

梅长林 王 宁 周家良

# 概率论和数理统计

## ——学习与提高

西安交通大学出版社

# 概率论和数理统计

## ——学习与提高

梅长林 王 宁 周家良

西安交通大学出版社

·西安·

## 内容提要

本书是为配合高等院校概率论与数理统计课程的教学而编写的教学参考书.书中收集了100多个存在于日常生活中且富有趣味性的实际问题,同时也涉及一些基本概念题与计算问题.可以帮助读者理解概率统计的基本思想,提高分析问题与解决问题的能力.

本书可作为高等院校各专业概率论与数理统计课程的教学参考书,也可供在校的研究生参考使用,对报考硕士研究生的考生也有参考价值.

### 图书在版编目(CIP)数据

概率论和数理统计学习与提高/梅长林,王宁,周家良编著. —西安:西安交通大学出版社,2001.8  
ISBN 7-5605-1421-9

I. 概… II. ①梅… ②王… ③周… III. ①概率论—高等学校—教学参考资料②数理统计—高等学校—数学参考资料 IV. 021

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001) 第 036547 号

\*

西安交通大学出版社出版发行  
(西安市兴庆南路 25 号 邮政编码:710049 电话:(029)2668315)  
陕西友盛印务有限责任公司印装  
各地新华书店经销

\*

开本:850 mm×1 168 mm 1/32 印张:8.875 字数:220 千字  
2001 年 8 月第 1 版 2001 年 8 月第 1 次印刷  
印数:0 001~5 000 定价:9.80 元

---

若发现本社图书有倒页、白页、少页及影响阅读的质量问题,请去当地销售部门调换或与我社发行科联系调换。发行科电话:(029)2668357,2667874

# 前 言

“概率论与数理统计”是高等院校各专业普遍开设的一门重要的基础课.它是学生首次接触的以随机现象为研究对象的课程,开始较难掌握其概念与方法.为了配合本门课程的教学,为学生学习提供进一步辅导,我们编写了这本教学参考书,以期使学生进一步理解概率论与数理统计的基本概念与思想方法,更深入地了解概率统计应用的广泛性,提高学生学习的兴趣与积极性.

本书分为上、下两篇:上篇是概率论内容,下篇是数理统计内容.

在上篇的概率论部分,我们精选了 100 个典型问题,其中大多数是存在于现实生活之中且富有趣味性的问题,也有在学习概率论过程中容易出错的概念问题与计算问题,以及可用概率论方法解决的各个领域的实际问题,同时适当选入了一些一题多解的问题.有别于一般题解性的教学参考书,本书所选问题一般不涉及教材中的练习题,而是以趣味性的方式提出问题,通过分析,建立适当的概率模型,然后运用所学的知识来解决问题,从而使学生了解用概率论知识解决实际问题的全过程.

在数理统计部分,一方面重点对现行教材中较少涉及,或不可能在课堂上花费大量时间深入展开讨论的概念性问题,作了较为细致的解释分析.如在假设检验中如何确定零假设与备择假设,什么是假设检验犯两类错误的概率以及二者的关系,显著水平对检验结论的影响.假设检验与区间估计的关系等等.这部分内容不是教材中内容的简单重复,而是编者在多年的教学中所发现的学生

不易理解和弄懂,但又在课堂上不易深入展开讨论的概念性问题.另一方面,我们选择了有较强的应用背景且在现实生活中或以后的工作中经常遇到,并有一定趣味性的实际问题.对于这些问题,我们不是简单地利用所学的统计方法套公式地予以解决,而是从所提出的问题,有针对性的进行分析,花较大篇幅对其中的统计思想进行阐述,在解决所提问题的基础上对所用的方法加以总结,给出一般的统计方法并对其应用范围及应注意的事项作进一步阐述.由于这些问题的实用性及趣味性,可使读者在轻松愉快的气氛中掌握统计思想和方法,提高学习兴趣和应用能力.另外,本部分还通过实例分析介绍了 Fisher 精确检验、抽样调查、列联表的独立性分析以及 Logistic 模型等选修课的内容,目的在于开阅读者视野,为进一步学习近代统计方法打下一定的基础.

我们以参考文献的形式在书后列出了我们所参考的主要书籍,在此对这些书的作者特表深深的谢意.

另外在本书的编写过程中,得到西安交通大学工科数学基地的资助,我们特表由衷的感谢.

由于编者水平所限,书中难免有不妥或谬误之处,衷心希望广大读者批评指正.

编者

2001.5

# 目 录

## 上 篇

|    |                                |      |
|----|--------------------------------|------|
| 1  | 古典概型的基本模型( I )——摸球模型 .....     | (2)  |
|    | A 无放回地摸球 .....                 | (2)  |
|    | B 有放回地摸球 .....                 | (6)  |
| 2  | 古典概型的基本模型( II )——球放入杯子模型 ..... | (7)  |
|    | A 杯子容量无限 .....                 | (7)  |
|    | B 每个杯子只能放 1 个球 .....           | (8)  |
| 3  | 生日问题 .....                     | (9)  |
| 4  | 找次品问题 .....                    | (11) |
| 5  | 鞋子配对问题 .....                   | (14) |
| 6  | 利用概率模型证明恒等式( I ) .....         | (16) |
| 7  | 利用概率模型证明恒等式( II ) .....        | (17) |
| 8  | 证明概率不等式 .....                  | (19) |
| 9  | 奖金如何分配才算公平 .....               | (19) |
| 10 | 怎样正确认识小概率事件 .....              | (20) |
| 11 | “祝君好运”幌子下的奥秘 .....             | (21) |
| 12 | 接待站的接待时间是否有规定 .....            | (22) |
| 13 | 曹雪芹是否懂概率? .....                | (23) |
| 14 | 如何撕下自称有透视能力人的假面具 .....         | (26) |
| 15 | 概率为零的事件不一定是不可能事件 .....         | (28) |
| 16 | 概率为 1 的事件不一定是必然事件 .....        | (28) |
| 17 | 在奖品的诱惑面前要冷静 .....              | (29) |
| 18 | 碰运气能否通过英语四级考试 .....            | (30) |

|    |                        |      |
|----|------------------------|------|
| 19 | 下赌注问题 .....            | (31) |
| 20 | 对实力相当的两个队如何组织比赛 .....  | (33) |
| 21 | 产品的检验 .....            | (33) |
| 22 | 哪个裁判组作出正确裁定的概率大 .....  | (35) |
| 23 | 飞机被击中的可能性有多大 .....     | (36) |
| 24 | 独立性与互不相容之间的关系如何 .....  | (37) |
| 25 | 先下手为强 .....            | (38) |
| 26 | 射击问题 .....             | (39) |
| 27 | 机床维修问题 .....           | (41) |
| 28 | 邮局需开设多少个窗口 .....       | (43) |
| 29 | 公鸡与母鸡 .....            | (43) |
| 30 | 钓鱼 .....               | (45) |
| 31 | 他能否考取某院校 .....         | (47) |
| 32 | 桥形系统的可靠性 .....         | (48) |
| 33 | 选盒摸球的比赛规则 .....        | (50) |
| 34 | 丢失的球是什么颜色 .....        | (51) |
| 35 | 怎样抽签才公平 .....          | (52) |
| 36 | 肝癌普查中用甲胎蛋白试验是否准确 ..... | (55) |
| 37 | 目标被炸毁的概率 .....         | (56) |
| 38 | 怎样估计湖中的鱼数 .....        | (57) |
| 39 | 选择题中的概率问题 .....        | (60) |
| 40 | 在新旧排球规则下得分率的概率模型 ..... | (62) |
| 41 | 买钢笔问题 .....            | (65) |
| 42 | 合格品数的分布 .....          | (66) |
| 43 | 指数分布的无记忆性 .....        | (67) |
| 44 | 判断正误 .....             | (67) |
| 45 | 测量误差的概率 .....          | (68) |
| 46 | 三项分布的分析 .....          | (69) |
| 47 | 应该评谁为先进 .....          | (70) |

|    |                                               |       |
|----|-----------------------------------------------|-------|
| 48 | 泊松分布两实例 .....                                 | (72)  |
| 49 | 预测录取分数线和考生考试名次 .....                          | (73)  |
| 50 | 公共汽车上、下乘客的门应设计多高 .....                        | (75)  |
| 51 | 求离散型随机变量函数的分布律要注意什么 .....                     | (76)  |
| 52 | 两个随机变量的联合分布律 .....                            | (77)  |
| 53 | 连续型随机变量之和的分布 .....                            | (78)  |
| 54 | 连续型随机变量之差的分布 .....                            | (82)  |
| 55 | 计算机上怎样产生分布函数为 $F(x)$ 的伪随机函数 ...               | (86)  |
| 56 | 随机变量 $X$ 的分布律 .....                           | (86)  |
| 57 | 随机变量函数 $G(X)$ 的概率密度 .....                     | (87)  |
| 58 | 两信号干扰问题 .....                                 | (88)  |
| 59 | 怎样正确理解同分布随机变量 .....                           | (89)  |
| 60 | 不相关的随机变量未必相互独立 .....                          | (91)  |
| 61 | 不相互独立的随机变量未必相关 .....                          | (92)  |
| 62 | 不相关与相互独立间的关系 .....                            | (92)  |
| 63 | $X$ 与 $Y$ 不相互独立, 但 $X^2$ 与 $Y^2$ 不一定不相互独立 ... | (93)  |
| 64 | 求数学期望要注意什么 .....                              | (95)  |
| 65 | 切莫上当 .....                                    | (96)  |
| 66 | 一题多解 .....                                    | (100) |
| 67 | 点数和的数学期望 .....                                | (104) |
| 68 | 平均中奖次数 .....                                  | (104) |
| 69 | 有球盒子数 .....                                   | (105) |
| 70 | 你愿意到哪个店去购物 .....                              | (106) |
| 71 | 有奖销售的广告与销售策略 .....                            | (107) |
| 72 | 有球盒子的最小号码 .....                               | (113) |
| 73 | 怎样组织货源, 才能收益最大 .....                          | (114) |
| 74 | 又一种射击模型 .....                                 | (115) |
| 75 | 一种抽样检查产品质量的方案 .....                           | (116) |
| 76 | 发行狗年邮政贺年(有奖)明信片的创收利润 .....                    | (118) |

|     |                         |       |
|-----|-------------------------|-------|
| 77  | 春都商店每天有多少人购买商品·····     | (119) |
| 78  | 乘坐公共汽车的乘客平均要等待多少时间····· | (121) |
| 79  | 游客平均等待多长时间·····         | (122) |
| 80  | 你认为应用什么策略·····          | (122) |
| 81  | 会面问题·····               | (124) |
| 82  | 方程有实根的概率·····           | (125) |
| 83  | 相关系数·····               | (126) |
| 84  | 在验血普查中能否减少工作量·····      | (127) |
| 85  | 怎样由脚印长度估计罪犯的身高·····     | (128) |
| 86  | 两点间距离的数学期望及均方差·····     | (129) |
| 87  | 圆面积的期望·····             | (131) |
| 88  | 商店应储备多少货·····           | (132) |
| 89  | 猫何时能离开地下室·····          | (133) |
| 90  | 打仗需要男子·····             | (134) |
| 91  | 飞播造林每亩总费用公式·····        | (136) |
| 92  | 应检查多少灯泡·····            | (139) |
| 93  | 射击问题·····               | (140) |
| 94  | 两种方法的比较·····            | (141) |
| 95  | 剧院应设置多少座位·····          | (142) |
| 96  | 人寿保险·····               | (143) |
| 97  | 育种鸡问题·····              | (144) |
| 98  | 应供多少电·····              | (145) |
| 99  | 四舍五入问题·····             | (146) |
| 100 | 总机应设多少条外线·····          | (148) |

## 下 篇

|      |                         |       |
|------|-------------------------|-------|
| 第一部分 | 基本概念·····               | (150) |
| 1.   | 数理统计学——应用极其广泛的一门学科····· | (150) |

|                                                                     |       |
|---------------------------------------------------------------------|-------|
| 2. 统计学的特点及其发展·····                                                  | (152) |
| 3. 数理统计中常用的概率分布及其性质、关系 ·····                                        | (156) |
| 4. 无偏估计唯一吗? 什么是一致最小方差无偏估计?<br>·····                                 | (162) |
| 5. 最大似然估计唯一吗? ·····                                                 | (164) |
| 6. 似然方程的解是否都是参数的最大似然估计? ·····                                       | (166) |
| 7. 如何理解参数的点估计和区间估计? ·····                                           | (169) |
| 8. 在统计假设检验中, 如何确定零假设 $H_0$ 和备择<br>假设 $H_1$ ? 它对检验结论有何影响? ·····      | (170) |
| 9. 在统计假设检验中, 什么是犯两类错误的概率? 两<br>者的关系是什么? 有无办法同时减少犯两类错误<br>的概率? ····· | (173) |
| 10. 什么是显著性检验? 显著性水平对结论有何影响?<br>·····                                | (177) |
| 11. 参数的假设检验和区间估计有何联系?<br>有何差异? ·····                                | (178) |
| 12. 什么是检验的 $p$ -值? 它有何意义? ·····                                     | (180) |
| <b>第二部分 应用实例</b> ·····                                              | (184) |
| 一 基础内容·····                                                         | (184) |
| 1. 如何估计罐中黑、白球数目的比例? ·····                                           | (184) |
| 2. 收获前如何预测水稻总产量? ·····                                              | (186) |
| 3. 支持新活动的职工比例有多少? ·····                                             | (187) |
| 4. 工程师的断言是否符合实际? ·····                                              | (189) |
| 5. 妇女嗜酒是否影响下一代的健康? 影响有多大? ···                                       | (190) |
| 6. 银行经理的方案是否有效?<br>——成对数据的比较方法·····                                 | (193) |
| 7. 某英语辅导班的效果是否显著? ·····                                             | (198) |

|                                              |       |
|----------------------------------------------|-------|
| 8. 有奖销售的摇奖结果公平吗?                             |       |
| ——分布拟合检验法·····                               | (200) |
| 9. 植物学家 G. J. Mendel 关于豌豆的预言是否正确? ···        | (204) |
| 10. 两次地震间的间隔时间是否服从指数分布? ·····                | (206) |
| 11. 新品牌衬衫的不同售价对销量有何影响?                       |       |
| ——方差分析法 ·····                                | (208) |
| 12. 该城市应投放多少箱防晒霜进行销售?                        |       |
| ——回归分析法 ·····                                | (214) |
| 二 其它内容·····                                  | (222) |
| 1. 如何表示考试成绩比较合理? TOEFL 成绩是<br>如何计算出来的? ····· | (222) |
| 2. 有多少大学生在考试中作弊?                             |       |
| ——怎样调查敏感问题? ·····                            | (225) |
| 3. 她有特异功能吗? ——Fisher 精确检验法 ·····             | (231) |
| 4. 死刑判决与被告的种族有关吗?                            |       |
| ——列联表的独立性检验·····                             | (233) |
| 5. 青春期性焦虑程度与年龄有什么关系?                         |       |
| ——相关性分析·····                                 | (239) |
| 6. 化疗的疗效是否优于放疗的疗效?                           |       |
| ——Wilcoxon 秩和检验法 ·····                       | (246) |
| 7. 再谈化疗与放疗的疗效比较问题——符号检验法··                   | (251) |
| 第三部分 Logistic 模型介绍 ·····                     | (256) |
| 1. Logistic 模型 ·····                         | (256) |
| 2. 参数的最大似然估计                                 |       |
| ——Newton - Raphson 迭代法·····                  | (258) |
| 3. 参数的统计推断及应用·····                           | (267) |
| 参考文献·····                                    | (271) |

# 上 篇

## 概 率 论

学习与提高

# 1 古典概型的基本模型( I )——摸球模型

## A 无放回地摸球

**问题 1** 设袋中有 4 只白球和 2 只黑球,现从袋中无放回地依次摸出 2 只球,求这 2 只球都是白球的概率.

**解** 设  $A = \{\text{摸得 2 只球都是白球}\}$ .

**方法 1** 把 4 只白球(2 只黑球)看成彼此间是可以区分的,分别编号为 1,2,3,4,(5,6). 例如将第一次取到 3 号(白)球和第二次取到 5 号(黑)球这个基本事件与一个 2-排列(3,5)相对应,那么基本事件总数等于从 6 个不同元素中取出 2 个元素的无重复元素的排列总数  $A_6^2$ ,由排列的乘法定理可知,事件  $A$  包含的基本事件数为  $4 \times 3$  即  $A_4^2$ ,所以

$$P(A) = \frac{A_4^2}{A_6^2} = \frac{4 \times 3}{6 \times 5} = \frac{2}{5}$$

**注 1** 由于取球是有次序的,所以把基本事件对应一个排列,进而求基本事件总数是很自然的.

**方法 2** 把摸得的 2 只球如 4 号(白)球和 6 号(黑)球看成一个基本事件,它对应了一个 2-组合(4,6),则基本事件总数等于从 6 个不同元素中任取 2 个元素的组合数  $C_6^2$ ,事件  $A$  包含的基本事件数为  $C_4^2$ ,所以

$$P(A) = \frac{C_4^2}{C_6^2} = \frac{A_4^2/2!}{A_6^2/2!} = \frac{2}{5}$$

**注2** 由于是无放回地摸取2个球,所以在求古典概型的概率时,如强调次序,可用2-排列方法计算基本事件数;当可以不强调次序时,可用2-组合方法计算基本事件数.在本题中摸到2只球都是白球,不强调次序,可看成一次取出2个(2-组合)都是白球.

**注3** 有的同学用组合方法作:一次摸出2个的组合观察颜色只能是(白、白)、(黑、白)、(黑、黑),所以  $P(A) = \frac{1}{3}$ . 这样做是错误的! 因为这3个事件发生的概率不相等,所以不能用古典概型求.而方法2中的2-组合基本事件例如(4,6)、(1,2)等事件发生的概率都相等,所以可以用古典概型求  $P(A)$ . 切记求古典概型的概率时必须注意基本事件的等可能性.

**方法3** 设  $B_i = \{\text{第 } i \text{ 次摸到白球}\} (i=1,2)$ , 则

$$\begin{aligned} P(A) &= P(B_1 B_2) = P(B_1) P(B_2 | B_1) \\ &= \frac{4}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

**注4** 方法3用事件的“分解”及概率的运算法则求  $P(A)$ , 这就显得简单得多.

**问题2** 设袋中有10个相同的球,上面依次编号为1,2,...,10,每次从袋中任取一球,取后不放回,求第5次取到1号球的概率.

**解** 设  $A = \{\text{第5次摸到1号球}\}$ .

**方法1** 把前5次依次取到的球的号码这一基本事件对应一个5-排列,则基本事件总数等于从10个不同元素中任取5个元素的无重复元素的排列总数  $A_{10}^5$ , 而第5次取到1号球意味着取出的前4个球都不是1号球,这种4-排列总数为  $A_9^4$ , 而第5次取到的必须是1号球,这种1-排列数为  $A_1^1$ . 由排列的乘法定理知,由

前 4 个位置不是 1 号的 4-排列和第 5 个位置必须是 1 号的 1-排列构成的 5-排列总数为  $A_9^4 A_1^1$ , 所以

$$P(A) = \frac{A_9^4 A_1^1}{A_{10}^5} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6} = \frac{1}{10}$$

**注 1** 这里  $A_9^4 A_1^1$  中  $A_1^1 = 1$  可以不写, 但写上是为了避免犯错误. 总数  $A_{10}^5$  中反映用 5-排列, 因此, 分子也必须用 5-排列, 而  $A_9^4 A_1^1$  中上标之和  $4+1=5$ , 说明做题分析是考虑到了 5-排列, 不容易用错.

**注 2** 此题不能直接用组合方法做, 因为它强调了次序: 规定了第 5 次取到 1 号球.

**方法 2** 再引入事件  $B = \{\text{前 4 次没有取到 1 号球}\}$ , 则

$$P(A) = P(AB) = P(B)P(A|B) = \frac{C_9^4}{C_{10}^4} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{10}$$

**注 3** 方法 2 中  $P(B)$  能用组合方法计算, 是因为它没有强调次序, 只要前 4 次没取到 1 号球即可. 当然也可用排列做,  $P(B) = \frac{A_9^4}{A_{10}^4}$ .

**方法 3** 令  $B_i = \{\text{第 } i \text{ 次摸到 1 号球}\} (i=1, 2, \dots, 5)$ , 则

$$\begin{aligned} P(A) &= P(\bar{B}_1 \bar{B}_2 \bar{B}_3 \bar{B}_4 B_5) \\ &= P(\bar{B}_1)P(\bar{B}_2 | \bar{B}_1)P(\bar{B}_3 | \bar{B}_1 \bar{B}_2)P(\bar{B}_4 | \bar{B}_1 \bar{B}_2 \bar{B}_3) \times \\ &\quad P(B_5 | \bar{B}_1 \bar{B}_2 \bar{B}_3 \bar{B}_4) \\ &= \frac{9}{10} \times \frac{8}{9} \times \frac{7}{8} \times \frac{6}{7} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{10} \end{aligned}$$

**方法 4** 由于问题中没说取到第 5 次试验结束, 所以所求概率也等于“把试验一直进行到取完为止, 求第 5 次取到 1 号球”的

概率.取球 10 次的一个试验结果(基本事件),可对应一个 10-排列,所以基本事件总数为  $A_{10}^{10}$ . 另一方面,前 4 个位置从 2~9 号中任取 4 个元素的 4-排列数为  $A_9^4$ ,第 5 个位置必须为 1 的 1-排列数为  $A_1^1$ ,最后 5 个位置只能从剩下的 5 个数中取 5 个元素的 5-排列数为  $A_5^5$ ,故由排列的乘法定理可得事件  $A$  所包含的基本事件数,也即第 5 个位置必须为 1 的 10-排列总数为  $A_9^4 A_1^1 A_5^5$ ,因此

$$P(A) = \frac{A_9^4 A_1^1 A_5^5}{A_{10}^{10}} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{10!} = \frac{1}{10}$$

## 摸球模型的应用

(1)[检查废品问题] 设 100 只晶体管中有 5 只废品,现从中抽取 15 只,求其中恰有 2 只废品的概率.

**分析** 把正品看成黑球,废品看成白球,本题相当于从装有 95 只黑球和 5 只白球的袋中,依次无放回地取出 15 只球,求其中恰有 2 只白球的概率.

(2)[抽签问题] 在编号为  $1, 2, \dots, n$  的  $n$  张赠券中,采用无放回方式抽签,试求在第  $k$  次( $1 \leq k \leq n$ )抽到 1 号赠券的概率.

**分析** 把 1 号赠券看作白球,其它赠券看作黑球,本例相当于从装有 1 个白球和  $(n-1)$  个黑球的袋中,依次无放回地取球,求第  $k$  次摸到白球的概率.

(3)[分组问题] 把 20 个球队分成两组(每组 10 队)进行比赛,求最强的两队分在不同组的概率.

**分析** 把强队看作黑球,其它队看作白球,本例相当于袋中有 2 只黑球,18 只白球,采用无放回抽取方式从中取出 10 个球,求恰有 1 个黑球的概率.

(4)[扑克牌花色问题] 求某桥牌选手拿到一副牌(13 张)中恰有黑桃 6 张、方块 3 张、草花 4 张的概率.

**分析** 把黑桃看作黑球、红桃看作红球、方块看作白球、草花

看作黄球,本例即为袋中有黑、红、白、黄球各 13 个,从中无放回地取出 13 个球中恰有 6 个黑球、3 个白球、4 个黄球的概率.

## B 有放回地摸球

**问题 3** 袋中有 4 个红球,6 个黑球,从中有放回地摸球 3 次,求前两次摸到黑球,第 3 次摸到红球的概率.

**解 方法 1** 用古典概型的方法解.将 4 个红球和 6 个黑球依次编号为 1~4 和 5~10,则依次有放回地摸球 3 次的每个基本事件可对应一个 3-排列,例如(5,3,5)表示第 1 次、第 3 次摸到 5 号黑球,第 2 次摸到 3 号红球这一基本事件,则基本事件总数为  $10^3$ ,而  $A = \{\text{前 2 次摸到黑球,第 3 次摸到红球}\}$  包含的基本事件数为  $6 \times 6 \times 4$ ,故

$$P(A) = \frac{6 \times 6 \times 4}{10^3} = 0.144$$

**方法 2** 令  $A_i = \{\text{第 } i \text{ 次摸到黑球}\} (i=1,2,3)$

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A_1 A_2 \bar{A}_3) = P(A_1)P(A_2)P(\bar{A}_3) \\ &= \frac{6}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{4}{10} = 0.144 \end{aligned}$$

这里由于是有放回地摸球,所以  $A_i (i=1,2,3)$  相互独立.

**问题 4** 袋中有 4 个红球,6 个黑球,求从中有放回地摸球 200 次中红球出现 30 次的概率.

**分析** 此题可用上例中的两种方法做,但都显得较繁.注意这里摸球是有放回的摸球,所以如果把摸一次球看作做一次试验,则摸 200 次球相当于做了 200 次试验,而且这些试验是独立、重复的.每次试验结果只有 2 个,摸到红球这一结果发生的概率都为  $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ ,所以用伯努利概型解较简便.

**解** 令  $X$  为有放回地摸球 200 次中红球出现的次数,则