

# 运筹学与工程系统分析

郭耀煌 等编著

中国建筑工业出版社

本书扼要地介绍了系统工程和系统分析的概念，详细地论述了运筹学各主要分支的基本理论和方法。本书的主要内容有：系统工程和系统分析、数学基础知识、线性规划、运输问题、整数规划、非线性规划、动态规划、图与网络基础、统筹法——网络计划技术、矩阵对策、决策分析、排队论和随机模拟。

本书既注意直观背景，通过实例引导再进一步说明基本概念；又有适当的理论推证，并尽量注意说理严谨，以便于读者准确地掌握概念，有利于举一反三，灵活运用。

本书可供管理工作者、工程技术人员、管理专业的大学生以及各工程专业的大学生、研究生、教师学习和教学之用。

## 运筹学与工程系统分析

——郭耀华等编著

中国建筑工业出版社出版(北京西郊百万庄)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

中国建筑工业出版社印刷厂印刷(北京阜外南礼士路)

\*  
开本：787×1092毫米 1/16 印张： 23 字数： 557 千字

1986年12月第一版 1986年12月第一次印刷

印数：1—7,440册 定价：5.05元

统一书号：15040·5121

## 前　　言

为了更有成效地工作，管理工作者和工程技术人员都应学习系统分析的方法和最优化技术，它不仅指出了提高效益的具体途径，也提供了分析问题和处理事务的一套系统的思想，有助于进一步启发和调动人们的聪明才智，提高管理者的素质。近年来，在许多大学里，不仅经济管理、管理工程等各类专业开设了“系统工程”和“运筹学”，而且，不少工科专业的高年级学生和研究生也相继开始学习这方面的课程和专题。由于生产和科学的研究的实际需要，越来越多的管理工作者、工程技术人员正以很高的热情学习和钻研这方面的知识。为了尽可能满足不同读者的需要，我们根据几年来讲授工程系统分析、运筹学和系统工程等课程的经验体会，将所用讲义经适当增补和修改，写成了这一本书。

本书各章的执笔者如下：童淑惠（第一、三、八章）、童登萍（第二章）、郭耀煌（第三、四、五、六、七、十一、十二章）、张必恭（第九、十章）、詹原瑞（天津大学，第十三章）和高世廉（第十四章）。

本书由郭耀煌主编（西南交通大学管理工程系），李维铮教授主审（天津大学管理工程系）。李维铮教授极其认真地审阅了全书，提出了许多十分宝贵的意见，为提高本书的质量和顺利出版付出了很大精力，作者对他表示衷心的感谢。

由于作者水平有限，不妥和错误之处恳请读者批评指正。

作者

1985年10月于峨眉

# 目 录

前言	
<b>第一章 系统工程和系统分析</b>	<b>1</b>
1.1 系统与系统工程	1
1.1.1 系统	1
1.1.2 系统工程	2
1.2 系统工程的形成和发展	3
1.3 系统工程的工作程序	4
1.3.1 系统工程的工作阶段	5
1.3.2 系统工程各工作阶段的步骤	5
1.4 系统分析	6
1.4.1 系统分析的要素	7
1.4.2 系统分析的准则	8
1.4.3 系统分析的步骤	9
<b>第二章 数学基础知识</b>	<b>10</b>
2.1 矩阵运算	10
2.1.1 矩阵及其类型	10
2.1.2 矩阵的代数运算	10
2.1.3 矩阵转置	13
2.1.4 矩阵分块	14
2.1.5 行列式	15
2.1.6 矩阵求逆	17
2.2 空间和线性方程组	21
2.2.1 集合	21
2.2.2 向量	22
2.2.3 线性空间和欧氏空间	23
2.2.4 线性相关与线性无关	24
2.2.5 基	25
2.2.6 秩	26
2.2.7 线性方程组	27
2.2.8 二次型	29
2.3 关于多元函数的几个问题	30
2.3.1 梯度	30
2.3.2 海塞 (Hesse) 矩阵	31
2.3.3 多元函数的泰勒 (Taylor) 展开式	32
2.4 概率的概念和计算	33
2.4.1 概率的基本概念	33
2.4.2 概率计算的定理	35
2.5 随机变量和它的分布	39
2.5.1 离散型随机变量	39
2.5.2 连续型随机变量	40
2.5.3 随机变量的特征数值	42
<b>第三章 线性规划 (I)</b>	<b>44</b>
3.1 线性规划问题及其数学模型	44
3.1.1 线性规划问题	44
3.1.2 线性规划的数学模型	46
3.2 线性规划问题解的性质	47
3.2.1 图解法	47
3.2.2 线性规划的标准型	48
3.2.3 线性规划问题的解	50
3.2.4 凸集的概念	51
3.2.5 线性规划的基本定理	52
3.3 线性规划的单纯形法	55
3.3.1 分析一个例子	55
3.3.2 初始基可行解	58
3.3.3 基可行解的转换	60
3.3.4 最优性检验	63
3.3.5 单纯形法的计算步骤和单纯形表	66
3.3.6 两阶段单纯形法	71
3.4 退化	73
3.4.1 基本概念	73
3.4.2 循环的例子	74
3.4.3 摆动法	75
3.4.4 布兰德方法	78
习题	78
<b>第四章 线性规划 (II)</b>	<b>82</b>
4.1 改进单纯形法	82
4.1.1 改进单纯形法的基本原理	82
4.1.2 改进单纯形法的计算步骤	84
4.2 线性规划的对偶原理	88
4.2.1 对偶线性规划	88
4.2.2 对偶定理	92
4.2.3 对偶单纯形法	98
4.2.4 对偶变量的经济解释	100
4.3 敏感度分析	101
4.3.1 价值系数变化	101
4.3.2 约束方程组右侧常数变化	105

4.3.3 约束条件系数矩阵 $A$ 的元素变化	107	7.4.1 起作用约束和可行下降方向	180
4.3.4 增加或删去一个变量	107	7.4.2 库恩—塔克条件	181
4.3.5 增加或删去一个约束条件	110	7.4.3 可行方向法	184
习题	113	7.4.4 制约函数法	187
<b>第五章 运输问题</b>	<b>116</b>	习题	194
5.1 运输问题的数学模型	116	<b>第八章 动态规划</b>	<b>197</b>
5.2 表上作业法	118	8.1 动态规划的基本原理	197
5.2.1 给定初始方案	119	8.1.1 最短路问题	197
5.2.2 方案的最优性检验和改进	121	8.1.2 动态规划的主要术语	200
5.3 产销不平衡的运输问题	126	8.1.3 动态规划的基本原理和方法	202
5.4 有转运的运输问题	128	8.2 动态规划的应用	207
5.5 应用举例	131	8.2.1 生产计划问题	207
习题	133	8.2.2 资源分配问题	211
<b>第六章 整数规划</b>	<b>134</b>	8.2.3 设备更新问题	217
6.1 分枝定界法	134	8.2.4 排序问题	220
6.1.1 分枝定界法的基本概念	135	习题	222
6.1.2 分枝定界法的计算步骤	138	<b>第九章 图与网络基础</b>	<b>225</b>
6.2 割平面法	139	9.1 有关图的基本知识	225
6.2.1 什么是割平面法	139	9.1.1 图和图的种类	225
6.2.2 割平面法的基本原理	142	9.1.2 关联与相邻	226
6.2.3 混合整数规划的割平面法	146	9.1.3 顶点的次数	226
6.3 分派问题	149	9.1.4 子图和生成子图	227
6.3.1 分派问题的数学模型	150	9.1.5 链, 路, 圈和回路	227
6.3.2 匈牙利法	151	9.1.6 连通图	227
6.3.3 特殊分派问题	154	9.1.7 树和林	227
习题	156	9.1.8 加权图——网络	228
<b>第七章 非线性规划</b>	<b>158</b>	9.1.9 图和网络的矩阵表达	229
7.1 基本概念	158	9.2 路径问题	230
7.1.1 非线性规划的数学模型	158	9.2.1 七桥问题	230
7.1.2 二维问题的图解法	158	9.2.2 中国邮路问题	231
7.1.3 多元函数极值点存在的条件	160	9.2.3 最小生成树问题	232
7.1.4 凸函数和凹函数	161	9.2.4 最短路问题	235
7.1.5 凸规划	163	9.2.5 最可靠路问题	238
7.1.6 下降迭代算法	164	9.3 网络流问题	239
7.2 一维搜索	166	9.3.1 弧容量不受限的最小费用流问题	239
7.2.1 斐波那契法(分数法)	166	9.3.2 最大流算法	241
7.2.2 0.618法(黄金分割法)	170	9.3.3 弧容量受限的最小费用流问题	246
7.3 无约束极值问题	171	习题	247
7.3.1 梯度法(最速下降法)	171	<b>第十章 统筹法——网络计划技术</b>	<b>249</b>
7.3.2 牛顿法	175	10.1 概述	249
7.3.3 变尺度法	176	10.1.1 生产组织简介	249
7.4 约束极值问题	179		

10.1.2 编制进度计划方法的简要	习题	295
回顾		249
10.1.3 编制进度计划所需的基本条件	第十二章 决策分析	297
条件	12.1 基本概念	297
10.2 工作在网络图上的表达及网络图画法	12.1.1 决策模型	297
10.2.1 工作在网络图上的表达	12.1.2 决策的分类	298
10.2.2 网络图的画法	12.1.3 决策准则	299
10.3 计算时间参数和确定关键线路	12.2 非确定型决策	299
10.3.1 引例	12.2.1 乐观法	299
10.3.2 四个时刻的计算	12.2.2 悲观法	300
10.3.3 时差的计算	12.2.3 调整系数法	300
10.3.4 网络图的修改	12.2.4 最小后悔值法	301
10.4 工期与成本优化	12.3 风险型决策	302
10.4.1 工作的延续时间与费用的关系	12.3.1 决策树法	302
10.4.2 工期与直接费的关系	12.3.2 完全情报的价值	304
10.5 工期资源优化	12.3.3 贝叶斯决策	305
10.5.1 资源日供量有限工期不限时的可行性优化	12.3.4 应用举例	308
10.5.2 资源均匀性优化	12.4 效用理论	312
10.6 搭接网络简介	12.4.1 效用的概念	312
10.6.1 引言	12.4.2 效用函数和效用曲线	313
10.6.2 单代号搭接网络的表达与时刻计算	12.4.3 用效用值进行决策分析	316
10.6.3 时差的计算与关键线路	习题	317
10.6.4 例题	第十三章 排队论	320
10.6.5 多余性问题	13.1 排队模型的基本要素	320
习题	13.2 普阿松分布和负指数分布	321
第十一章 矩阵对策	13.2.1 到达过程	323
11.1 引言	13.2.2 离开过程	324
11.1.1 引例	13.2.3 在实践中如何识别普阿松分布	325
11.1.2 对策现象的要素	13.3 到达和离开同时进行的排队模型	326
11.1.3 二人有限零和对策的模型	13.3.1 $(M/M/1):(GD/\infty/\infty)$	328
11.2 最优纯策略	13.3.2 $(M/M/1):(GD/N/\infty)$	331
11.3 混合策略及矩阵对策的基本定理	13.3.3 $(M/M/c):(GD/\infty/\infty)$	332
11.3.1 混合策略	13.3.4 实际排队问题的理论分布	335
11.3.2 矩阵对策的基本定理	13.4 排队决策模型	338
11.4 矩阵对策的求解	习题	340
11.4.1 建立模型	第十四章 随机模拟	342
11.4.2 图解法	14.1 概述	342
11.4.3 矩阵对策的简化	14.2 均匀分布随机数	344
11.4.4 转换成线性规划问题求解	14.3 服从各种分布的随机数	349
参考文献	14.4 随机模拟的误差估计	352
	14.5 模拟方法	353
	结语	357
	358	

# 第一章 系统工程和系统分析

## 1.1 系统与系统工程

系统工程 (System Engineering) 是一门新兴的高度综合的科学，近年来得到迅速的发展。系统工程从系统的观点出发，跨学科地考虑问题，运用现代科学和技术的方法去研究和解决各种系统的问题。

### 1.1.1 系统

自然界和人类社会中的很多事物并不是孤立存在的，而是相互制约和相互联系的，它们形成了各式各样的系统。所谓“系统”，指的是一个复杂的（研究）对象。这个对象处于一定的环境之中，它是由相互作用、相互依赖的若干个组成部分（或元素）结合而成的具有特定功能的有机整体。这个“系统”又从属于某个更大的系统。

我们可以从不同的角度出发对系统进行分类。例如，可将系统分为自然系统和人工系统。自然系统是由自然物质自然形成的，生态系统、天体系统等是自然系统的例子。人工系统是为满足人类的某种需求而人为建立起来的系统，管理、生产、经济、交通运输等系统都是人工系统。还有很多系统是自然系统和人工系统的结合，这种系统称为复合系统。

若就系统对外部环境的关系来考虑，可将其分为闭环系统和开环系统。当某一系统与环境无关时，称它为闭环系统；当系统与外界环境要进行物质、能量或信息的交流时，就称它为开环系统。

若就系统的状态是否随时间而变化来考虑，可将其分为动态系统和静态系统。动态系统的状态随时间而变化，其状态变量是时间的函数。反之，为静态系统。

系统具有以下基本特征：

#### 1. 集合性

系统的集合性指的是，系统是由若干个（起码两个）相互区别的元素（或单元，子系统）所组成。

构成系统的各元素虽然具有不同的性能，但它们必须统一和协调于系统的整体之中。脱离了这一点，元素的机能和各元素间的作用便失去了意义。

#### 2. 相关性

相关性指的是，组成系统的各元素是相互作用、相互依存和相互制约的。若仅仅只有若干个元素，而各元素之间并不存在任何有机联系，则这些元素并未构成为系统。如果系统中的某个元素发生了变化，其它元素常要跟着作相应的变化和调整。

#### 3. 目的性

人工系统和复合系统都具有一定的目的性，没有明确目的的系统，不属于系统工程的

研究对象。

#### 4. 环境适应性

任何一个系统都存在于一定的物质环境（更大的系统）之中，环境的变化常对系统产生重要的影响。一个理想的系统，应能经常保持与环境的最佳适应状态；如果一个系统不能适应环境的变化，它就没有生命力。

当具体研究一个系统时，认真分析上述几个基本特征是很重要的。目的性分析，在于解决系统有无存在的价值，以明确系统的功能；集合性分析，以解决系统的组成及其结构；相关性分析，可建立系统各组成部分之间的合理关系，以消除相互间的盲目联系和无效行动；环境适应性分析，在于确定系统存在的条件，以及对外界条件的适应性问题。

例如，一栋房屋就是一个系统。房屋的基础、主体结构、围护结构、建筑装饰以及水暖电器设备等就是它的组成元素，这说明了房屋这个系统的集合性。房屋的适用、经济、美观等要求，就是所要实现的目的或功能，即系统的目的性。房屋各组成元素之间的有机联系，反映了系统的相关性。要求房屋坚固、耐久、防火、抗震，能抵抗大自然的侵蚀，就是使之具有环境适应性。

### 1.1.2 系统工程

“系统工程”是一门高度综合的新型工程技术，它以系统为研究对象，用系统理论的方法去开发、创制人们所需要的各种系统，或者对已有的系统进行改造和管理，使之能更好地按人们的意愿进行工作。

系统工程作为一门工程技术，它要改造客观世界并取得实效，就离不开具体的环境和条件，就要解决实际问题。但系统工程学和过去所说的一般工程学（例如机械、土木、电机、化工等）有着很大的不同，这主要表现在：（1）一般工程学以自己的特定物质为对象，而系统工程则不限于某一特定的物质对象，各种自然的、生态的、人类的、企业的和社会的组织等，也都可以作为它的研究对象。因此，系统工程不是某一类系统的工程技术，而是研究各种系统的普遍规律的一门学问。（2）系统工程具有多学科综合性的特点，它不仅应用数学、物理、化学等基础学科知识，而且也要用到其它工程技术、管理科学、经济学、社会学，乃至心理学、生态学和医学等知识。只有应用各种学科的广泛知识，才有可能有效地规划、设计、管理和控制一个复杂的系统。（3）一般工程学多着眼于技术的合理性，如性能、结构、效率等，而系统工程学则是从整个系统的最优出发，侧重考虑总体功能、全面规划、组成、协调和效果等问题。由此可见，系统工程的思考方法和一般工程学完全不同，一般工程学往往是利用组成单元的良好程度来确保和维持整个系统的总功能；与此相反，系统工程学则是首先确定整体的目标，然后再参照这个目标来决定各个单元所必须的性能，并利用各单元间的巧妙联系和协调运转来实现总体目标。这样做往往更能提高整个系统的水平。

系统工程有一套独特的思考方法，即系统方法。这就是在前述的系统概念、系统组成和特征的基础上，将对象作为系统来考虑进行分析、设计、建造和运用的方法。系统工程还有一套解决问题的程序体系，即在解决一个具体项目时，它要求把项目分成几大步骤，而每个步骤又按一定的程序来展开，使系统思想在每个部分和每个环节均能体现出来。此外，系统工程要运用最优化方法。当把一个问题按照程序展开到具体明确的环节时，主要

使用运筹学及其它科学技术方法构造问题的数学模型并进行优化，使问题得到尽可能好的解决。因此，从这个意义上可以说，系统工程是在系统的开发、设计、建造和运用中所需的思想、理论和方法等体系化的总称。

目前，关于系统工程这一学科体系的定义和范围，国内外都还没有统一的看法。这一方面是由于系统工程的理论和方法，是在工程设计、管理科学、控制论、电子计算机技术以及运筹学等各门学科向纵深发展，相互渗透，产生了一些共同性的问题需要解决的形势下发展起来的，来自不同领域的各国学者，从各自的背景和不同的角度出发，对系统工程自然会有不同的理解。另一方面是因为系统工程要综合运用新的科学理论与方法，尚处于继续发展的阶段，所以对于涵义、范围等很难划清界限，取得一致。

概括地说，系统工程是当代正在发展和逐步完善的一门新型工程技术，它以系统为对象，把要研究的事与物用概率、统计、运筹学、模拟及其它方法，经分析、判断、推理等程序建立成某种系统模型，进而求得系统的最佳化结果，使系统的各组成部分互相协调、互相配合，以获得技术先进、经济合理、运行可靠、时间节约的良好系统。

## 1.2 系统工程的形成和发展

二十世纪以来，由于社会生产力的高度发展，现代科学技术活动规模的迅速扩大，工程技术复杂程度的不断提高，使自然科学、技术科学和社会科学之间的整体性联系日益突出。

系统工程正是为适应和加强这种整体性联系而创立的一门崭新的边缘学科。

从本世纪四十年代开始，美国和其它一些国家为完成规模巨大的复杂工程和科研任务，开始运用系统观点和方法处理问题。这些社会实践的成果，为系统工程理论体系的形成准备了条件。

奥地利学者别尔塔朗菲（Ludwig Von Bertalanffy）以系统观点指出，自然和社会中的各种现象存在着某种共性，因而，有必要建立普遍的系统理论。他提出了如下三个基本观点：（1）系统观点。一切有机体都是一个系统，是由单元结合而成的整体，其性能不只是各单元特性简单相加的总和；（2）动态观点。一切有机体本身都处于积极的运动状态之中；（3）层次观点。一切有机体都按严格的层次组织起来。

第二次世界大战期间，运筹学得到广泛的应用和发展，并在大规模军事系统中取得了显著效果。如解决护航队的编制，防空雷达的配置与运用，提高反潜艇作战的效果等问题，都广泛地采用了数学规划、排队论、对策论等方法。运筹学的发展为系统工程提供了重要的理论基础。

四十年代末期，美国学者创立了控制论，此后，自动控制技术在深度和广度上都得到了很大的发展。人们对系统的重要属性（信息和反馈）逐步加深了认识，由此形成的大系统理论成为系统工程的又一重要理论基础。

1945年，美国空军建立了兰德（RAND）公司，这个公司先后创造了许多数学分析方法用来分析大规模的复杂系统，并取得了不少成果。

电子计算机的出现（1946年），为系统工程提供了强有力的运算工具和信息处理手段，并且促进了运筹学和大系统理论的广泛应用，成为实施系统工程的重要物质基础。

由于电子计算机的广泛应用，如何解决“人-机”关系就成为一个崭新的课题。人们的思维过程往往带有一种模糊性和不严格性，它能根据模糊的信息进行推理并作出决策，但计算机却只能接受确切的命令。这就需要研究消除“人-机”语言障碍的方法，否则，再好的方案、理论和运算工具仍难于发挥作用。1965年美国学者查德（L.A.Zadeh）提出了“模糊集合”的概念，使数学进入了模糊现象这个“禁区”。利用模糊数学构造的数学模型来编制计算机程序，可以更广泛更深入地模拟人脑的思维，大大提高电子计算机的“智能”。

六十年代以后，对于复杂的大系统问题，人们设想采用分解与积聚两个过程而形成多级递阶控制结构，这种控制方式的基本思想就是将整体控制问题分解成若干个子系统，然后按照整体控制目标，协调各个子系统的运行，以期达到整个系统的最优运行。以阿波罗登月计划为例，这个计划从1961年到1972年，历时十一年，参加研制的工程技术人员四十二万，公司和工厂二万多家，大学研究机构一百二十所，使用六百多台计算机，耗资三百多亿美元。它的顺利完成，主要是由于在整个过程中采用了系统工程的方法。又如，跨国的北欧电网，其内部全部可调容量达4500万千瓦左右，在电网中有水电、火电和核电等各种能源形式。这种复杂的电力系统与电厂的设计，需要上百种专业的配合，需要综合考虑国家的自然地理、工业布局、能源条件、环境保护以及人口的状态和分布等复杂因素。这样庞大的系统，如果仅仅从一个专业技术角度去解决，就不一定能使电力系统总体的技术经济效果达到合理和最优。因此，如何协调解决大系统的最优化，就是当代系统工程的任务。

大型计算机和通信卫星的应用，给系统工程带来了飞跃发展的可能性，使系统工程研究的范围也扩展到包括技术的、自然的以及社会的复杂大系统。

七十年代以来，计算机在向巨型发展的同时，也向微型化发展，这是实现分散控制系统和分散信息处理非常重要的物质条件。由于广泛采用微型计算机使系统机能分散，这就进一步提高了大系统的灵活性、扩展性和可靠性，提高了系统的功能和效率。

近年来，系统工程的应用范围已由传统的工程领域，扩大到工农业、交通运输、能源规划、城市建设、水利资源利用、环境生态系统、国民经济发展规划等许多领域。

我国在六十年代初期就采用了计划评审技术，建立了总体设计组织，对大规模复杂系统的协调指挥也取得了显著成果。六十年代中期，在化工、炼油和电力系统中开始研究计算机在线控制。1977年开始推广系统工程的研究和应用，并着手培养系统工程专业的研究生。近年来，国内一些工业企业已试用计算机来建立管理信息系统。此外，如电力系统规划、区域经济规划、人口控制理论、人才规划等也都相继开展了研究工作。

当前，在我国实现社会主义四个现代化的过程中，迫切需要从社会主义建设的整体出发，全面规划，统筹安排，力求使用先进的科学技术，在有限资源的条件下，尽早实现社会主义现代化的宏伟历史任务。毫无疑问，积极开展系统工程的研究并广泛推广应用，具有十分重要的现实意义。

### 1.3 系统工程的工作程序

系统工程从规划到更新的整个工作过程大体分为七个阶段。

### 1.3.1 系统工程的工作阶段

#### 1. 规划阶段

这阶段的工作内容是根据客观需要，探索应建立什么样的系统，其目的是什么，并弄清建立这个系统需要解决些什么样的问题。

这个阶段结束时，必须向上级部门提出正式的关于系统目的及将来规划的报告。

这个阶段的工作带有相当大的探索性，探索的内容有下述两个方面：

(1) 在发展与使用新系统后可能得到的收益及发展该系统的现实性。

(2) 必须定性和定量地确定为发展与实现这一新系统所需的各种资源，如人力、物力、时间和财力等。

虽然本阶段工作的重点在于对拟建系统现实性的探讨，但工作的深度必须保证满足下阶段——拟定方案阶段的需要。

#### 2. 拟定方案阶段

在该阶段要提出具体的计划方案。

#### 3. 研制阶段

根据拟定的方案进行系统研制，并制定出生产计划。

#### 4. 生产阶段

生产和加工出系统的全部零、部件，并提出安装计划。

#### 5. 安装阶段

把制成的零、部件按安装计划组装成系统，并完成调试工作。

#### 6. 运行阶段

系统按照预定的功能投入使用。

#### 7. 更新阶段

根据系统运行情况，对原系统不断地进行改进，或取消旧系统代之以新系统，使之能更有效地工作。

### 1.3.2 系统工程各工作阶段的步骤

对于上述各工作阶段，在用系统方法来思考和解决问题时，其思维过程一般可按如下步骤进行：

#### 1. 摆明问题

这一步的意图是按照系统的观点，弄清要解决什么问题，希望达到什么要求。为此，要尽量全面地收集有关要解决的问题的历史、现状和发展趋势的资料，为解决问题提供可靠的根据。

#### 2. 系统指标设计

提出为解决问题需要达到的目标，并定出衡量是否达到目标的标准（指标），用以作为评价和优选方案的依据。

#### 3. 系统综合

所谓系统综合，就是按照问题的性质和系统目标的要求，提出若干个替代方案，对每一个替代方案，都应列出其费用、资源消耗、功能等指标，并说明其优缺点。

#### 4. 系统分析

系统分析是一种十分有效的分析方法，它是系统工程的核心，我们将在 1.4 节中较详尽地加以说明。

#### 5. 系统优化

系统优化包括系统方案的优选和系统方案的优化两个过程，应使初选的各替代方案都能尽量均衡地满足系统指标。

#### 6. 决策

根据系统优化的结果，进一步选出其中的一个或几个方案来实施或试用，然后作出最后决策。

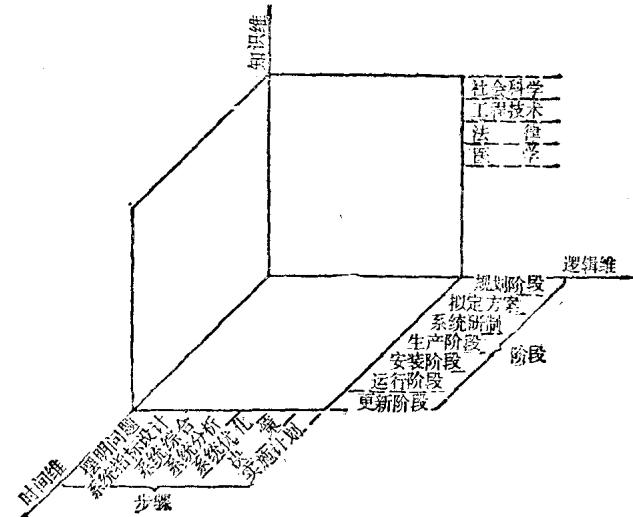


图 1.1

结构（图1.1），不仅考虑到上述系统工程的七个阶段和七个步骤，同时还考虑了完成各阶段各步骤所需的专业知识，它为解决规模大、结构复杂、涉及因素多的大系统问题，提供了一个统一的思想方法。

## 1.4 系统分析

系统分析是一个有目的有步骤的探索和分析过程。在这个过程中，系统分析人员使用科学的分析方法和工具，对系统的目的、功能、环境、费用、效益等进行充分的调查和研究，收集、分析和处理有关的资料和数据，通过建立模型和对模型的试验、计算和分析，将所得结果与原来的计划进行比较，从而给出正确的综合资料和评价，作为决策者选取方案的主要依据。由此可见，系统分析的目的是通过分析比较各个替代方案的功能、费用、可靠性、效益等各项技术经济指标，从而得出决策者赖以进行决策的资料和信息，以作出正确决策。

系统分析的主要工具是电子计算机。通过计算机来完成系统分析所需大量信息的收集、处理、分析、汇总、传递和贮存等任务。系统分析的主要方法是最优化方法，如规划论（包括线性规划、非线性规划、整数规划、动态规划等）、图论、排队论等。使用最优

化方法来求解系统的各种模型。

系统分析不同于一般的技术经济分析，它是从系统的总体最优出发，对系统进行定性和定量分析。它不仅分析技术经济方面的有关问题，而且还要分析政策、组织体制、信息、物流等各个方面的问题。系统分析没有特定的技术方法，它随分析对象和问题的不同而不同。

由于系统分析的范畴十分广泛，问题性质的差异很大，因此，一般地说，对分析的问题要提出一系列为什么，以求使问题得到正确的解答（参看表1.1）。

表 1.1

事    项	追    求    内    容	决    定	对    策
目    的	为什么要这样？	应做什么	删除不必要的
对    象	为什么找这个？	应是什么	合并重复的
场    所	为什么在这里做？	该在何处做	重新安排
时    间	为什么这时候做？	该何时做	改变顺序
人    员	为什么由这人做？	应由谁做	合适的人选
方    法	为什么这样做？	如何去做	简化方法

实践证明，对于存在不确定的相互矛盾因素的系统，技术比较复杂、投资费用大、建设周期长的系统，系统分析更是必不可少的重要一环。只有做好了系统分析工作，才能保证获得良好的系统设计方案，才不至于造成技术上的大量返工和经济上的重大损失。

#### 1.4.1 系统分析的要素

系统分析的要素有：

##### 1. 目的

我们在进行系统分析时，首先必须弄清系统的目的和要求，这不仅是建立系统的根据，也是系统分析的出发点。

##### 2. 替代方案

在概略设计阶段，常需制订出为达到同一目标的若干种方案，以供进一步比较和选择。

##### 3. 费用和效益

建立一个系统都需要一定的投资，系统运行后总可获得一定的收益。此处所说的费用应包括机会损失在内。

##### 4. 模型

模型是现实客观事物的一种描述，因此，它必须反映实际；但它又是客观事物的一种抽象，所以又高于实际。常用的系统模型有以下几种：

（1）实物模型。它是现实系统的放大或缩小。这种模型的优点是直观形象，缺点是难以揭示出某些要素的内在联系及其数量关系，因而不便于进行优化。

（2）图式模型。这种模型用符号、曲线、图表和图形把系统抽象地表示出来，例如常用的设计图、工程图、网络图、流程图等。

（3）模拟模型。它基本分为两类：一为物理模拟模型，一为计算机模拟模型。利用

这种模型可模拟系统的性能和行为。

(4) 数学模型。这种模型是对系统行为的一种数量描述，它由常数、参数、变量和函数关系组成。根据数学模型中变量的性质，可将其分为确定性模型（例如线性规划模型、非线性规划模型、网络模型等）和非确定性模型（即随机模型，或称概率模型，例如对策模型、决策模型、排队模型等），连续性模型和离散性模型（例如动态规划中的某些模型）。若以用途来分，则有经济模型、管理模型、社会模型、能源模型、人口模型、生态模型等等。

#### 5. 准则

即评价各种方案优劣的标准。根据系统的不同性质和要求，可选用不同的评价准则。

#### 1.4.2 系统分析的准则

一个系统由很多因素组成，它既受到外部条件的影响，又受到内部各因素之间的制约，范围广泛，错综复杂。因此，在系统分析时必须处理好各种因素的关系。为此，要遵循一定的准则。

##### 1. 外部条件与内部条件相结合

构成一个系统，不仅受到内部因素的影响，而且也受到外部条件的制约。例如，设计一个工厂，作为一个系统，不仅受到工厂本身的各种因素，如各种生产类型、生产环节、生产过程的系统以及物流和情报信息系统的相互制约，而且还受到外部自然环境系统、协作系统、运输系统以及职工的生活福利系统等条件因素的影响。所以，设计时必须把内外部各种有关因素结合起来综合分析。

##### 2. 当前利益与长远利益相结合

选择一个良好的方案，不但要从目前利益出发，而且还要考虑到将来的利益。如果我们采用的方案，对目前和将来都很有利，这当然是最理想和完美的。当长远利益和当前利益有矛盾时，就要从实际出发，根据各种因素认真权衡利弊，慎重决策。

##### 3. 局部效益与整体效益相结合

一个系统是一个整体，它由许多局部的子系统组成。如果每个子系统的效益都是好的，总系统的效益也是好的，这固然很好，但在实际中却很难做到。在大多数情况下，在一个大的系统中，有些子系统从局部看是经济的，但从全局看可能是不经济的；有时某个子系统从局部看并不理想，但整个系统的效益却比较好。显然，前者是不可取的，后者是可取的。在系统工程中，对系统的要求是整体效益的最佳化，并不要求所有子系统都处于最佳状态，只有从整个系统出发考虑问题，才是合理的。

##### 4. 定量分析与定性分析相结合

定量分析是指对数量指标的分析，它可以用模型、公式、数据指标等方式表示出来。对那些不易或不能用数量表示的指标，如政治形势、政策因素、环境污染造成的某些影响等，则可用定性分析的方法来处理。常常是需要将定量和定性结合起来综合分析，才能达到系统优化的目的。

##### 5. 协调性原则

对复杂系统来说，协调原则是很重要的。只有保证系统及其各个子系统协调地工作，才能获得最好或满意的效果。

## 6. 客观性原则

在进行系统分析时，要遵循辩证唯物的观点，从客观实际出发，对客观情况作周密的调查。为了真实反映客观情况，不要轻易忽略某些因素，也不要将数学模型任意简化。

### 1.4.3 系统分析的步骤

系统分析的步骤可以概括如下：

#### 1. 系统目的的确定

这是系统分析的初始阶段。本阶段应首先明确系统的定义和目的；分析现有的环境、资金、材料、信息、技术、期限等条件；把目的进一步具体化，并确定系统必须具备的技术条件和功能条件；然后建立概略模型并进行试验，评价功能的完成程度；在此基础上探讨达到目的的可能性。若达不到要求，则需修改目的和功能，或者采取措施改进现有技术条件。这一步骤的作用，在于为今后的分析工作打下良好的基础。

#### 2. 系统模型化

在系统分析中，系统的模型化起着非常重要的作用，原因是在真实系统建立之前，我们即可凭借模型来求得系统的设计参数和确定有关的条件。

对所用模型的一般要求是：（1）有足够的精确度，能确切反映系统的客观实际情况。（2）简洁性，在保证必要精确度的前提下，力求模型简单明了，便于建立和求解。（3）适应性，当据以建立模型的具体条件变化时，模型应具有一定的适应能力。

对不同问题和系统的不同阶段，一般需要使用不同的模型。在系统开发初期可用粗糙一些的模型，如示意图、框图等；而在后期，则可能需要采用严格定量的数学模型。

#### 3. 系统最优化

系统最优化是通过模型进行的。根据模型的不同性质，可以选用不同的最优化方法。例如，对一些确定性问题，可以采用线性规划、非线性规划、动态规划等方法来进行最优化；对一些非确定性问题（各种随机模型），可选用决策分析、对策论、排队论或模拟技术等方法来进行分析和处理；对于最大流量、最短路径、最小费用流等问题，则可以采用图论和网络技术等方法来解决。本书后面各章将对上述各种方法一一加以详细说明。

#### 4. 系统评价

系统评价是根据预定的系统目的，在系统调查和可行性研究的基础上，主要从技术和经济两个方面，就各个系统方案进行比较和评定，选出比较满意的方案。

一般情况下可以用系统的价值来衡量系统目的达到的程度，而系统的价值（ $V$ ）是一个综合的概念，它是由系统的功能、建立系统所必须的费用、完成系统所需的日期以及系统的可靠性等许多因素所决定的。为了把不同的评价尺度统一起来，进行综合评价，一种简单的办法就是把各种价值（ $V_i$ ）分别乘以适当的权 $w_i$ ，如此可得各方案的价值如下：

$$V = \sum w_i V_i$$

这样，即可选出价值最大的方案。

## 第二章 数学基础知识

### 2.1 矩阵运算

#### 2.1.1 矩阵及其类型

一个 $m \times n$ 行列矩阵，是指 $m \times n$ 个数 $a_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ;  $j = 1, 2, \dots, n$ )按下面方式排列成的一个矩形阵列：

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

矩阵中的每一横排称为行，每一竖排称为列。显然，上面的矩阵有 $m$ 行 $n$ 列，称它是一个 $m \times n$ 矩阵。上述矩阵 $A$ 也可记为 $(a_{ij})_{m \times n}$ 。

若矩阵的行数等于列数，即 $m = n$ ，则称为 $n$ 阶方阵。若矩阵仅有一行，即 $m = 1$ ，则称为行向量。若仅有一列，即 $n = 1$ ，则称为列向量。若矩阵的所有元素均为零，则称为零矩阵。

矩阵中，有一种特别重要的情形是，主对角线上的元素全为1，这种矩阵称为单位矩阵或幺阵。例如，

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

是一个三阶单位矩阵。

#### 2.1.2 矩阵的代数运算

##### 1. 矩阵相等

两个矩阵相等是指其对应元素一一相等。故相等的两个矩阵必须具有相同的行数和相同的列数。例如，

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

意味着

$$a_{11} = b_{11}, \quad a_{12} = b_{12}, \quad a_{21} = b_{21}, \quad a_{22} = b_{22}$$

##### 2. 矩阵加减

两个矩阵加减指的是将其对应元素分别一一加减。因此，只有行数相同且列数相同的

矩阵才能互相加减。例如，若  $A + B = C$ ，而

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

则

$$C = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 10 \end{bmatrix}$$

矩阵加减运算满足

$$\text{结合律: } A + (B + C) = (A + B) + C$$

$$\text{交换律: } A + B = B + A$$

特别是：

$$A + 0 = A, \quad A + (-A) = 0$$

其中 0 为零矩阵（为书写简便，以后常写为 0）。

### 3. 数与矩阵相乘

一个数  $\alpha$  与矩阵  $A$  的乘积，是指  $\alpha$  乘矩阵  $A$  的所有元素而得到的矩阵。例如，若

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

则

$$\alpha A = A\alpha = \begin{bmatrix} \alpha a_{11} & \cdots & \alpha a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ \alpha a_{m1} & \cdots & \alpha a_{mn} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

数与矩阵的乘法运算满足分配律、结合律和交换律。若  $\alpha$  和  $\beta$  是数， $A$  和  $B$  为矩阵，则有

$$(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$$

$$\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$$

$$\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$$

$$\alpha A = A\alpha$$

### 4. 矩阵与矩阵相乘

若矩阵  $A$  为  $m \times n$  阵，矩阵  $B$  为  $n \times l$  阵，则矩阵  $A$  乘以矩阵  $B$  得到的矩阵  $C$  为  $m \times l$  阵，矩阵  $C$  的元素定义为

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj} \quad (2.4)$$

也就是说， $c_{ij}$  等于矩阵  $A$  的第  $i$  行的元素和矩阵  $B$  的第  $j$  列的对应元素的乘积之和。例如，若

$$AB = C$$

而

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \end{bmatrix}$$