa,1 GPa=10⁹Pa。国际单位与其他单位的换算见书末附录。

当轴力为正号(拉伸)时,正应力也得正号,称为拉应力,常以 σ_1 表示;当轴力为负号(压缩)时,正应力得负号,称为压应力,常以 σ_y 表示。用(1-1)式计算应力时可以只用轴力绝对值代入,而根据观察判断是拉伸还是压缩,在答案后注明“拉”、“压”。

下面我们再讨论一下杆端加力方式对杆件横截面上应力的影响。图1-1a是以分布方式给杆端加力 P ,图1-4a是以集中力方式给杆端加力 P 。研究表明,只要拉力的大小一样,杆端加力方式的不同,只对杆端附近的应力分布有影响,受影响的长度不超出杆的横向尺寸。上述论断,一般称为圣文南原则。这一原则对于其他变形形式也是适用的。

二、许用应力·强度条件 以上得到了直杆拉伸时横截面上的应力,当外力增加时这一应力也随之增长。对于某一种材料,应力的增长是有限度的,超过这一限度,材料就要破坏。对某种材料来说,应力可能达到的这个限度称为该种材料的极限应力 σ_{jx} 。极限应力值要通过材料的力学试验来测定(见第二章)。将测定的极限应力 σ_{jx} 作适当降低,规定出杆件能安全工作的应力最大值,这就是许用应力,用符号 $[\sigma]$ 表示。 $[\sigma]$ 的确定方法,也将在第二章说明。表1-1给出了常用材料许用应力的约值。当满足 $\sigma \leq [\sigma]$,即

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma] \quad (1-2)$$

时,认为杆件的强度是有保证的,因为这时杆件内的应力低于材料的极限应力,所以杆件在强度上是有一定的储备的。(1-2)式是杆件轴向拉、压时的强度条件,也可看成是轴向拉、压杆件安全(指强度上有储备)与“危险”两种状态的转化条件。

表 1-1 常用材料的许用应力值
(适用于常温、静载和一般工作条件)

材 料 名 称	牌 号	应 力 种 类 (MPa)		
		$[\sigma_1]$	$[\sigma_y]$	$[\tau]$
普通碳钢	A2	137~152	137~152	84~93
普通碳钢	A3	152~167	152~167	93~98
优质碳钢	45	216~238	216~238	128~142
低碳合金钢	16Mn	211~238	211~238	127~142
灰铸铁		28~78	118~147	—
铜		29~113	29~113	—
铝		29~78	29~78	—
松木(顺纹)		6.9~9.3	8.8~12	0.98~1.27
混凝土		0.098~0.69	0.98~8.8	—

注: (1) $[\sigma_1]$ 为许用拉应力, $[\sigma_y]$ 为许用压应力, $[\tau]$ 为许用剪应力。

(2) 材料质量较好,厚度或直径较小时取上限;材料质量较差,尺寸较大时取下限;其详细规定,可参阅有关设计规范或手册。

(3) 本书所有关于应力的数据多取自现行的工程手册,并将原采用的公制单位换成国际单位,以后将不再一一注明。

§ 1-4 强度计算的三类问题

应用强度条件(1-2)式进行强度计算时会遇到以下三类问题。

1. 强度校核——已知构件横截面面积 A 、材料的许用应力 $[\sigma]$ 以及所载荷荷, 校核(1-2)式是否满足, 从而检验构件是否安全。
2. 设计截面——已知载荷及许用应力 $[\sigma]$, 根据强度条件设计截面尺寸。
3. 确定许可载荷——已知截面面积 A 和许用应力 $[\sigma]$, 根据强度条件确定许可载荷。

例 1-2 某冷镦机的曲柄滑块机构如图 1-5a。镦压时连杆 AB 接近水平位置, 镦压力 $P=3.78 \text{ MN}$ ($1 \text{ MN}=10^6 \text{ N}$)。连杆横截面为矩形, 高与宽之比 $\frac{h}{b}=1.4$ (图 1-5b), 材料为 45 钢, 许用应力 $[\sigma]=90 \text{ MPa}$, 试设计截面尺寸 h 和 b 。

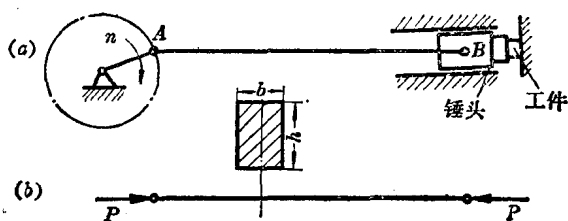


图 1-5

解: 由于镦压时连杆近于水平, 连杆所受压力近似等于镦压力 P , 轴力

$$N = P = 3.78 \text{ MN}$$

根据强度条件(1-2)式

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma]$$

$$\therefore A \geq \frac{N}{[\sigma]} = \frac{3.78}{90} = 420 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 420 \text{ cm}^2$$

由于一般截面尺寸常用厘米(cm)表示, 我们在上式中将米²(m²)化成厘米²(cm²)。

注意到连杆截面为矩形, 且 $h=1.4b$, 故

$$A = bh = 1.4b^2 = 420 \text{ cm}^2$$

$$b = \sqrt{\frac{420}{1.4}} = 17.32 \text{ cm}$$

$$h = 1.4b = 1.4 \times 17.32 = 24.3 \text{ cm}$$

本例的许用应力较低, 这主要是考虑工作时有比较强烈的冲击作用。

例 1-3 某张紧器(图 1-6)工作时可能出现的最大张力 $P=30 \text{ kN}$ ($1 \text{ kN}=10^3 \text{ N}$), 套筒和拉杆的材料均为 A3 钢, $[\sigma]=160 \text{ MPa}$, 试校核其强度。

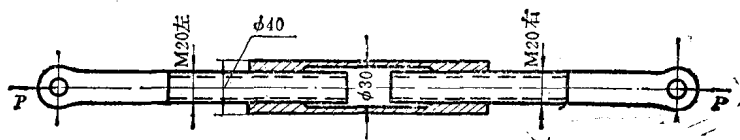


图 1-6

解: 此张紧器的套筒与拉杆均受拉伸, 轴力

$$N = P = 30 \text{ kN}$$

由于横截面积有变化, 必须找出最小截面 $A_{\min}$ 。对拉杆, 按 M20 螺纹内径 $d_1=1.729\text{ cm}$ 计算, $A_1=2.34\text{ cm}^2$ 。对套筒, 按内径 $d_2=3\text{ cm}$ 、外径 $D_2=4\text{ cm}$ 计算, $A_2=5.5\text{ cm}^2$ 。故最大拉应力

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A_{\min}} = \frac{30 \times 10^3}{2.34 \times 10^{-4}} = 128.2 \times 10^6 \text{ Pa} = 128.2 \text{ MPa}$$

注意, 上式运算中, 将力单位化为 N (故分子乘 10^3), 尺寸单位化为 m (故分母乘以 10^{-4})。

例 1-4 一个三角架 (图 1-7a), $\alpha=30^\circ$, 斜杆由二根 $80 \times 80 \times 7$ 等边角钢组成, 横杆由二根 10 号槽钢组成, 材料均为 A3 钢, 许用应力 $[\sigma]=120\text{ MPa}$, 求许可载荷 P 。

解: 1. 受力分析 围绕 A 点将 AB、AC 两杆截开得分离体, 如图 1-7b。在这里我们假设 N_1 为拉力, N_2 为压力。由平衡条件,

$$\sum Y=0, \quad N_1 = \frac{P}{\sin 30^\circ} = 2P \quad (a)$$

$$\sum X=0, \quad N_2 = N_1 \cos 30^\circ = 2P \cos 30^\circ = 1.732 P \quad (b)$$

2. 计算许可轴力 $[N]$ 由书末附录的型钢表查得斜杆横截面积 $A_1=10.86 \times 2=21.7\text{ cm}^2$, 横杆横截面积 $A_2=12.74 \times 2=25.48\text{ cm}^2$ 。由 (1-2) 式

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma]$$

得许可轴力 $[N]=A[\sigma]$

将 A_1, A_2 分别代入上式, 得到

$$[N_1] = 21.7 \times 10^{-4} \times 120 = 2.6 \times 10^{-1} \text{ MN} = 260 \text{ kN}$$

$$[N_2] = 25.48 \times 10^{-4} \times 120 = 3.06 \times 10^{-1} \text{ MN} = 306 \text{ kN}$$

3. 计算许可载荷 $[P]$ 将 $N_1=[N_1]$ 代入 (a) 式, 得到按斜杆强度计算的许可载荷

$$[P_1] = \frac{[N_1]}{2} = \frac{260}{2} = 130 \text{ kN}$$

将 $[N_2]$ 代入 (b) 式, 得到按横杆强度计算的许可载荷

$$[P_2] = \frac{[N_2]}{1.732} = \frac{306}{1.732} = 176.5 \text{ kN}$$

在 A 点的载荷如果是 176.5 kN, 则横杆内的应力恰好是许用应力, 而斜杆内的应力将超过许用应力, 故斜杆和横杆都能安全工作的许用载荷应取 $[P]=130\text{ kN}$ 。

例 1-5 某内燃机气缸套筒受沿半径方向作用的内压力, 如图 1-8a。缸套内径 $d=7\text{ cm}$, 壁厚 $t=0.25\text{ cm}$, 材料为合金铸铁: $[\sigma]=60\text{ MPa}$ 。燃气作用于筒壁的压强 $p=3.5\text{ MPa}$ 。试校核缸套强度。

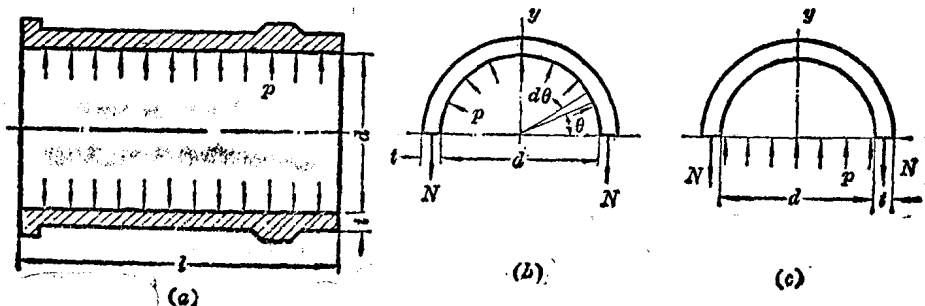


图 1-8

解: 由图 1-8b 可看出, 内压力沿半径方向辐射作用于缸套内壁。缸套在内压力作用下, 其圆周均匀增大, 所以通过缸套轴线的任何截面 (习惯上称为径向截面) 上, 将作用着相同的轴力 N , 如图 1-8b。

将缸套用径向截面假想切开后,圆弧面 $(l \frac{d}{2} d\theta)$ 上总压力的竖直投影为 $(pl \frac{d}{2} d\theta) \sin\theta$, 于是上部缸套的平衡条件为

$$\int_0^\pi \left(pl \frac{d}{2} d\theta \right) \sin\theta - 2N = 0$$

$$\therefore N = \frac{pl d}{2} \quad (c)$$

均匀压强 p 作用于半圆柱面的情况, 与作用在这半圆柱面的水平投影面的情况在竖直方向的总力是相同的。所以根据图 1-8 c 写出 $p(ld) = 2N$ 也可得到 (c) 式。因缸壁厚度 t 远小于缸套内径 d , 所以可近似认为应力沿壁厚均匀分布(如果 $t \leq d/20$, 这种近似足够准确)。现以 σ_θ 表示此应力, 并注意到缸壁横截面积 $A = tl$, 则

$$\sigma_\theta = \frac{N}{A} = \frac{pl d/2}{tl}$$

$$\text{得} \quad \sigma_\theta = \frac{pd}{2t} \quad (1-3)$$

(1-3) 式为薄壁圆筒受内压时径向截面上正应力计算公式, 因为作用在径向截面上的应力 σ_θ 沿圆周切线方向, 故称为环向应力。把题给数据代入, 得

$$\sigma_\theta = \frac{pd}{2t} = \frac{3.5 \times 7}{2 \times 0.25} = 49 \text{ MPa} < [\sigma]$$

缸套应力小于许用应力, 所以强度足够。

§ 1-5 斜截面应力·剪应力·全应力

以上讨论了拉、压杆件横截面上的应力及其强度计算。其他截面的应力状况如何, 是否可能在那里发生破坏呢? 为此我们还要知道斜截面上的应力。

为研究斜截面上的应力, 仍应用截面法:

1. 沿任意斜截面 $k-k$ 将受拉杆假想切开(图 1-9a), 将杆分成两部分。
2. 保留左段, 弃去右段, 右段对左段的作用为均匀分布在斜截面 $k-k$ 上的应力 s_α (图 1-9b)。这里, $k-k$ 截面的外法线 n 与轴线 x 的夹角为 α , 规定自 x 转向 n 是逆时针方向时 α 为正号, 顺时针方向时为负号。

3. 根据平衡条件求 s_α 。设 $k-k$ 截面的面积为 A_α , 由

$$\sum X = 0, \quad s_\alpha \cdot A_\alpha - P = 0$$

$$\text{得} \quad s_\alpha = \frac{P}{A_\alpha} \quad (a)$$

注意到 A_α 与横截面积 A 有关系式

$$A = A_\alpha \cdot \cos\alpha \quad (b)$$

$$\text{故} \quad s_\alpha = \frac{P}{A_\alpha} = \frac{P}{A} \cdot \cos\alpha = \sigma \cos\alpha \quad (c)$$

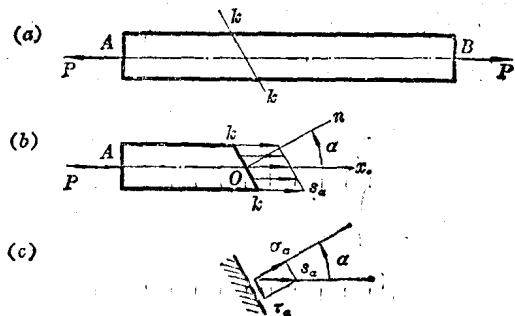


图 1-9

此处 $\sigma = P/A$ 是杆横截面应力。现在, 将应力 s_α 沿 $k-k$ 截面的切线和法线方向分解(图 1-9c, 此图只画出 O 点应力): 沿截面法线方向的分量 σ_α 和 $k-k$ 截面垂直, 即是该截面的正应力; 沿截面切线方向的分量 τ_α 位于截面之内, 叫做剪应力; 而 s_α 称为该截面的全应力, 它的方向与截面倾