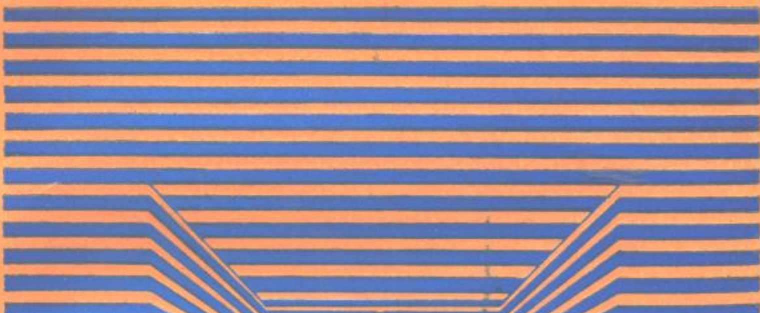
王成斌 著

多元质量控制



宇航出版社

多元质量控制

王成斌 著

宇航出版社

内 容 简 介

本书系统地阐述了多元质量控制的主要内容——均值向量控制、协差阵控制及多元图示技术；在叙述上注意深入浅出，理论联系实际，每种方法都附有范例。本书可作为质量管理类研究生教材和大学本科生及质量管理工程师的参考书。就实用方法而言亦可供广大质量管理工作者及现场工人阅读。

多元质量控制

王成斌　著

责任编辑：宋纯

•

宇航出版社出版

北京和平里滨河路1号 邮政编码：100013

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经销

顺义印刷厂印刷

•

开本787×1092　1/32印张：6　字数：139千字

1990年12月第1版第1次印刷　印数：1—2000册

ISBN 7-80034-330-8/F·022　定价：3.00元

序

我非常高兴地看到北方交通大学王成斌同志所著《多元质量控制》书稿，衷心祝愿它早日出版，与广大读者见面。多少年来萦绕在我心中的一个问题就是如何综合评定一件复杂产品或一项复杂技术的质量。要避免评定的主观性，就应使评定方法具有统计性质。这个问题和多元质量控制有些相似，甚至在某些方面没有什么实质性的差别。我读了作者这本专著，很受启发。

把多元统计的理论和方法用于质量控制的想法是很自然的，但是实行起来会遇到种种困难。一是理论和概念上的复杂性，难于解释；二是计算上的繁琐，太费时间。这也许是为什么迟迟未见这方面有系统的论著问世的原因之一。但是，随着有关多元统计的计算机软、硬件的相继发展，特别是到了70年代中期以后，我想就再找不到“知难而退”的借口了。在一个质量控制过程中一般都有多个质量指标，例如一个化学反应过程中的收率、产量、不纯洁度和副产品等，单指标的情形仅是例外，多元质量控制的问题是不能回避的。因此，作者写这本书是有远见的，它代表着质量控制的一个发展方向。

该书作为教材是自身完备和自成体系的。在我看来，它至少有以下三个特色：

1.为质量控制工作者提供了必要的多元统计数学基础知

识；

2.通过多元与一元质量控制的类比，启发了读者对多元质量控制的理解，并使他们看到两者的结合能在应用上收到互为补充之效；

3.强调眼脑并用以增进对多元问题的洞察力以及对问题解决的可能性。

因此，本书为多元质量控制教材建设提供一个极有价值的模式。

是为序。

林少宫

1989年10月于武汉

自　序

产品和服务质量是物质文明和社会进步的主要标志之一。质量管理则是现代企业赖以生存和发展的支柱。以休哈特（W.A.Shewhart）的经典著作《工业产品质量的经济控制》于1931年正式问世为里程碑，质量管理由传统的质量检验阶段进入了统计质量管理阶段。此后，费根堡（A.V.Feigenbaum）的全面质量管理和石川馨的全公司质量管理乃至今天的全社会质量管理，着重阐发了质量管理的系统性和社会性，它们是统计质量管理的补充和发展，而不是对统计质量管理的否定。马克思说过："一种科学只有在成功地运用数学时，才算达到了真正完善的地步。"数理统计方法作为控制和改进质量的手段，几乎它的所有分支都进入了质量管理领域。目前，质量管理已形成自己的科学体系；它涉及到：概率原理、统计质量控制和试验设计；质量计划、工序控制和产品责任；计量、检验和试验；质量成本分析；质量监督和诊断；可靠性、维护性和产品安全；质量信息系统；行为科学等。从运用统计方法的角度看，则可以分为一元质量控制和多元质量控制。经典的休哈特控制图及以后出现的种种非休哈特控制图都属于一元质量控制的范围；它研究的对象主要是单一质量特性的控制问题。多元质量控制则把多元分析方法同工序控制和抽样检验结合起来，使统计质量控制具有更强大的生命力。我们知道，任何一种

产品（作业或服务）可测定的质量特性通常都不止一项。多元质量控制正是从这一实际情况出发建立起来的科学的质量控制方法。目前，多元质量控制正方兴未艾，从理论和实践上都远不能说是完整的、严谨的。这两方面的文章散见于国外的一些技术文献中，但没有系统的论述和专著。本书仅是一种尝试，抛砖引玉，以期促进我国质量管理工作的发展。

作为质量管理工程师，掌握统计方法是一项基本功。控制论奠基人维纳曾说过："如果一个生理学的困难实质上是一个数学困难，那么十个不懂数学的生理学家的研究成果和一个不懂数学的生理学家的研究成果是完全一样的，不会更好些。"同样，我们也有理由说：如果一个质量管理问题实质上是一个数理统计方法的困难，那么十个不懂数理统计的质量管理工程师的工作成效和一个不懂数理统计的质量管理工程师的工作成效是完全一样的，不会更好些。但是，我们并不要求每个工人都了解多元质量控制的原理。对于生产现场人员，只要了解多元质量控制的基本思想并会正确采样和填表就够了，而这些是不难掌握的。所以，本书有较广泛的适用对象，对于研究生和大学本科生及质量工程师可以作为教材和参考资料，对于质量技术员和生产第一线的工人、管理人员只阅读文字部分及主要的公式（不看数学推导过程）也是十分有益的。

考虑到同一元质量控制的衔接，本书注意采用类比法，略去了一些数学证明。全书分四章。第一章主要回顾矩阵代数和多元分析的基本知识，所选内容都是与多元质量控制密切有关的。第二三章分别讨论均值向量控制图和多元离差控制图。第四章讨论多元图示技术。这三章都有示例和练习题，供读者研讨。

本书承蒙中国科学院学部委员、航空航天工业部顾

问、国际宇航科学院院士蔡金涛教授审阅，中国质量管理协会顾问、中国质量管理协会统计方法研究委员会主任委员林少宫教授为序，作者谨在此对他们表示衷心的感谢。由于作者水平所限，书中存在问题一定不少，恳切希望读者和同行专家们提出宝贵的批评意见。

王成斌

1989.6.15

目　　录

引　言

通常，任何一种产品（作业或服务）都具有若干项可以测定的质量特性。从经济的角度考虑，对于主要的质量特性应当严格进行控制，使之符合规格要求，对于次要的则放宽控制，甚至不予控制。但一般说来，主要质量特性往往不止一个，因而必须对两个或两个以上的质量特性同时进行控制。比如：对一个铸件、锻件、冲压件往往要同时控制几个主要几何尺寸；一种纺织纱线至少要同时控制纱的抗拉强度和纤度；一种化学试剂或合金要同时控制若干种组分，等等。在这些情况下，被控制的各变量构成多元分布，而且由于随机波动的基本性质，一般都服从多元正态分布。在第二章将证明，无论诸变量间是否存在相关关系，都不能用对各变量的分别控制代替对全部变量的联合控制。因为在一定的显著水平下，两者的控制域不同，用前者代替后者会出现过控和欠控两种报警错误。

多元质量控制就是对多个质量特性同时加以统计控制的一种统计方法和技术。多元质量控制的概念最早是由Hotelling[1]在40年代提出来的。他基于二元正态变量建立了T^2统计量对飞行轰炸瞄准的质量进行监控。他研究了20个投弹瞄准的数据，证明瞄准的纵向误差和横向误差（脱靶量）是相关的。但是，由于T^2的计算涉及到求逆矩阵或高阶行列式，用手工处理十分麻烦，所以直到50年代计算机兴起后，多元

统计质量控制的方法才开始得到发展和实际应用。此后，Jackson[2,3]发展了Hotelling的方法并用来控制感光工序。在60～70年代，Ghare和Torgersen[4]，Montgomery和Wadsworth[5]及Alt等[6-11]连续发表了许多论文阐述多元均值向量或协差阵的控制问题，Montgomery和Klatt[12,13]还讨论了用T^2图的经济设计方法来确定样本大小、抽样间隔和控制界的最优取值。此外，Jackson和Bradley[14,15]还借助序贯方法讨论了多元抽样设计问题，Shakun[16]则按椭球规格域讨论了多元验收抽样问题。Patel[17]又独辟蹊径，于1973年在"Technometrics"上著文提出了来自多元二项分布和多元泊松分布的质量控制问题。

我们知道，计量值休哈特图有两种基本类型：一种用来控制分布的中心趋势，最常用的是$\bar{x}$图；另一种用来控制分布的离势，最常用的是R图和s图。因为分布的均值和方差互不相关，$\bar{x}$图不能提供关于离差的任何信息，同样R图或s图也不能提供关于均值的任何信息，所以两者必须结合使用。与休哈特图相类似，多元控制图也有两种基本类型：一种用来控制均值向量，比如x^2图、T^2图等；另一种用来控制离差，比如W图、L图、$|S|$图等。可以证明，均值向量和协差阵是互不相关的；所以这两种图必须结合使用。

应当指出，常用的p图、np图和P图（不合格品百分数图）都含有多元控制的某些含义，因为在这些图中，所谓合格品或不合格品是指对若干重要的质量特性进行综合评价的结果。但这里说的综合评价，一般是以规格为准，再加上一定的判断准则，而不属于统计控制的范围。

第一章　预备知识

为了顺利讨论以后各章的内容，先回顾一下有关的数学工具，本章依次介绍下列内容：矩阵和行列式的概念及主要运算法则；描述性多元统计量——随机向量的数字特征及其计算方法；特征根和特征向量的概念和求法；多元正态分布的主要性质及检验多元正态性的方法；马氏距离的概念和算法；剔除异常多元数据的方法。

1.1　矩阵与行列式运算

1.1.1　矩阵的定义和表示法

由$m\times n$个数排成的m行n列的矩形表，称为$m\times n$阶（维）矩阵。矩阵中的每个数称为元素或阵元。阵元可以代表确定值，也可以为随机变量。矩阵常用大写字母表示。有时为了指明矩阵的阶数，可在字母右下角加以标注，如$A_{m\times n}$，矩阵也可以用带括号的阵元表示，如(a_{ij})。当然，我们总是把i，j看作$i=1, 2, \cdots, m$；$j=1, 2, \cdots, n$。

这样，矩阵就有四种表示法。

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} = (a_{ij}) = A_{m\times n} = A$$

1.1.2 矩阵的转置

一矩阵的行列加以交换构成的新矩阵称为原矩阵的转置矩阵。如原矩阵记为$\boldsymbol{A}$，则用符号$\boldsymbol{A}'$或$\boldsymbol{A}^T$表示$\boldsymbol{A}$的转置矩阵。显然，$\boldsymbol{A}'$的含义是

$$\boldsymbol{A}' = \boldsymbol{A}'_{n\times m} = (a_{ji}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{m2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

当$m=n$时，矩阵称为方阵，如果方阵的转置等于原方阵，比如$\boldsymbol{A}'=\boldsymbol{A}$，则该方阵称为对称矩阵，简称对称阵。

1.1.3 向量

只有一行的矩阵称为行向量。只有一列的矩阵称为列向量。为了书写方便，$\boldsymbol{A}_{m\times n}$可以表示为列向量或行向量形式。如

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{u}_1' \\ \boldsymbol{u}_2' \\ \vdots \\ \boldsymbol{u}_m' \end{pmatrix} = (\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \cdots, \boldsymbol{v}_n)$$

式中 $\boldsymbol{u}'_i = (a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{in})$；

$\boldsymbol{v}_j = (a_{1j}, a_{2j}, \cdots, a_{mj})'$。

显然，行向量和列向量总是互为转置的。为了书写方便，经常把列向量加以转置。在本书中凡不特别指明，所谓向量一律指列向量。

1.1.4 对角阵

矩阵中行序号和列序号一致的各阵元，即 a_{11}， a_{22}，…，叫作对角阵元。如果非对角阵元全为零，则该矩阵叫做对角矩阵，简称对角阵。对角方阵常用D或$Diag$表示。对角方阵中对角线上各阵元为1，该对角阵称为单位阵，用E表示。

1.1.5 矩阵代数运算

同阶数的矩阵可以实施加减运算。运算法则如下：

$\boldsymbol{A}_{m\times n}\pm\boldsymbol{B}_{m\times n}=\boldsymbol{C}_{m\times n}$，其中阵元$c_{ij}$为

$c_{ij}=a_{ij}\pm b_{ij}$

矩阵的加减法服从分配律、交换律和结合律。

矩阵乘以标量定义为该矩阵中各阵元同乘以该标量。如

$$\alpha\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}\alpha=(\alpha a_{ij})$$

当矩阵$\boldsymbol{A}$的列数等于矩阵$\boldsymbol{B}$的行数时，$\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$两矩阵可以依$\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$的顺序相乘。运算法则如下：

$\boldsymbol{A}_{m\times s}\boldsymbol{B}_{s\times n}=\boldsymbol{C}_{m\times n}$，其中阵元$c_{ij}$为

$$c_{ij}=\sum_{k=1}^{s}a_{ik}b_{kj}$$

即 $\boldsymbol{AB}=(a_{ik})(b_{kj})$

$$=\begin{pmatrix}\sum_{k=1}^{s}a_{1k}b_{k1} & \sum_{k=1}^{s}a_{1k}b_{k2} & \cdots & \sum_{k=1}^{s}a_{1k}b_{kn}\\ \sum_{k=1}^{s}a_{2k}b_{k1} & \sum_{k=1}^{s}a_{2k}b_{k2} & \cdots & \sum_{k=1}^{s}a_{2k}b_{kn}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ \sum_{k=1}^{s}a_{mk}b_{k1} & \sum_{k=1}^{s}a_{mk}b_{k2} & \cdots & \sum_{k=1}^{s}a_{mk}b_{kn}\end{pmatrix}$$