全国高等农业院校试用教材

高　等　数　学

北京农业大学主编

农　业　出　版　社

主 编 人：裴鑫德（北京农业大学）
编写人员：张嘉林（北京农业大学）
戴崇表（南 京 农 学 院）
胡秉民（浙江农业大学）
袁志发（西 北 农 学 院）

全国高等农业院校试用教材
高 等 数 学
北京农业大学主编

农业出版社出版　新华书店北京发行所发行
农业出版社印刷厂印刷

787×1092毫米16开本　16印张　341千字
1978年7月第1版　1979年6月北京第2次印刷
印数 43,001—83,000册
统一书号 K13144·186　定价 1.30 元

序　言

本书是根据农林部1977年关于编写高等农林院校试用教材的指示精神，为高等农业院校编写的《高等数学》教材。

根据农业院校各专业对《高等数学》课程内容的要求，以及我国实现社会主义农业现代化和农业科学技术的不断发展，在内容方面着重介绍了高等数学中微积分的基本内容，同时也考虑了生物统计、遗传育种等有关课程的需要，介绍了概率论与数理统计初步。编写中注意了作为基础课《高等数学》本身的系统性和理论联系实际的原则。为了便于学生自学，在叙述上力求由浅入深、通俗易懂，在讲解基本理论概念的基础上又选配了一定数量的例题，在每章末附了必要的习题，书后附有习题答案，并附有初等数学基本公式、基本积分表及其它统计用表，供教学时参考使用。

在讲授本教材时，各院校可根据各专业的具体情况和学时要求对教材内容作部分的变动或取舍，当然习题也应作些选择，不一定全做。

本书初稿曾蒙杨庆熙、尹仲直、陈振权、张孝玲、陈维博、罗筱筠、胡关长等同志审阅并提出许多宝贵意见，在此一并表示感谢。

本书除可作为高等农业院校教材外，亦可作为有关院校生物系的教学参考书以及农业科技人员的参考书。

由于水平所限，又加时间仓促，编写中难免有不妥甚至错误之处，欢迎使用本书的同志批评指正。

编　者

一九七八年二月

目　录

第一章 函　数

数学是研究现实世界中的空间形式和数量关系的科学。初等数学主要是研究常量和相对静止状态的数学，而高等数学，其中主要部分是微积分，研究的是变量和运动的数学。正如恩格斯在《自然辩证法》中指出："数学中的转折点是笛卡儿的变数。有了变数，运动进入了数学，有了变数，辩证法进入了数学，有了变数，微分和积分也就立刻成为必要的了，而它们也就立刻产生。"①

本章是在初等数学的基础上进一步讨论函数概念。函数概念是高等数学中最基本的概念之一，是微积分研究的主要对象，是客观世界中变量之间依从关系的反映，是许多科学技术中表达自然规律的基本概念。因此，掌握好函数概念具有重要意义。

§1.1　函数概念

一、常量与变量

当我们研究或观察某种自然现象或技术过程时，常常在这种自然现象或技术过程中遇到各种不同的量，其中有些量在整个现象或过程中，始终保持同一数值不起变化，这种量叫做**常量**。而另外有些量却有变化，也就是可取各种不同的数值，这种量叫做**变量**。

例如，某物体自某一高度自由落下时，物体的质量保持常值不变，是常量；但物体与地面的距离、物体下落的速度都在变化，是变量。

需要注意，我们说一个量是常量或是变量，都是指在某一确定的现象或过程中来说的，同一个量在某种情况下，可以看成是常量，而在另外一种情况下，又可能是变量。

例如，对圆的面积S这一个量来说，如果圆的半径给定，则S就是定值，是常量；如果圆的半径可以取各种不同的值，即取变量时，则S又是变量了。

又如，重力加速度g，在地球表面上某一定地点时可以看成是常量。但是我们知道，重力加速度g在地球的赤道和两极这样两个不同的地方又是不同的，这时它又应该看成是变量了。

在高等数学中，为了研究问题方便起见，有时把常量看成是取同一个值的变量。

常量一般用字母a、b、c等来表示，而变量用字母x、y、z等来表示。

因为量x的每一个值都是一个数，因而可以用数轴上的一个点来表示，如果量x是常量，则用数轴上一个定点来表示；如果量x是变量，则用数轴上的动点来表示。

---

①恩格斯：《自然辩证法》，人民出版社1971年版，第236页。

二、函数概念

自然界任何事物都处在不断的运动、变化中，而且每一事物的运动、变化都不是孤立的，总是同它的周围其他事物互相联系、互相影响的。下面通过几个实际例子来加以说明。

例1 某气象站用温度自动记录仪记下某日从0点到24点的温度变化曲线（图1.1），它形象地表示了温度T随时间t的变化规律。

根据温度变化曲线所表示的规律，对于这天0点到24点中的每一个确定的时刻t，就有一个确定的温度T和它对应。

如当$t=0$时，$T=17$℃；$t=14$时，$T=25$℃；$t=18$时，$T=20$℃。即当t取某值t_0时，在横轴上取点t_0，过此点作平行于T轴的直线交曲线于点P，量出P点的纵坐标T_0，就得到对应于t_0时刻的气温T_0。

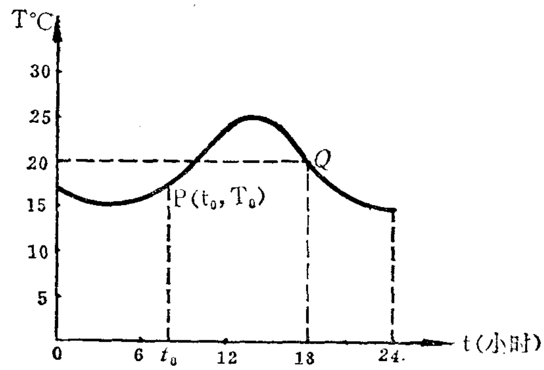

图1.1

例2 常见的保险丝（铅锡合金，铅75%，锡25%），它的熔断电流I和直径D之间的关系，可以列成表1.1：

表1.1

直径D（毫米）	0.508	0.559	0.61	0.71	0.813	0.915	1.22	1.63	1.83	2.03	2.34	2.65	2.95	3.26
熔断电流I（安）	3.0	3.5	4.0	5.0	6.0	7.0	10.0	16.0	19.0	22.0	27.0	32.0	37.0	44.0

表1.1反映了熔断电流I随保险丝直径D变化的对应关系。对于一个确定的直径就有一个确定的熔断电流的值与之对应。例如当$D=1.63$毫米时，$I=16.0$安。

例3 圆的半径r和圆面积S有如下关系：

$$S=\pi r^2.$$

r可以取大于0的所有实数。当r取定某一数值时，面积S也就有确定的值与它对应，而上面的公式就表示了S和r之间的对应关系。

例4 物体在空中自由落下时，如果忽略空气阻力不计，则落体所经过的路程S和时间t有如下关系：

$$S=\frac{1}{2}gt^2,$$

其中重力加速度$g=9.8$米/秒^2。

由上式可以算出各个时刻落体下落的路程，如表1.2。

在直角坐标系中，画出S和t的对应关系的图形是一条如图1.2所示的曲线。上面的

公式、表 1.2 及图 1.2，都表示了自由落体的运动规律。

表 1.2

时间 t（秒）	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	……
路程 S（米）	0	1.225	4.9	11.025	19.6	30.625	44.1	……

以上四例，虽然反映不同的自然现象，但是从数量规律上看，它们却有共同之点，即每一个例子所反映的过程中，变量与变量之间是相互联系并遵循一定的规律变化着。这种变化规律就由变量在变化过程中的数值对应关系反映出来，我们把这种变量之间确定的对应关系叫做**函数关系**。

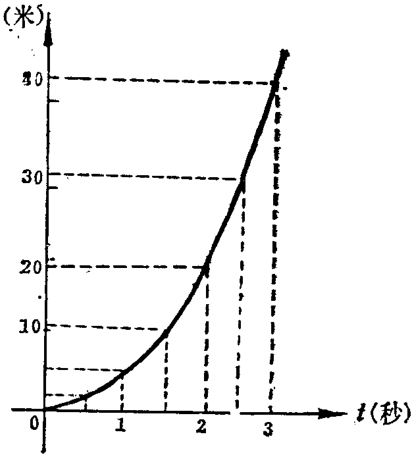

图 1.2

1. 函数的定义

定义　在某个变化过程中有两个变量 x 和 y，如果对于 x 在变化范围内的每一个值，按照一定的规律，y 总有一个确定的值和它对应，那末就说 y 是 x 的函数，并且记作

$$y=f(x),$$

其中 x 叫做自变量，y 叫做因变量。

记号 $y=f(x)$ 中，f 只表示 y 与 x 的对应关系，不能看作 f 乘 x。

常用的函数记号有：$y=f(x)$，$y=F(x)$，$y=\varphi(x)$，$y=\psi(x)$，$y=y(x)$ 等等。如例 4 中，S 是 t 的函数，记为 $S=f(t)=\frac{1}{2}gt^2$ 或 $S=S(t)=\frac{1}{2}gt^2$ 均可。

为了避免混淆，在同一问题中，不同的函数要用不同的记号来表示。例如，圆的面积 S 和圆的周长 C 是半径 r 的两个不同的函数，这两个函数可分别用 $S=f(r)=\pi r^2$，$C=\varphi(r)=2\pi r$ 来表示。有时也用 $f_1(x)$、$f_2(x)$ 等等记号来加以区别。

2. 函数值

函数 $y=f(x)$ 当 $x=a$ 时的对应值，叫做当 $x=a$ 时的**函数值**。用记号 $f(a)$ 或 $y|_{x=a}$ 来表示。

如上面例 4 中，$S(t)=\frac{1}{2}gt^2$。当 $t=1.5$ 时，对应的函数值就是

$$S(1.5)=4.9\cdot 1.5^2=11.025,$$

有时也记为

$$S|_{t=1.5}=11.025.$$

又如函数 $f(x)=3x^2-2x+1$，则有

$$f(0)=3\cdot 0^2-2\cdot 0+1=1;$$

$$f(x_0)=3x_0^2-2x_0+1;$$

$$f(a+b)=3(a+b)^2-2(a+b)+1=3a^2+3b^2+6ab-2a-2b+1.$$

可见，求 $x=a$ 时的函数值，只要把函数关系中的自变量 x 用 a 代替就行了。

3. 函数的定义域与区间

使函数有意义的自变量的取值范围叫做函数的**定义域**。

函数的定义域指明函数关系的适用范围，也就是说，只有当自变量在定义域中取值时，因变量才有确定的对应值，这时，我们就说函数是有定义的。

如例 4 中，自变量时间 t 不取负值，函数 $S=\frac{1}{2}gt^2$ 的定义域就是 $t\geqslant 0$。

为了简便起见，通常我们还用“区间”来表示函数的定义域。自变量的取值范围，常常是介于两个实数之间的全体实数值。我们把介于两个实数之间的全体实数叫做区间，而那两个实数叫做**区间的端点**。

设 a、b 为两个已知实数，且 $a<b$，则满足不等式

$$a<x<b$$

的实数 x 的全体叫做**开区间**，用记号 (a,b) 表示。

满足不等式

$$a\leqslant x\leqslant b$$

的实数 x 的全体叫做**闭区间**，用记号 $[a,b]$ 表示。

满足不等式

$$a\leqslant x<b$$

或

$$a<x\leqslant b$$

的实数 x 的全体叫做**半开区间**，且分别用记号 $[a,b)$ 及 $(a,b]$ 表示。

如区间 $[a,b)$ 在数轴上的几何表示即为图 1.3 所示。

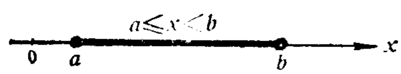

图 1.3

以上谈到的区间，都是在有限范围内，总称为**有限区间**，除有限区间外还有**无限区间**。

例如，全体实数 x 组成的区间，记作 $(-\infty,+\infty)$，或记作 $-\infty<x<+\infty$；所有大于 a 的全体实数 x 组成的区间记作 $(a,+\infty)$，或记作 $a<x<+\infty$；所有小于 a 的全体实数 x 组成的区间记作 $(-\infty,a)$，或记作 $-\infty<x<a$。

类似可以规定记号 $[a,+\infty)$ 及 $(-\infty,a]$ 的意义。

有了区间概念以后，我们还可以说，如果函数 $y=f(x)$，在某区间上每一个 x 值都有定义时，我们就说函数 $y=f(x)$ 在该区间上是有定义的。

一般说来，函数的定义域要根据所考虑问题的实际意义来确定，但数学中常常只给出函数的表达式而没说明实际背景，这时函数的定义域就是使表达式有意义的自变量的变化范围。

函数 $y=\frac{5}{x-3}$ 的定义域是使分母不等于 0 的全体 x 值，这里 $x-3\neq 0$ 亦即 $x\neq 3$，所以它的定义域是区间 $(-\infty,3)$ 和 $(3,+\infty)$。

函数 $y=\sqrt{1-x^2}$ 的定义域是使根号内的数大于或等于 0 的全体 x 值，即 $1-x^2\geqslant 0$ 或

$x^2 \leqslant 1$，这就是 $-1 \leqslant x \leqslant 1$ 或闭区间 $[-1,1]$。

函数 $y=\lg(2x-3)$ 的定义域是 $2x-3>0$，即 $x>\frac{3}{2}$ 或 $(\frac{3}{2},+\infty)$。

4. 函数的表示法

函数可以用公式、表格或图形表示出来。如例 1 是用图形表示，例 2 是用列表表示，例 3 是用公式表示，例 4 是三者结合在一起加以表示。

公式表示的函数优点是形式简单，便于应用数学分析的方法进行理论研究。缺点是自变量与函数间的对应关系不够明显，有时要做复杂的运算才能求得函数值。

表格表示的函数优点是由表中的自变量值，可以不经过运算直接查出对应的函数值，如三角函数表、对数表等，特别是列表法可以用来表示还不知道公式的函数，这在许多自然科学中是常用的。缺点是不完备，一般不能在表中把全部数值对应关系表达出来，总有一些自变量值没有列在表里。

图形表示的函数优点是它把自变量与函数间的关系通过图形明显地表示出来。缺点是从图形上得到的自变量与函数的对应值不够准确，并且不能直接运用数学分析方法进行计算。

函数的上述三种表示法各有优缺点，在解决实际问题时应根据问题的特点选用适当的表示法或者结合使用。

高等数学所讨论的函数，主要是用公式表示的函数。需要注意，用公式表示函数时，不一定只用一个式子给出，自变量在不同范围内变化时，有时会遇到几个式子表示函数的情况。例如：

$$y=f(x)=\begin{cases}2 & (当x<0),\\ 0 & (当x=0),\\ x-2 & (当x>0).\end{cases}$$

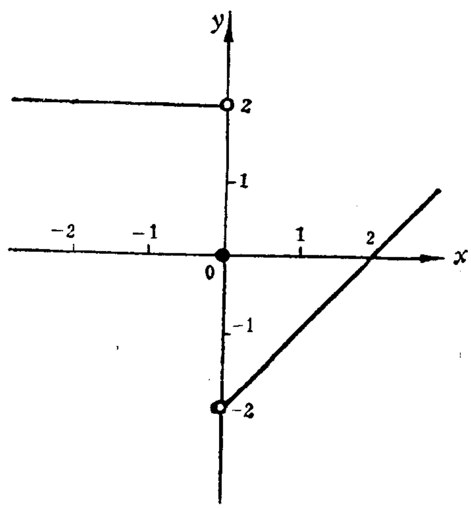

图 1.4

显然满足函数定义，且定义域为整个数轴，即区间 $(-\infty,\ +\infty)$。它的图形如图 1.4 所示。

又如，

$$y=f(x)=|x|=\begin{cases}x & (当\ x\geqslant 0)\\ -x & (当\ x<0),\end{cases}$$

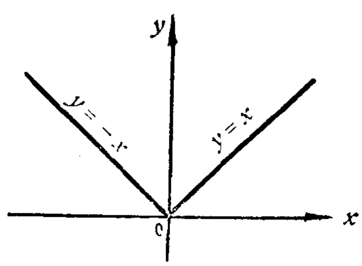

图 1.5

这是实数 x 的绝对值的表达式，实数 x 的绝对值是这样一个数：即当 $x\geqslant 0$ 时为 x； 当 $x<0$ 时为 $-x$。上式也是确定在区间 $(-\infty,\ +\infty)$ 上的一个函数，它的图形如图 1.5 所示。

象这样，函数在不同范围内用不同的式子分段表示出来，这种分段表示函数的方法叫做

函数的分段表示法。

对于用分段表示法表示的函数求函数值时，必须注意不同点的函数值应代入相应范围的公式中去。

例如在图 1.4 所示的函数中，当 $x=2$ 时，$y=2-2=0$；当 $x=-2$ 时，$y=2$。

上面我们讨论了函数的基本概念，下面再利用已学过的知识举两个例子来说明如何建立函数关系式。

例 1　有一块边长为 l 厘米的正方形铁皮，它的四角剪去四块相等的小正方形（见图 1.6 中的阴影部分），制成一只没有盖的容器，求这容器的容积 V 与高 x 的函数关系。

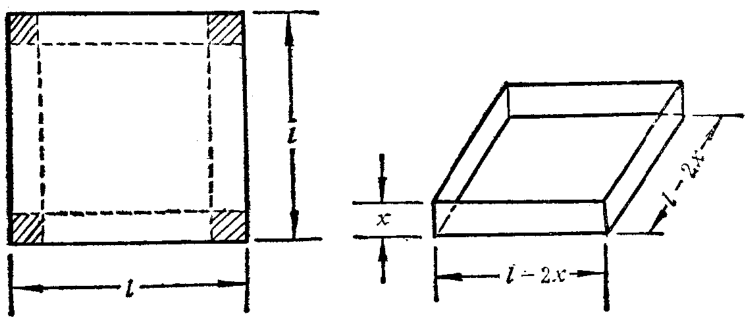

图 1.6

解　容器的容积等于它的底面积乘高。如图 1.6 所示，容器的高 x 就是铁皮被剪下的每个小正方形的边长，而铁皮被剪去四角后，边长只剩下 $l-2x$ 厘米了，它就是容器的底边的边长。因此，容器的底面积是 $(l-2x)^2$，高是 x，容器的容积便是

$$V=x(l-2x)^2,$$

这里容器的高和底边长都应取正值，所以 $0<x<\frac{l}{2}$ 或记作 $\left(0,\frac{l}{2}\right)$。这就是函数 $V(x)$ 的定义域。

例 2　某人民公社欲做一个能容 300 立方米的无盖圆柱形贮水池，池底材料造价为周围材料造价的两倍，并知周围材料造价为 k/米^2，试求总造价 S 与贮水池底半径 r 的函数关系式（图 1.7）。

解　因为已知容积 $V=300$ 立方米，设贮水池的底半径为 r，高为 h，表面积为 A，则有

$$V=\pi r^2 h=300. \tag{1}$$

由（1）有

$$h=\frac{300}{\pi r^2}. \tag{2}$$

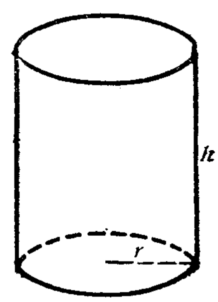

图 1.7

已知贮水池底部造价为周围造价的两倍，而周围的造价为 k/米^2，则底部造价为 $2k$/米^2。根据圆面积及圆柱侧面积公式，则有总造价

$$S=2\pi r^2k+2\pi rhk, \tag{3}$$

将（2）代入（3），有

$$S=2\pi r^2k+2\pi r\cdot\frac{300}{\pi r^2}k$$

$$=\left(2\pi r^2+\frac{600}{r}\right)k.$$

这就是总造价 S 与贮水池底半径 r 的函数关系式。

§1.2 基本初等函数及其图形

在中学已经学过的五种函数：幂函数、指数函数、对数函数、三角函数及反三角函数，统称为**基本初等函数**。我们常见的许多函数都是由基本初等函数作为基本“元素”构成的。现将它们的一些主要性质和图形进一步加以说明。

一、幂函数

形如 $y=x^n$（n 是任何实数）的函数叫做**幂函数**。

当 $n=0$ 时，$y=1$，这个函数的图形是一条平行于 x 轴的直线。

当 $n=1$ 时，$y=x$，这是线性函数，它的图形是第一、三象限的分角线。

当 $n=2$ 时，$y=x^2$ 的图形是抛物线（图 1.8）。

当 $n=3$ 时，$y=x^3$ 的图形是立方抛物线（图 1.9）。以上几种情形的定义域都是区间 $(-\infty,+\infty)$。

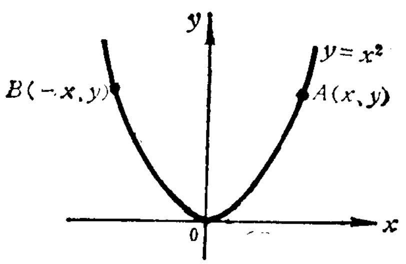

图 1.8

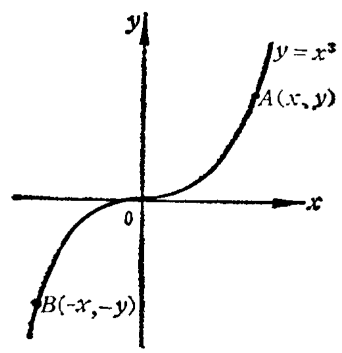

图 1.9

当 $n=\frac{3}{2}$ 时，$y=x^{\frac{3}{2}}$ 的图形是半立方抛物线(图 1.10)，定义域是区间 $[0,+\infty)$。

当 $n=-1$ 时，$y=\frac{1}{x}$ 又称反比函数，它的图形是以坐标轴为渐近线的双曲线（图 1.11），定义域是区间 $(-\infty,0)$ 及 $(0,+\infty)$。

对于函数 $y=x^2$，因为 $(-x)^2=x^2$，它的图形关于 y 轴是对称的，并且若 $A(x,y)$ 是图形上的点，则和它对称于 y 轴的点 $B(-x,y)$ 也在图形上，如图 1.8 所示。

对于函数 $y=x^3$，因为 $(-x)^3=-x^3$，它的图形关于坐标原点 O 是对称的，并且若 $A(x,y)$ 是图形上的点，则和它对称于原点的点 $B(-x,-y)$ 也在图形上，如图 1.9 所示。

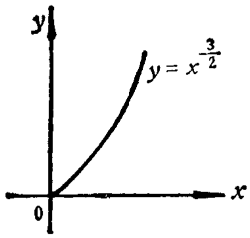

图 1.10

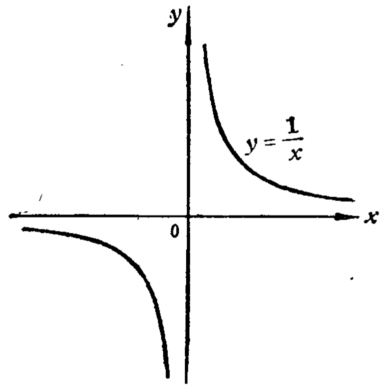

图 1.11

一般地说，如果函数 $y=f(x)$，对于它的定义区间内的任意点 x，等式

$$f(-x)=f(x)$$

成立，就称 $y=f(x)$ 为**偶函数**；如果对于它的定义区间内任意点 x，等式

$$f(-x)=-f(x)$$

成立，就称 $y=f(x)$ 为**奇函数**。

因此，二次函数 $y=x^2$ 是偶函数，三次函数 $y=x^3$ 是奇函数。反比函数 $y=\frac{1}{x}(x\neq0)$ 也是奇函数。

根据曲线的对称性可知，偶函数的图形关于 y 轴对称，奇函数的图形关于坐标原点 O 对称。

需要注意，函数也有既非偶函数又非奇函数的，例如 $y=x+1$，$y=x^2+x^3$ 等函数就是这样。

二、指数函数

在幂函数 $y=x^n$ 中，指数 n 是常量，底数 x 是变量，现在考虑底数是常量，而指数是变量的情况，我们称

$$y=a^x \quad (a>0, a\neq1)$$

为**指数函数**，它的定义域是整个数轴，即 $(-\infty, +\infty)$。

在科学技术中用得最多的指数函数是

$$y=e^x \text{ 和 } y=\left(\frac{1}{e}\right)^x=e^{-x}.$$

其中 $e=2.71828\cdots\cdots$ 是一个无理数，也叫自然数。

由以 e 为底的指数函数表中可以查得表1.3：

表 1.3

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
e^x	…	0.05	0.14	0.37	1	2.72	7.39	20.09	…
e^{-x}	…	20.09	7.39	2.72	1	0.37	0.14	0.05	…

作出 $y=e^x$ 与 $y=e^{-x}$ 的图形，如图 1.12 所示。

指数函数有如下特征：

（1）不论 x 取任何实数值，y 总是正数，因此整个曲线位于 x 轴上方；

（2）当 $x=0$ 时，$y=e^0=1$，即图形通过点 $(0,1)$；

（3）$y=e^x$ 的值随 x 增大而增大；$y=\left(\frac{1}{e}\right)^x=e^{-x}$ 的值随 x 的增大而减小。

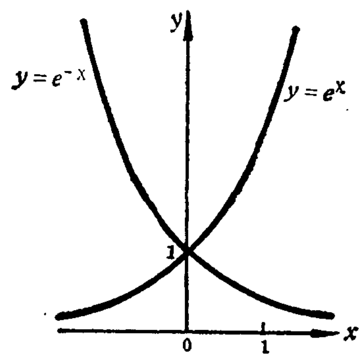

图 1.12

对于一般的指数函数 $y=a^x$ 都具有特征(1)和(2)。且当 $a>1$ 时，$y=a^x$ 的值随 x 的值增大而增大。当 $0<a<1$ 时，$y=a^x$ 的值随 x 的值增加而减小。

三、对数函数

设变量 x、y 有下列关系：

$$x=a^y \quad (a>0,\ a\neq 1)$$

如果 y 是自变量，x 是 y 的函数，这个函数是指数函数。现在将 x 作为自变量，由上式确定 y 是 x 的函数，这个函数叫做**对数函数**，记为

$$y=\log_a x \quad (a>0,\ a\neq 1)$$

这里，我们看到，指数函数与对数函数同是由 $x=a^y$ 式所确定的，但差异在于是把 y 作为自变量，x 是 y 的函数；还是把 x 作为自变量，y 是 x 的函数。

在 $x=a^y(a>0,\ a\neq 1)$ 中，由于 a^y 永远是正数，因此 x 只能是正数，所以对数函数 $y=\log_a x$ 的定义域是 $(0,+\infty)$。

当 $a=10$ 时，$y=\log_{10}x$ 简记为 $y=\lg x$，叫做**常用对数**。

当 $a=e$ 时，$y=\log_e x$ 简记为 $y=\ln x$，叫做**自然对数**。

查自然对数表，得如下对应值（表1.4）：

表 1.4

x	…	0.5	1	2	e	3	4	…
$\ln x$	…	−0.69	0	0.69	1	1.1	1.39	…

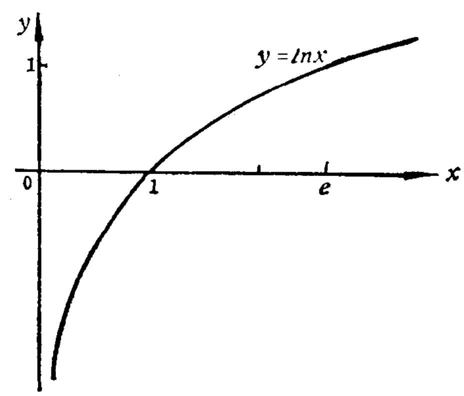

图 1.13

作出 $y=\ln x$ 的图形，如图 1.13 所示。

从图上可以看出函数 $y=\ln x$ 有如下特征：

（1）它的定义域是 $(0,+\infty)$，因此，整个曲线位于 y 轴的右方；

（2）当 $0<x<1$ 时，$y=\ln x<0$；当 $x=1$ 时，$y=\ln 1=0$；当 $x>1$ 时，$y=\ln x>0$。$y=\ln x$ 的值随 x 的增大而增大，且图形通过点 $(1,0)$。

对于任何 $a>1$ 时的对数函数 $y=\log_a x$，都具有以上特征。当 $0<a<1$ 时，函数 $y=$

$\log_a x$ 在区间 $(0, +\infty)$ 内随 x 增大而减小。

在计算时，常用到换底公式：

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}.$$

特别当 $a=10$，$b=e$ 时，有

$$\lg x = 0.4343 \ln x.$$

或

$$\ln x = 2.303 \lg x.$$

四、三角函数

通常我们用到的三角函数有

$$y=\sin x,\quad y=\cos x,\quad y=\operatorname{tg} x,\quad y=\operatorname{ctg} x.$$

其中自变量 x 以弧度为单位。什么叫弧度呢？即在一个圆中，弧长等于半径的圆弧所对的圆心角的大小叫做一个弧度。

$$1\ 弧度 = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57^\circ 17' 45''.$$

它在高等数学中能够简化运算公式。

1. 正弦函数

正弦函数 $y=\sin x$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$。

由于 $\sin(-x) = -\sin x$，因此它是奇函数。又因为 $\sin(x+2\pi) = \sin x$，这表明，自变量每隔 2π，函数值就重复一遍。因此我们就说，正弦函数 $y=\sin x$ 是以 2π 为周期的周期函数。

正弦函数的图形如图 1.14 所示。

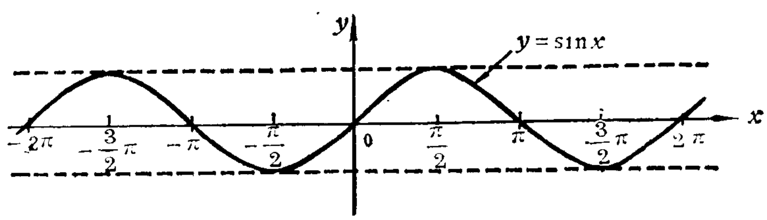

图 1.14

正弦函数的图形叫做正弦曲线。因为正弦函数 $y=\sin x$ 的函数值在 -1 和 1 之间变化，即 $-1 \leqslant \sin x \leqslant 1$，所以正弦曲线位于直线 $y=-1$ 和 $y=1$ 之间。

2. 余弦函数

余弦函数 $y=\cos x$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$。

由于 $\cos(-x) = \cos x$，因此它是偶函数，同正弦函数一样它是以 2π 为周期的周期函数。

余弦函数的图形如图 1.15 所示。

余弦函数的图形叫做余弦曲线，因为 $-1 \leqslant \cos x \leqslant 1$，所以余弦曲线也位于直线 $y=-1$

和 $y=1$ 之间。

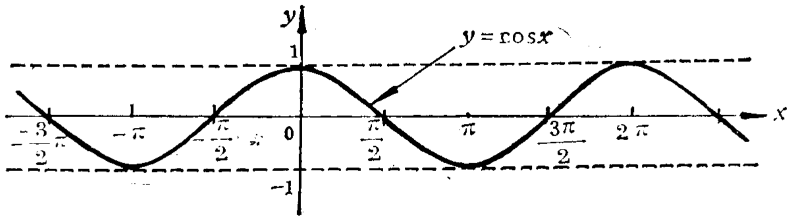

图 1.15

3. 正切函数

正切函数 $y=\mathrm{tg}x$ 的定义域由整个实数轴除去 $x=(2n+1)\frac{\pi}{2}$ $(n=0, \pm1, \pm2, \cdots\cdots)$ 各点所组成。

它是奇函数，同时是以 π 为周期的周期函数，它的图形包含着无穷多支。如图 1.16 所示。

4. 余切函数

余切函数 $y=\mathrm{ctg}x$ 的定义域由整个实数轴除去 $x=n\pi(n=0, \pm1, \pm2, \cdots)$ 各点所组成。

它是奇函数，同时也是以 π 为周期的周期函数，它的图形也包含着无穷多支，如图 1.17 所示。

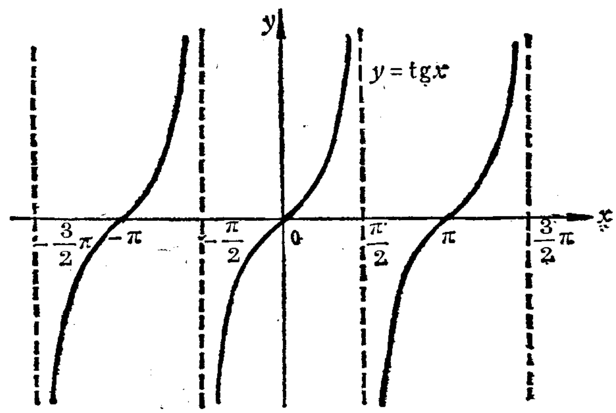

图 1.16

此外，我们还用到另外两个三角函数：

正割函数 $y=\sec x$，它是余弦函数的倒数，

即
$$\sec x=\frac{1}{\cos x};$$

余割函数 $y=\csc x$，它是正弦函数的倒数，

即
$$\csc x=\frac{1}{\sin x}.$$

正割函数与正切函数具有如下关系：
$$1+\mathrm{tg}^2x=\sec^2x.$$

余割函数与余切函数具有如下关系：
$$1+\mathrm{ctg}^2x=\csc^2x.$$

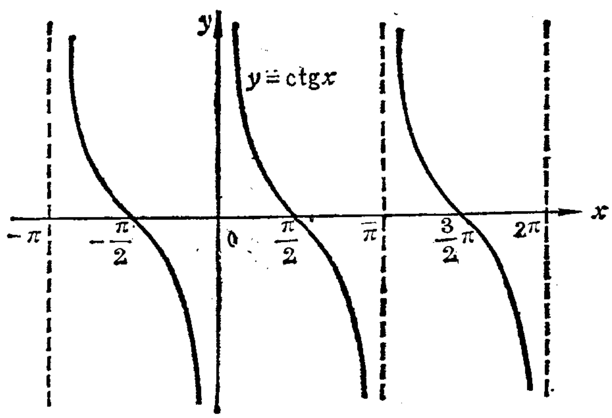

图 1.17