普通数学

第一卷

代数和线性代数基础

[法] C. Pisot, M. Zamansky 著

邓应生 译　　陈昌平 校

人民教育出版社

普 通 数 学

第 一 卷

代数和线性代数基础

[法] C. Pisot ， M. Zamansky 著
邓应生 译 陈昌平 校

人 民 教 育 出 版 社

这套书系根据原著第二版译出，是法国大学第一阶段、工程师学校预科第一、二学年与工程师学校第一、二学年的数学教材，是按法国官方教学大纲编写的．全套书共分六卷，本书是第一卷．

本书内容为代数和线性代数基础．

本书可供高等学校数学专业师生参考．

普 通 数 学

第一卷

代数和线性代数基础

[法]C. Pisot，M. Zamansky著

邓应生译 陈昌平校

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 7.25 字数 166,000

1981年2月第1版 1981年12月第1次印刷

印数 00,001—13,500

书号 13012·0589 定价 0.65元

简　　介

这一套书的前身，是已出版达十四年之久的名为《普通数学》的那套书，我们把书名保留下来了，是因为就其大部分内容而论，它依然是大学第一阶段的教科书，又是为准备参加工程学院和高等师范学院会考的教学用书，也可以作为这些学院本身的教学用书，我们还希望它可供未来的中学与专科学校的教师以及现任职教师使用.

本书前身受到欢迎，这激励我们按同样的精神来撰写这部新作，就是说它有时会超出人们称之谓官方大纲的范围. 实际上，用更一般的观点来阐述一章书，往往是比较可取的；这有利于与以后的学习相衔接.

这里对此套书的内容作简略的说明. 前三卷以旧书的一些内容作为重要的部分；即是说旧书的某些部分移到新书的其他几册中去，对留下来的部分作了细小的修改与补充. 这里主要的一方面是指代数和初等线性代数，另一方面是指与实数有关的内容.

将第 4、5、6 卷的内容作了新的叙述. 在第四卷中叙述了关于度量空间拓扑的一些主要概念，然后一直讲到巴拿赫定理，这个定理给出由一个赋范空间到另一个赋范空间线性映射是连续的充要条件. 因为这个定理从根本上阐明了有关可微函数与测度概念的问题.

积分论一章以一般方式阐述了积分的结构，勒贝格积分是其一特例，最后我们作出一个极其简便的处理，而无须回到传统的对两个或三个实变量的函数的黎曼积分的处理方法上去，我们觉得

这样做比用传统方法来处理要好得多. 此外, 这里的叙述方式自然地把初等理论(卷 3)的形成清楚地揭示了出来, 即在那里所用的范数是一致收敛的范数.

第五卷包含无穷小计算的重要一章(在 R 上求积分、级数), 有一章讲埃米特空间和付立叶级数 (然而后者是作为独立部分叙述的); 最后, 对解析函数的讨论, 占一重要地位.

在最后一卷中, 一方面阐述概率计算的初等概念, 另一方面研究有限维埃米特空间和欧氏空间, 这里讲了自伴随算子的概念, 还研究了矩阵的约化和微分方程组, 它们是作为隐函数理论和线性代数的应用的例子来讲的.

我们经常有意识地重复. 对那些今后常用的数学定义以及在证明中要用到的一些重要定理的内容, 我们是不怕复习的. 我们从经验知道, 一个非专门的读者, 当要参考以前五、六个结果才能去理解一个论证时, 该是多么困难.

书中有例题, 有些段落的例题较多. 许多例题是习题解答; 有些解答是详尽的, 另一些则以习题的形式出现, 而给出了它的解答纲要.

我们是想再一次证明, 不存在没有"技术"的数学, 即不存在没有计算技巧的数学.

我们希望这套书将使大学生喜爱, 一般地也使那些需要数学或爱数学的人喜爱. 我们还希望证明, 伪先知的胡言乱语给一个国家带来怎样的危险性. 虚伪的现代数学的祭司们就是自封为这种先知的, 他们利用被伤害的青年一代的马虎才能得逞. 然而这是不同于我们在序言中所说的另一种历史.

下略.

序　言

数学，现代数学.

我们知道，几代以来，人们屡次提出这样的问题：历史是科学还是艺术？这个问题的一个变种是，或者也许是：数学是什么？

从字义上说，艺术是学习理解事物的本领. 拉普拉斯对很大的一部分数学论文作了总结说："数学理论的最大优点之一及其值得信赖的最大特点是在于，它从显得千差万别的现象中找出它们之间的关系而把它们联系起来，而且这不是由于泛泛的观察和猜测，而是通过精密的计算而得到的."

数学是艺术，又是科学，它也是一种智力游戏，然而它又是描绘现实世界的一种方式和创造现实世界的一种助力.

诚然数学常常过于显得独立存在，好像丝毫也不受大自然界约束似的. 但这是一个严重的误解. 可以肯定的是：数学由于对自然界以其原始状态提出的问题缺乏处理能力而把这些问题简单化了. 连续性、交换性、可逆性等概念有时是没有任何意义的.

许多概念，诸如上面所说的那些，它们之所以起到数学的作用，只是因为它们符合现象的某些方面. 用数学式子来表示物理现象就是这一类的例子. 这种表示会引起数学家的反感，直到问题已被澄清，使数学家知道感激那些"蹩脚的数学家们"为他提供了好的课题时为止.

数学家应该唤起数学使用者谨慎小心，因为他知道数学的限度. 现今，人们也许只能对某些问题的解决方式感到不安（我们想指的是经济问题、人口统计问题），因为那些相信自己开动了数学

机器的人们，使人得到这样的印象，好像他们是相信了通过两点的唯一曲线是直线，而通过三点的唯一曲线是指数曲线似的.

然而，更加使人感到不安的可能是现时刮遍了法国的那种恶劣风尚，它开始是微风，而终于成为风暴. 那就是某些人称之为现代数学的那种东西.

虽然已出现了一些令人不安的结果，但今天却依然是车载船运似的把一大堆概念、公理塞满了高中和初中的教学大纲，并且是从低年级开始. 这样从今而后，不论是儿童、少年，还是青年都会忘记什么是推理，而只会相信“于是、从而”等字眼的魔力. 人们引进了逻辑，但它又消失了；人们要建立计算的基础，但学生几乎不会计算，而且越来越不会计算，正如我们已经见到的那样.

可是，没有计算技巧，那就只能很迟，或干脆不可能领会数学的实质，这种实质是远远超过可感知的实质的. 异常丰富多彩的非欧几何学就是一个十分辉煌的例子.

业士中的一个重要部分（五分之一），即具有业士学位C的那些人，他们学了最重的数学课，但不知道用“头脑”去计算，不知道做两个分式的除法，不知道2的各次幂的计算，不知道列写直线的笛卡儿方程，不知道三角学，对他们花了几小时去说明$2+3=3+2$，但他们仍然不知道其结果是5（至少是在十进制里），当要求他们举一个简单而自然的非交换性的例子时，他们什么也找不出来；他们想像不到，如果他们煮咖啡，那么“咖啡磨”和“滤筛”这两个算子是不可交换的. 他们对于这种状况是没有任何责任的，因为名词已把他们弄得头昏脑胀，没有向他们讲明事实，他们很迟，非常迟才发现自己什么也不知道，留给他们的，犹如电路系统的作者用闭合回路来谈论数学基础一样，只是字义的争论.

某些抱怨技术教育卑微的人，发明了这种把技术排除在外的数学体系，也就是排除了对事物加以运用和进行变换的本领，即使

这种事物就是数学的事物.

对于那些高谈阔论文化的人，声称数学愈“现代化”就愈容易的人，议论一切、通晓一切而又什么没有教过的人，我们说些什么呢?!

一个概念，一个公理，要有大量的实例来支持，才有生命，而这又要求事先具备一定的实际知识，抽象来源于实际，而且如果它不再回到实际中去，它就很快会使精神的东西成为不可思议，受到歪曲并使它因饥渴而死亡.

这类数学的祭司们说他们的数学是现代的，以其傲慢态度和狂妄想法，自以为掌握真理，并蔑视着人们，他们否定人类智慧的基本成就.他们对于从事其他学科的人们的需要与愿望漠不关心；这里所说的其他学科涉及自然科学、医学、法学、经济学，乃至古文字学，等等；这些人用他们所从事学科中的贡献日复一日地改造着社会，并将明天的利益与往日的财富提供给人们.现代数学的祭司们以自己的形象……再造着人们，然而当知识界中的大部份人可能是因惊讶于这种骗局竟能成功，而保持着缄默的时候，某些人却因害怕显出自己是反对“现代事物”的“老朽分子”而继续不断地唱着低调，并利用自己的权力，以掩盖其无能.

遗憾的是，今天人们以一律的方式将一个错误体系强加给法国的无力反抗的青少年，使他们，嗨哟，若干年后将付出高昂的代价.

译 者 的 话

这一套书是法国大学第一阶段（cycle）、工程师学校预科第一、二学年与工程师学校第一、二学年的数学教材. 全套书分六卷; 本书为第一卷.

这一套书是按法国官方教学大纲编写的. 主要内容为:

第一卷包括代数与线性代数基础;

第二卷包括实数与实变函数;

第三卷包括数学工具与数学方法: 积分的初等理论，常用的函数, 初等微分方程;

第四卷包括度量空间, 微分映射, 隐函数, 积分法;

第五卷同样讲数学工具与数学方法: 无穷小计算（R上的积分法与级数), 付氏级数, 解析函数;

第六卷包括矩阵的约化, 有限维埃米特空间的代数, 微分方程与微分方程组，概率初步.

第一卷译文由陈昌平副教授全面校订; 对序言和前言译文他更是大力斧正; 此书的能够出版, 与陈昌平同志的可贵劳动是分不开的, 谨于此致谢.

对译文中的问题, 请读者提出宝贵意见.

译者

1981 年 2 月

目 录

一 般 概 念

第一章　集合论

第一部分　逻辑和逻辑符号

我们把数学元素的集合这个概念看作是直觉的概念。

集合的元素——集合由元素组成；我们以后用这样的说法：元素 a 属于集合 E，并写作 $a \in E$.

子集——一个集合 F，如果它的一切元素都属于一个集合 E，就叫做 E 的子集；写作 $F \subset E$；也可以说：F 被包含于 E.

同时，也使用记号 $E \supset F$，它的意思是 E 包含 F. 一个集合 E 的子集，一般地被定义为 E 中具有某种性质的元素的集合. 但可能有这样的情况：E 中没有一个元素具备这个性质. 这时为了还能继续说：一个性质定义 E 的一个子集，我们把上述情况称作空子集，由于错用名词而称之为空集，用记号 $\varnothing$ 来表示. 对于不论怎样的 E，定义 $\varnothing \subset E$.

对不论怎样的集合 E，总有 $E \subset E$.

如果 $F \subset E$ 和 $G \subset F$，就有 $G \subset E$；这个性质表明，从属关系是传递的.

蕴含关系——我们说：一个命题 P 蕴含或导致一个命题 Q，或者以命题 Q 为其推论，如果每当 P 为真时 Q 即为真；这时写作 $P \Longrightarrow Q$. 如果反过来 Q 又蕴含 P，那末命题 P 和命题 Q 就称做等价的；并写作 $P \Longleftrightarrow Q$. 在此情况下，在一切推理中，可将这两命题

中的一个用另一个来替换．如果$P \Longleftrightarrow Q$，就说Q是使P成立的必要且充分的条件．符号$\Longrightarrow$有时也读作“使得…”以代替导致的读法．

相等——相等用符号＝来表示，它在数学中具有多种意义．

1° 相等表示恒等；$x=y$的意思是：x和y没有区别．这样例如$1=1$．

2° 相等只能是有条件的；这就是方程式左右两端相等的意思．当列出方程

$$ax=b$$

时，只有在x取特定值的条件下，相等才能成立．

3° 符号＝能够用来定义一个新的记号．当说：“令$y=f(x)$”时，符号＝定义一个新记号y，而此时x与f这两个记号是已经有定义的．

要提请注意：1° 与 2° 就其意义来说是 3° 的特殊情形．于是，如果x是已知的；恒等式$x=y$也是y的一个定义．方程$ax=b$定义了能使等式成立的那些元素x．

4° 常常用符号＝来表示两个集合间的同构．例如我们写$\frac{n}{1}=n$，因为对于乘法运算，在整数n的集合Z与$\frac{n}{1}$这样形式的分数集合之间有同构关系．

5° 最后，有时把符号＝当作等价的记号(第三章，第二部分)，以代替～．于是，写

$$\frac{4}{6}=\frac{6}{9}$$

以代替更正确的写法$\frac{4}{6}\sim\frac{6}{9}$．符号＝的这种用法可归并于 4°．

量词——用符号来表示某些词组有时是很方便的；现说明下面两个符号