

# 完全电离气体的物理学

L. 斯 必 澤

科学出版社

53.83  
616

# 完全电离气体的物理学

L. 斯必澤 著

左 耀 等譯

科 学 出 版 社

1959

# PHYSICS OF FULLY IONIZED GASES

by

LYMAN SPITZER

LONDON, 1956

## 內 容 簡 介

近年来,由于对可控热核反应的研究的开展,一門新的学科——完全电离气体(即所謂“等离子体”)的物理学得到了十分迅速的发展.本書就是这門学科的一篇簡明扼要的綜述.

書中系統地討論了荷电粒子在非均匀电磁场中的运动、荷电粒子間的碰撞、等离子体的基本动力学方程、波动性質和宏观性質等.

虽然本書未能包括全部等离子体最重要的性質(如等离子体的不稳定性等),但是,由于本書是目前仅見的一本論述等离子体的著作,它对于物理学家和从事气体放电、理論天文学研究及可控热核反应研究等方面工作的人,仍將有巨大益处.

本書据英文原本譯出,出版时又据俄譯本增添了一些脚註,并把俄譯本序譯出,以帮助讀者了解苏联学者对本書的評價.

## 完全电离气体的物理学

L. 斯 必 泽 著

左 耀 等 譯

\*

科学出版社出版 (北京朝阳門大街 117 号)

北京市书刊出版业营业許可証出字第 061 号

中国科学院印刷厂印刷 新华书店总經售

\*

1959 年 9 月第 一 版

书号: 1893 字数: 64,000

1962 年 7 月第二次印刷

开本: 850 × 1168 1/32

(京) 5,001—9,320

印张: 2 3/4

定价: 0.42 元

## 俄譯本序

为了明了在气体放电管中、在恆星上和星际介質中发生的各种不同的物理現象，都必需对完全电离气体（等离子体）的屬性进行研究。最近，由于加速荷电粒子的新方法的发展及对实现可控热核反应的可能性的探寻，对高度电离气体的兴趣空前地增長了。虽然已經有了大量关于研究等离子体中各种物理过程的論文，但是一直到目前为止，还没有一本系統地敘述完全电离气体的主要物理屬性的書。斯必澤——天文物理学和等离子体物理学方面的权威之一——所写的这本书，可以在一定程度上弥补这个缺陷。

本書非常精簡明了地討論了荷电粒子在非均匀的电磁場中的运动、等离子体的基本动力学方程、它的波动性質和宏观性質等問題。

可惜的是，斯必澤的这本书并没有把等离子体的所有最重要的动力学問題完全包括进去，特别是沒有討論等离子体的不稳定性。对于等离子体与荷电粒子束的相互作用、电磁波在有限等离子体中的傳播等重要問題也未加討論，对輻射問題則敘述得不够詳細。

但是，整个說来，本書仍然有无容置疑的价值。它不仅对于物理学家和这方面的專家、而且对于对此新科学領域的发展感兴趣的广大科学工作者，都是很有益处的。（下略）

P. A. 捷米尔汉諾夫

## 序 言

在气体电子学和理論天文物理学这二門学科里,对于几乎完全电离的气体的兴趣正在日益增長。虽然事实上气体的电离度永远不会达到百分之百,但是在某些情况下,中性原子数可能只有百分之几或更少,因此在討論这种气体的大多数物理性質时,可以把这些原子略去不計。不仅如此,对于在星球中或宇宙中佔绝对优势的元素——氫来說,电离的原子也就是赤裸的原子核。在太阳和日冕中,在宇宙間含量佔第二位的元素氦也以赤裸原子核的状态出現。即使在实验室中,气体的某些現象(如等离子体振盪)也是与中性粒子及电离原子中剩余束縛电子的存在无关的。因此,从理論上来分析完全由电子及赤裸原子核組成的气体的性質是很有意义的。

这种气体的一个优点是在某些方面它是相当簡單的。除了和輻射場間相当弱的相互作用外,大部分量子效应通常都可以略去不計。許多在普通气体电子学里极为重要的現象消失了;电子俘获、离子的復合、原子和分子的激发和輻射、电击穿等在完全电离的气体內都不发生。因为固体的表面会减低电离度,所考虑的区域必須距固体表面很远,所以在固体表面处发生的复杂过程也可以略去不計。而且,帶电粒子間的碰撞在原理上更为簡單,这是因为与距离平方成反比的力比帶有束縛电子的系統間复杂的相互作用要容易計算得多。

在分析完全电离气体时遇到的問題有好几种类型。虽然在这种气体中,基本物理过程比普通气体里簡單,但由于这些粒子是与电磁場耦合的,它們的运动比較复杂。在强磁場中,这种运动和电磁場的耦合产生某些新的現象,这首先曾被阿尔芬探討过,通常归入磁流体力学的領域之內。即使在沒有磁場的情况下,完全电离气体也会有复杂的运动。这种运动牽涉到靜电恢复力,在通常的

气体中是没有与它相应的力的。最后，由于与距离平方成反比的力具有长程的性质，从由碰撞来决定迁移系数（电和热的传导率、粘滞系数等）和弛豫时间（建立平衡速度分布所需要的時間）的角度来看，粒子碰撞理論可以用一种新的观点来处理。

在最近几年內，这个領域曾有很大的进展；这里应当特別提到阿尔芬、柯林和斯留脫的工作。現在还没有关于这个課題的全面而又簡要的介紹，想要获得这方面知識的人們必須閱讀分散在各种杂志中的許多原始論文。本書的目的就是提供这样一种介紹，它适合研究生程度的讀者之用。

討論的主題只限于对于了解課題的理論有帮助的那些問題。虽然在課題的某些方面（例如等离子体的电磁波及靜电波）有些可用的觀測数据，但在这里我們將不加以討論，因为如果要詳細地比較理論与觀測的結果，就必需把這本書的篇幅及范围扩大很多。

本書是为学过理論物理学引論、但对詳尽的气体动力学并不熟悉的讀者写的。我們假定讀者具有关于麦克斯韋方程的知識，并且对于矢量分析有一定的了解，程度大約是帕奇的“理論物理学引論”（Page: Introduction to Theoretical Physics）引言那一章的水平。本書的文献不能認為是完全的，但包括了每个領域內的主要文章。我們希望那些要在完全电离气体方面工作的人会認為这里提到的参考文献是对这个新的很快成長中的物理領域的有用的介紹。

作者在这里对 M. 薩凡特夫，M. 斯瓦千尔特，A. 雪蒙，T. 斯蒂克斯和 L. 冬克斯表示感謝，他們曾仔細地閱讀原稿并提出了許多重要的建議。

罗蒙·斯必澤

# 符 号

|               |                                                                                   |
|---------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| $a$           | 回轉半徑                                                                              |
| $A$           | 原子量; $A_e, A_i$ 为电子和正离子的原子量                                                       |
| $A_D, A_r$    | 方程(5.18)中的扩散常数和方程(5.51)中的俘获常数                                                     |
| $B$           | 磁场强度, 單位为高斯                                                                       |
| $c$           | 光速, $2.9979 \times 10^{10}$ 厘米/秒                                                  |
| $C$           | 方均根速度                                                                             |
| $d$           | 波幅的衰弱距离, 方程(4.4)                                                                  |
| $e$           | 質子的电荷, $4.803 \times 10^{-10}$ 靜电單位; 自然对数的底                                       |
| $E$           | 电磁單位制中的电场强度, 等于 $10^8$ 乘以伏特/厘米为單位的电场强度; $E_{  }, E_{\perp}$ 为平行和垂直于 $B$ 的 $E$ 的分量 |
| $f(w)$        | 速度分布函数; 粒子在速度空間中的密度; $f^{(0)}(w)$ 为麦克斯韋-波耳茲曼分布函数, 方程(5.8)                         |
| $F$           | 作用在粒子上的力, 單位为达因                                                                   |
| $g$           | 重力加速度; $g_{  }, g_{\perp}$ 为平行和垂直于 $B$ 的 $g$ 的分量; 方程(5.50)中的量子力学校正因子              |
| $G(x)$        | 方程(5.20)中定义的函数                                                                    |
| $h$           | 德拜屏蔽距离; 普朗克常数, $6.625 \times 10^{-27}$ 克·厘米 <sup>2</sup> /秒                       |
| $i$           | $(-1)^{1/2}$                                                                      |
| $I$           | 电磁單位制中的总电流, 等于 $1/10$ 乘以安培为單位的电流                                                  |
| $I(x)$        | $x$ 的虛数部分                                                                         |
| $j$           | 电磁單位制中的电流密度, 等于 $1/10$ 乘以安培/厘米 <sup>2</sup> 为單位的电流密度                              |
| $k$           | 波耳茲曼常数, $1.380 \times 10^{-16}$ 尔格/度                                              |
| $K$           | 介电常数                                                                              |
| $\mathcal{K}$ | 热傳导系数; $\mathcal{K}_L$ 为洛倫茲气体的热傳导                                                 |
| $l$           | 方程(5.9)中表征麦克斯韋-波耳茲曼分布的参量                                                          |
| $\ln x$       | $x$ 的自然对数                                                                         |
| $L$           | 距离; 長度                                                                            |
| $m$           | 粒子的質量, 單位为克; $m_e$ 和 $m_i$ 为电子和离子的質量; 自由度的数                                       |

## 目

|           |                                                                                                              |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $M$       | 方程(5.3)中的折合質量                                                                                                |
| $n$       | 粒子密度(1/厘米 <sup>3</sup> )                                                                                     |
| $N$       | 某一体积中的粒子数,或每單位長度中的粒子数(收縮效应);一个試驗粒子所經受的碰撞数                                                                    |
| $p$       | 压强; $p_e$ , $p_i$ 分别为电子和正离子的压强;碰撞参量——沒有相互作用时最靠近的距离                                                           |
| $p_0$     | 相应于在軌道平面上反射为 $\pi/2$ 的碰撞参量的值                                                                                 |
| $P$       | 由于和其它粒子碰撞,在單位時間、單位体积內动量的迁移率; $P_{ij}$ 为从第 $j$ 类粒子傳到第 $i$ 类粒子的动量迁移率                                           |
| $q$       | 电磁單位制中的电荷,等于 $1/10$ 乘以庫倫为單位的电荷                                                                               |
| $Q$       | 热通量                                                                                                          |
| $r$       | 位置矢量                                                                                                         |
| $R$       | 反射系数;方程(1.12)和(1.13)中力綫的曲率半徑                                                                                 |
| $s$       | 距离; $ds$ 为長度元                                                                                                |
| $S$       | 面积; $dS$ 为面积元                                                                                                |
| $t$       | 時間                                                                                                           |
| $t_c$     | 自碰撞時間,方程(5.26)                                                                                               |
| $t_D$     | 偏轉時間,方程(5.22)                                                                                                |
| $t_E$     | 能量交換時間,方程(5.25)                                                                                              |
| $t_s$     | 減慢時間,方程(5.28)                                                                                                |
| $t_{eq}$  | 二类粒子間均匀分布時間,方程(5.31)                                                                                         |
| $T$       | 溫度; $T_e$ , $T_i$ 分别为电子和正离子的动力溫度; $T_{  }$ , $T_{\perp}$ 相应于平行和垂直于 $\mathbf{B}$ 的速度的动力溫度                     |
| $u$       | 相对速度(第五章)                                                                                                    |
| $U$       | 电磁單位制中的电位,等于 $10^8$ 乘以伏特为單位的电位                                                                               |
| $v$       | 宏观速度,方程(2.5); $v_e$ , $v_i$ 分别为电子和正离子的宏观速度                                                                   |
| $V$       | 体积; $\Delta V$ 为体积元;相速度(第四章)                                                                                 |
| $w$       | 粒子速度; $w_{  }$ , $w_{\perp}$ 为平行和垂直于 $\mathbf{B}$ 的速度(第一章);不要和第五章中的 $\Delta w_{  }$ 和 $\Delta w_{\perp}$ 相混淆 |
| $w_{  }$  | 垂直于磁場的漂移速度;回轉中心的速度                                                                                           |
| $W$       | 能量,位能或动能                                                                                                     |
| $x, y, z$ | 坐标軸                                                                                                          |



|                         |                                                                               |
|-------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|
| $Z$                     | 以質子电荷为單位的粒子电荷                                                                 |
| $\alpha$                | 复合常数, 方程(5.55); § 5.2 中的精細結構常数                                                |
| $\alpha, \beta$         | 温差电效应系数, 方程(5.40)和(5.41)                                                      |
| $\beta$                 | $157000^\circ \text{Z}^2/T$ , 方程(5.55)和(5.57)                                 |
| $\gamma$                | 比热比值                                                                          |
| $\gamma_E, \gamma_{ER}$ | 为了从 $\eta_L$ 得出真实的 $\eta$ 所必需除的因子                                             |
| $\delta_T$              | 为了从 $\mathcal{K}_L$ 得出 $\mathcal{K}$ 所必需乘的因子                                  |
| $\Delta$                | 增量; $\Delta w_{  }, \Delta w_{\perp}$ 为平行和垂直于 $\mathbf{w}$ 的 $\mathbf{w}$ 的增量 |
| $\epsilon$              | 由于温差电效应而必需对 $\mathcal{K}$ 引入的改正因子; 自由-自由跃迁中的輻射率                               |
| $\eta$                  | 电磁單位制中的电阻等于 $10^9$ 乘以欧姆·厘米为單位的电阻; $\eta_L$ 为洛倫茲气体的电阻                          |
| $\theta$                | 角度                                                                            |
| $\kappa$                | 波数, $2\pi/\lambda$                                                            |
| $\kappa_\nu$            | 單位体积中对频率为 $\nu$ 的輻射的吸收系数, 單位为厘米 <sup>2</sup> /厘米 <sup>3</sup>                 |
| $\lambda$               | 波長                                                                            |
| $\Delta$                | 德拜屏蔽距离对 $p_0$ 的比值, 方程(5.14)                                                   |
| $\mu$                   | 帶电粒子繞磁力綫回轉的磁矩                                                                 |
| $\nu$                   | 频率, 其中包括碰撞频率; $\nu_0$ 回旋加速器频率                                                 |
| $\rho$                  | 質量密度, 單位为克/厘米 <sup>3</sup>                                                    |
| $\sigma$                | 电荷密度, 單位为电磁單位电荷/厘米 <sup>3</sup> , 等于 $1/10$ 乘以庫倫/厘米 <sup>3</sup> 为單位的电荷密度     |
| $\sigma_s$              | 自由电子在質子上的散射截面, 方程(5.46)                                                       |
| $\sigma_{on}$           | 赤裸原子核俘获一个自由电子到第 $n$ 个能級上的截面, 方程(5.50)                                         |
| $\tau$                  | 磁场的衰减時間                                                                       |
| $\varphi$               | 重力势                                                                           |
| $\varphi(\beta)$        | 在方程(5.57)中定义的函数                                                               |
| $\Phi$                  | 面通量                                                                           |
| $\varnothing(x)$        | 誤差函数                                                                          |
| $\chi$                  | 双粒子碰撞中在軌道平面上的偏轉角                                                              |
| $\psi$                  | 表征双粒子碰撞的角度, 图 5.1                                                             |
| $\Psi$                  | 应力張量, 方程(2.6)                                                                 |
| $\omega$                | 角频率; $\omega_0$ 回旋加速器频率; $\omega_{ce}, \omega_{ci}$ 分别为电子和正离子的回旋加             |

速器頻率

$\omega_p$

等離子體頻率, 方程(4.7)

$\Omega$

立體角;  $d\Omega$  為立體角元

$\nabla$

梯度;  $\nabla_{||}$ ,  $\nabla_{\perp}$  為平行和垂直於  $\mathbf{B}$  的梯度

$\langle X \rangle$

擴散係數;  $X$  的值對一個試驗粒子在單位時間內所經受的所有碰撞  
求和並對相空間中一個體積元內所有的試驗粒子取平均

# 目 录

|                          |     |
|--------------------------|-----|
| 俄譯本序 .....               | i   |
| 序言 .....                 | ii  |
| 符号 .....                 | vii |
| 第一章 粒子的运动 .....          | 1   |
| §1.1 运动方程 .....          | 1   |
| §1.2 粒子的漂移 .....         | 2   |
| §1.3 磁矩 .....            | 5   |
| §1.4 粒子的加速 .....         | 9   |
| 第二章 宏观运动. 原理 .....       | 12  |
| §2.1 电中性 .....           | 12  |
| §2.2 基本方程 .....          | 14  |
| §2.3 定态解 .....           | 18  |
| §2.4 宏观速度和微观速度间的关系 ..... | 19  |
| 第三章 宏观运动. 问题 .....       | 23  |
| §3.1 电流 .....            | 23  |
| §3.2 物质横截力线的运动 .....     | 27  |
| §3.3 收缩效应 .....          | 32  |
| 第四章 等离子体中的波 .....        | 36  |
| §4.1 电磁波 .....           | 38  |
| §4.2 磁流体力学波 .....        | 42  |
| §4.3 静电波 .....           | 44  |
| 第五章 带电粒子间的碰撞 .....       | 50  |
| §5.1 远碰撞 .....           | 50  |
| §5.2 扩散系数 .....          | 52  |
| §5.3 弛豫时间 .....          | 58  |
| §5.4 电阻率 .....           | 62  |
| §5.5 热导率 .....           | 66  |
| §5.6 辐射 .....            | 67  |
| 附录 波耳兹曼方程 .....          | 72  |

## 第一章 粒子的运动

帶电粒子在給定外场中的运动早已被掌握了。下节的分析(密切地仿效阿尔芬<sup>[1]</sup>的表述)可以作为这一領域的总结,它对于了解电离气体中的动力过程是基本的。在整本书中,我們將用电磁單位;为避免和靜电單位制中电子电量 $e$ 的标准定义相混淆,在电磁制(e.m.u.)中,电子的电荷一律以 $-e/c$ 表示。

### §1.1 运动方程

当一个荷电 $q$ 的粒子在存在电场 $\mathbf{E}$ 和磁场 $\mathbf{B}$ 的区域内运动时,粒子將受到二个力:一个是平行于电场 $\mathbf{E}$ 的靜电力,它等于 $q\mathbf{E}$ 达因(其中 $q$ 和 $\mathbf{E}$ 都以电磁單位量度);另一个是和 $\mathbf{w}$ (粒子的速度)与 $\mathbf{B}$ (磁场强度)都成直角的磁力。如 $\mathbf{w}$ 以厘米-克-秒(c.g.s.)單位量度,而 $\mathbf{B}$ 以高斯量度,則磁力將等于 $q\mathbf{w} \times \mathbf{B}$ 达因。于是,运动的基本方程为

$$m \frac{d\mathbf{w}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{w} \times \mathbf{B}), \quad (1.1)$$

其中 $m$ 为粒子的質量,單位为克。

在某些特殊情况下,这个熟知的方程具有簡單的解。当 $\mathbf{B}$ 不存在,且 $\mathbf{E}$ 在时空中为恆量时,粒子將以等加速度 $q\mathbf{E}/m$ 运动。当 $\mathbf{E}$ 不存在时,加速度为 $q\mathbf{w} \times \mathbf{B}/m$ ,并永远垂直于速度;它使粒子軌道弯曲,但不改变速率 $w$ 。因此,磁场不会影响粒子的动能。如果 $\mathbf{E}$ 不存在、而 $\mathbf{B}$ 在时空中为恆量时,加速度在数值上为恆量,并且如果 $\mathbf{w}$ 原先垂直于 $\mathbf{B}$ ,則粒子將在半徑为 $a$ 的圓上运动。如果令加速度在数值上等于向心加速度 $w^2/a$ ,我們立刻得到角頻率 $w/a$ ,它由下式給出:

$$\omega_c = \frac{qB}{m} = \frac{ZeB}{mc}, \quad (1.2)$$

式中已令粒子的电荷等于  $Z$  乘  $e/c$ ; 其中  $e$  为  $4.803 \times 10^{-10}$ 。量  $\omega_c$  将称为回旋加速器频率, 这是因为它等于粒子在回旋加速器中回轉的角频率。相应的频率  $\nu_c$  (以每秒轉次表示) 为

$$\nu_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = 1.54 \times 10^8 \frac{ZB}{A} \text{ 秒}^{-1}, \quad (1.3)$$

其中  $A$  为粒子質量对原子質量單位  $1.660 \times 10^{-24}$  克的比值。如  $Z$  为負, 則必須取其絕對值。

回轉半徑  $a$  等于  $w/\omega_c$ 。如  $\mathbf{w}$  原先不垂直于  $\mathbf{B}$ , 則必須用  $\mathbf{w}$  的垂直分量, 它以  $\mathbf{w}_\perp$  表示, 而  $a$  則为

$$a = \frac{w_\perp}{\omega_c} = \frac{mw_\perp c}{ZeB}. \quad (1.4)$$

$\mathbf{w}$  平行于  $\mathbf{B}$  的分量以  $\mathbf{w}_\parallel$  表示, 它不受磁場影响, 同时也不会对垂直于磁场的运动发生影响。当这二种运动組合时, 粒子最后的軌道將是一条沿磁力綫的等距螺旋綫。

在下面各节中, 將处理自由粒子在其他比較簡單的场合下的运动。虽然对这些运动的了解是有帮助的, 但必須強調指出, 在正常的电离气体中, 气体中的电流和电荷可能很重要, 用單粒子模型来处理往往是很复杂的。这种电流和电荷用气体的宏观方程 (在下一章中討論) 来处理要比用單个粒子的微觀运动来得容易。

## § 1.2 粒子的漂移

現在我們研究在各种微扰下一个荷电粒子在磁場中的运动: 例如在存在着电场、 $\mathbf{B}$  的微小的空間不均匀性、或  $\mathbf{B}$  随時間緩慢的变化时<sup>1)</sup>。在这些情况下, 运动可以近似地被描述为圍繞着某一运动点的回轉。这个回轉的瞬封中心称为粒子的“旋轉中心”。旋轉中心垂直于  $\mathbf{B}$  的运动称为粒子的“漂移”。

a. 电场 設  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{B}$  在时空中为恆量, 并設  $\mathbf{E}$  垂直于  $\mathbf{B}$ 。我們

1) 在不同情况下荷电粒子在电磁場中的运动曾由波古斯拉夫斯基于 1922 年研究过 (Вогуславский С. А., Путь электронов в электромагнитных полях, 1929)  
——俄譯本編者註。

借公式

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}' + \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2}. \quad (1.5)$$

来定义一个新速度  $\mathbf{w}'$ 。因为  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{B}$  被假定在时空中为恆量，將方程(1.5)代入(1.1)，得

$$m \frac{d\mathbf{w}'}{dt} = q \left\{ \mathbf{E} + \mathbf{w}' \times \mathbf{B} + \frac{1}{B^2} (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} \right\}. \quad (1.6)$$

如展开三个矢量的乘积，并考虑到已假定  $\mathbf{B} \cdot \mathbf{E}$  为零，我們有

$$(\mathbf{E} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} = -B^2 \mathbf{E}. \quad (1.7)$$

方程(1.6)和(1.7)的組合給出

$$m \frac{d\mathbf{w}'}{dt} = q \mathbf{w}' \times \mathbf{B}. \quad (1.8)$$

由方程(1.8)定义的运动与电场无关，并包含环绕磁力綫以回旋加速器频率的回轉。总速度  $\mathbf{w}$  为  $\mathbf{w}'$  和垂直于  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{B}$  的漂移速度  $\mathbf{w}_D$  之和。在一般情况下， $\mathbf{E}$  具有平行于  $\mathbf{B}$  的分量，这个横向漂移速度在数值上由下式給出：

$$w_D = \frac{E_{\perp}}{B} = \frac{10^8 E_{\perp} (\text{伏特/厘米})}{B}. \quad (1.9)$$

这里的  $E_{\perp}$  代表  $\mathbf{E}$  在垂直于  $\mathbf{B}$  方向的分量。分量  $E_{\parallel}$  將产生一个沿着磁力綫的匀加速度。如果由方程(1.9)計算出来的  $w_D$  的数值超过光速  $c$ ，这个方程当然是不正确的。在这种情况下，粒子的动能將不断增长。对于  $10^8$  高斯的磁场，只要  $E_{\perp}$  小于  $3 \times 10^{16}$  电磁單位或  $3 \times 10^5$  伏特/厘米，方程(1.9)总是适用的。

由方程 (1.9) 給出的漂移速度可以用二种办法来解釋。假定帶正电的粒子在垂直于磁场方向的平面內回轉，如图 1.1 所示，磁场方向取作垂直于紙的平面向外。如果現在加

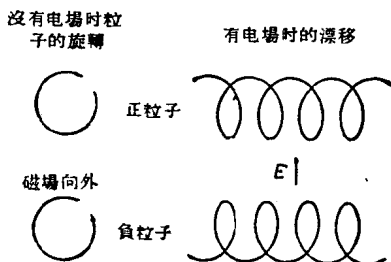


图 1.1 电场引起的漂移

一个电场，则粒子将在圆的左半边被加速，同时在右半边被减速，结果，在靠近纸的顶端部分的速度将超过其对面半边的速度。按方程(1.4)，回轉半径随速度而增大，因此，顶端附近粒子轨道的曲率半径将大于其对面的曲率半径。结果便得到一个向右的漂移。对于符号相反的粒子，回轉將按相反的方向，但由电场所产生的加速度也將反过来，所以漂移將和前者同方向。同样地，对于  $w_D$  的数值的分析表明，它和粒子的質量、速度及电荷的符号无关。

更基本的解释是用运动坐标中  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{B}$  的变换来说明。在以速度  $\mathbf{E} \times \mathbf{B} / B^2$  运动的坐标中，不存在电场。因此，对于以速度  $w_D$  运动的观察者来说，电场已被变换掉。因而从这个观察者看来，粒子显然繞磁力綫作圓运动。这个論証闡明了：方程(1.9)对于具有相对論性能量的粒子来说还是正确的，虽然方程(1.1)是非相对論性的。

b. 重力场 如果粒子受到重力的作用，它在垂直于  $\mathbf{B}$  的方向上具有分力  $mg_{\perp}$ ，则也会产生一种漂移，正如存在电场那样。在現在的情况下，單位电荷所受的力（前面的场合下为  $\mathbf{E}$ ）变成  $mg_{\perp}/q$ ，其中  $q$  仍为粒子的电荷。于是，代換方程(1.9)中的  $E_{\perp}$ ，漂移速度成为—

$$w_D = \frac{mg_{\perp}}{qB} = \frac{g_{\perp}}{\omega_c}, \quad (1.10)$$

其中  $\omega_c$  (回轉頻率) 由方程(1.2)給出。漂移方向垂直于  $\mathbf{B}$  及  $g_{\perp}$ ，但对于电荷符号相反的粒子，其方向相反。对于正粒子，漂移具有  $\mathbf{g} \times \mathbf{B}$  的方向。由重力场产生的漂移往往很小。

在均匀磁场  
中的迴轉

由非均匀磁场  
引起的漂移

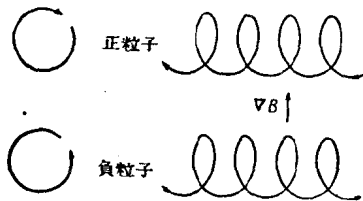


图 1.2 非均匀磁场引起的漂移

c. 非均匀磁场 現在假定粒子在磁场中运动，磁场到处平行于  $z$  軸，但其强度沿  $x$  軸改变。当粒子在  $xy$  平面中回轉时，根据方程(1.4)，其回轉半径沿軌道改变。和前面的情况相同，这必然

会引起漂移,如图(1.2)所示。但和前面的情况相反,現在的漂移速度只能用近似的理論来求得,其中略去了微小項,“一級理論”,即在理論中只保留  $w_D/w_\perp$  的一次項,曾被阿尔芬所发展。用現在的符号,他的結果为

$$\frac{w_D}{w_\perp} = \frac{a \nabla_\perp B}{2B}, \quad (1.11)$$

其中  $a$  仍为由方程(1.4)給出的回轉半徑,而  $\nabla_\perp B$  为在垂直于  $\mathbf{B}$  的平面上标量  $B$  的梯度。除开因子 2, 方程(1.11)很容易由量綱的考虑导得。

与此相似,如果粒子以速度  $w_{||}$  沿曲率半徑为  $R$  的弯曲的力綫运动,也会引起一种漂移。引入一个以角速度  $w_{||}/R$  繞坊的曲率中心轉动的新坐标系。在这个坐标系中,粒子沒有沿力綫的运动,但离心力  $mw_{||}^2/R$  引起了一个漂移。它与同样大小的重力  $mg$  所引起的漂移相同。方程(1.10)仍然可用,所以我們有

$$w_D = \frac{w_{||}^2}{R\omega_c}. \quad (1.12)$$

如果在等离子体中沒有电流,  $\nabla \times \mathbf{B}$  等于零,而  $(\nabla_\perp B)/B$  等于  $1/R$ 。于是,方程(1.11)和(1.12)之和給出

$$w_D = \frac{1}{\omega_c R} \left( \frac{1}{2} w_\perp^2 + w_{||}^2 \right). \quad (1.13)$$

这二种漂移方向相同;对于正离子,  $w_D$  具有  $\mathbf{B} \times \nabla B$  的方向。

### § 1.3 磁 矩

对于在时空中緩慢变化的  $\mathbf{B}$ , 帶电粒子的磁矩  $\mu$  近乎保持常数,从而提供了一个近似运动积分。圍繞面积  $S$  的电流  $I$ , 其磁矩  $\mu$  等于  $IS$ 。在目前情况下,  $S$  等于  $\pi a^2$ , 其中  $a$  为回轉半徑。电流等于电荷  $q$  乘每秒回轉数  $\omega_c/2\pi$ 。因此,我們有

$$\mu = \pi a^2 \cdot \frac{q\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2} \frac{mw_\perp^2}{B}. \quad (1.14)$$



因为  $\omega_c$  正比于  $B$ , 穿过粒子轨道的磁通量正比于  $\mu$ 。

讓我們来研究当  $\mathbf{B}$  随時間变化、但在整个空間为均匀时,  $\mu$  变化的情况。 $\mathbf{B}$  的变化將沿粒子轨道产生一个电动势。根据法拉第定律[参看下一章中方程(2.18)], 我們有

$$\text{E.M.F.} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = - \int \frac{d\mathbf{B}}{dt} \cdot d\mathbf{S}, \quad (1.15)$$

其中  $d\mathbf{s}$  为沿路徑的长度元, 而  $d\mathbf{S}$  为被路徑圍繞的面的面积元。單位時間內动能的变化等于电动势和有效电流  $I$  的乘积; 我們已經看到,  $I$  为  $q\omega_c/2\pi$ 。不难証明; 如果  $B$  增大, 电流和电动势的方向相同。

因此

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m w_{\perp}^2 \right) = \frac{q\omega_c}{2\pi} \cdot \pi a^2 \cdot \frac{dB}{dt} = \mu \frac{dB}{dt}. \quad (1.16)$$

$\mu$  的变化率可以从方程(1.14)求得: 將式(1.14)兩边各乘以  $B$ , 并对時間微分, 得

$$\frac{d}{dt} (\mu B) = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m w_{\perp}^2 \right). \quad (1.17)$$

从方程(1.16)和(1.17)得  $d\mu/dt$  等于零, 这个結論只对于非相对論能量才是正确的。

如果电子的电荷均匀地分布在回轉圓周上, 这个結論將是精确的。 $\mu$  是否保持不变要看  $B$  的变化率。在物理上很易理解, 如果所有  $B$  的变化都发生在电子在回轉圓周上跑一小段圓弧的時間內, 則我們在方程(1.15)中用过的  $\mathbf{E}$  繞圓周的綫积分將不适用, 因而  $d\mu/dt$  將不等于零。然而, 如果我們假定,  $dB/dt$  正比于  $\omega B$ , 并解运动方程(精确到  $\omega/\omega_c$  的一次項), 則  $d\mu/dt$  实际上等于零。在一个很普遍的分析中海林<sup>[4]</sup>曾經証明, 直到  $(\omega/\omega_c)^2$  級項,  $\mu$  仍为常数。看来,  $\mu$  到非常高級的近似仍为常数, 此外, 海林还处理了相对論情况。

其次我們考虑当  $\mathbf{B}$  沿粒子的路徑改变(但在每一点上  $B$  不随時間变化)时  $\mu$  的变化。假定回轉粒子向强磁场的区域运动。在一