

# 目 录

绪言	( 1 )
<b>第一章 流体及其物理性质</b>	( 5 )
第一节 流体的概念	( 5 )
第二节 流体的密度和重度	( 7 )
第三节 流体的压缩性与膨胀性	( 8 )
第四节 流体的粘性	( 10 )
本章小结	( 17 )
思考题及习题	( 18 )
<b>第二章 流体静力学</b>	( 21 )
第一节 作用于流体上的力	( 21 )
第二节 流体的静压力及其特性	( 22 )
第三节 流体的平衡微分方程式	( 25 )
第四节 重力场中流体静力学基本方程	( 28 )
第五节 压力的单位和压力的测量方法	( 32 )
第六节 流体的相对平衡	( 38 )
第七节 静止液体对壁面的作用力	( 45 )
本章小结	( 55 )
思考题及习题	( 57 )
<b>第三章 流体运动学</b>	( 64 )
第一节 研究流体运动的两种方法	( 64 )
第二节 基本概念	( 67 )

第三节	连续性方程	( 74 )
第四节	流体微团的运动分析	( 78 )
第五节	势函数和流函数	( 82 )
第六节	平面势流及其迭加	( 87 )
本章小结		( 97 )
思考题及习题		( 99 )
<b>第四章</b>	<b>流体动力学基础</b>	( 101 )
第一节	理想流体的运动方程式	( 101 )
第二节	粘性流体的运动方程式	( 103 )
第三节	理想流体的伯诺里方程	( 107 )
第四节	伯诺里方程的能量意义和几何意义	( 110 )
第五节	相对运动的伯诺里方程	( 111 )
第六节	总流伯诺里方程	( 113 )
第七节	伯诺里方程的应用	( 119 )
第八节	动量方程	( 131 )
第九节	动量矩方程	( 141 )
本章小结		( 145 )
思考题及习题		( 147 )
<b>第五章</b>	<b>粘性流体流动及阻力</b>	( 156 )
第一节	流动阻力的分类	( 156 )
第二节	粘性流体的两种流动状态	( 157 )
第三节	附面层和管流起始段的概念	( 162 )
第四节	圆管中的层流流动	( 165 )
第五节	缝隙流	( 170 )
第六节	圆管中的紊流流动	( 179 )
第七节	不可压缩流体绕物体的流动	( 184 )
本章小结		( 195 )
思考题及习题		( 197 )

<b>第六章 能量损失及管路计算</b> .....	( 201 )
第一节 沿程阻力系数.....	( 201 )
第二节 局部阻力系数.....	( 207 )
第三节 管路计算.....	( 217 )
第四节 有压管路中的水击.....	( 225 )
第五节 明渠均匀流.....	( 231 )
本章小结.....	( 243 )
思考题及习题.....	( 244 )
<b>第七章 相似原理和量纲分析</b> .....	( 250 )
第一节 相似原理.....	( 250 )
第二节 量纲分析—— $\pi$ 定理.....	( 260 )
本章小结.....	( 267 )
思考题及习题.....	( 267 )
<b>第八章 气体动力学基础</b> .....	( 270 )
第一节 音速及压力扰动的传播.....	( 270 )
第二节 理想气体的一元等熵流.....	( 277 )
第三节 收缩喷管和缩放喷管.....	( 284 )
*第四节 等断面管中的有摩擦绝热流动.....	( 290 )
本章小结.....	( 292 )
思考题及习题.....	( 293 )
参考文献.....	( 296 )

# 绪 言

## 一、流体力学与流体机械的研究对象

流体力学是以流体(包括液体和气体)为对象,研究其平衡和运动基本规律的科学。主要研究流体在平衡和运动时的压力分布、速度分布、与固体之间的相互作用以及流动过程中的能量损失等。

流体力学在许多工程技术领域和国民经济各生产部门有着广泛的应用。矿井生产中的通风、排水、压气以及煤和其它矿物的分选都离不开流体力学;机械工业中的润滑、冷却、液压传动及控制等都必须依靠流体力学基本理论。此外,水利工程、采暖通风、石油化工、航空航天等,都会涉及到流体的平衡和运动。因此,流体力学是一门重要的技术基础课程。

将其它形式的机械能传递给流体的机械称为流体机械。流体机械课程主要是介绍它们的基本构造,论述其工作原理,研究它们的运转规律和调节方法。

流体机械是诸多生产部门都广泛应用的通用机械。特别是在矿井生产中,它们的正常运转是矿井安全生产的必要前提,掌握它们的有关知识是非常重要的。

## 二、流体力学与流体机械发展概况

同其它自然科学一样,流体力学与流体机械也都是人类在同自然界不懈地斗争过程中逐渐形成和发展起来的。

人类对流体的认识最早是从水开始的。远古时代,为了减少洪水和干旱对人类生命和生活的威胁,先祖们在水利工程方面作了很多工作,如埃及、罗马和希腊等地的水利工程;四千多年前

我国的大禹治水，公元前 300 多年的都江堰灌渠工程和隋朝时开凿的闻名中外的大运河等都是很好的例证。可以说，流体力学的形成和发展是从水力学开始的，同时也是无数科学家和学者不懈探求和努力的结果。希腊哲学家阿基米德（公元前 287—212）是最早从事水力学研究的学者，他的《论浮体》一书也是最早的水力学著作，其中论述了著名的浮力定律。正是从这时起，流体力学才开始成为一门独立的学科。

16 世纪到 19 世纪初，由于资本主义的兴起和发展，特别是欧洲的产业革命，使流体力学开始得到了迅速发展。这一时期，许多学者对流体力学的基础理论作出了显著的贡献。如帕斯卡（1623—1662）证明了平衡流体中压力传递规律，牛顿（1642—1727）建立了流体内摩擦定律，欧拉（1707—1783）导出了描述理想流体运动的微分方程。19 世纪初，纳维尔和斯托克斯推导了描述粘性流体运动的微分方程。这些理论成就无疑为流体力学的进一步发展奠定了基础。但由于忽略了一些次要因素而将流体理想化，使得某些理论与实际情况差距很大，这促使一些学者加强了对流体的实验研究。伯诺里（1700—1782）就是他们的典型代表。他通过大量实验，总结和导出了流体流动过程中的能量转换基本关系，即著名的伯诺里方程。这一时期，根据对理论分析和实验研究的侧重不同，形成了流体力学的两个发展方向：一个是以数学为工具的理论流体力学；另一个是以实验为手段的实用水力学。由于两者各走自己的路，使得实用水力学因忽视理论而无力归纳与分析大量的实验数据，理论流体力学又因不重视实际而不能解释实际中的各种复杂现象。

从 19 世纪末到 20 世纪初，工业生产的突飞猛进，大大加速了流体力学的发展，而且研究的重点也不再局限于水，对其它流体（如油、空气等）的研究也受到人们的重视。这时，各种各样的流动现象需要理论来解释，而大量的实验数据又急需归纳分析，整理成

经验公式。这又促使了两种研究方法的结合。促成这一事实的因素是以研究物理现象相似规律为对象的相似理论和量纲分析的建立和发展。这一阶段的主要成就有：雷诺对流动状态的实验研究，指出了流体的流动客观上存在层流和紊流两种状态，并根据实验结果归纳了判别流动状态的准则——雷诺数。雷诺的相似理论和瑞莱夫的量纲分析不仅解决了大量实际问题，也为理论分析和实验研究沟通了渠道。另外，普朗特、尼古拉茨、儒可夫斯基等众多学者也为流体力学的不断完善作出了卓越的贡献。

本世纪 60 年代以后，随着科学技术的不断进步，各工业部门的技术问题也更趋专门化，致使许多独立的学科不断从流体力学中分离出来。目前已形成的有：空气动力学，流变学，电磁流体力学，两相流体力学，高、超音速空气动力学和计算流体力学等。

与流体力学一样，流体机械也经历了一个从无到有，从简单到复杂、从落后到先进这样一个漫长的历史发展过程。在古代，为了取水和灌溉，人们学会了制造和使用辘轳、龙骨水车等输水工具。为了从大自然中获取能量，又发明了木制水车和风车等能量转换机械。从 18 世纪到 19 世纪中叶，由于蒸汽机、电动机的发明，冶金、采矿和电力等工业的形成和发展，便出现了以蒸汽机和电动机为原动机的水泵与风机。欧拉也就在这一时期提出了离心式水泵与风机的基本方程式。19 世纪末以来，随着空气动力学的发展和叶栅理论的建立，又出现了轴流式风机、水泵和空气压缩机，它们的特性也在不断改善。

随着工业的发展和科学技术的进步，流体机械正向着高速、高效和大功率方向发展，与之相应的理论和技术也将日臻完善。

### 三、单位制

根据国家教委“关于教材采用国际单位制的通知”精神，本书所涉及的物理量将全部采用国际单位制（即 SI 制）。SI 单位制中，我们将要涉及的四个基本单位是：质量、长度、时间和热力学温度。

(简称温度)。其它物理量，如力、压力、速度等的单位均属导出单位。今后的计算中往往会遇到单位的换算。为避免混淆，将有关物理量的单位及换算关系列于表 0-1 中。

表 0-1 国际单位与工程单位的换算关系

物 理 量		国际单位		换 算 关 系
名称	符号	名称	符号	
长度	$l$	米	m	$1\text{kg} = 0.102\text{kgf} \cdot \text{s}^2/\text{m}$ $T = 273.1 + t^{\circ}\text{C}$ $1\text{N} = 1\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2 = 0.102\text{kgf}$ $1\text{kg}/\text{m}^3 = 0.102\text{kgf} \cdot \text{s}^2/\text{m}^3$ $1\text{N}/\text{m}^2 = 0.102\text{kgf}/\text{m}^2$ $1\text{J} = 1\text{N} \cdot \text{m} = 2.368 \times 10^{-4}\text{千卡}$ $1\text{W} = 1\text{J}/\text{s} = 0.102\text{kgf} \cdot \text{m}/\text{s}$
质量	$m$	公斤	kg	
时间	$t$	秒	s	
温度	$T$	开	K	
力	$F$	牛顿	N	
密度	$\rho$	公斤/米 <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>	
重度	$\gamma$	牛顿/米 <sup>3</sup>	N/m <sup>3</sup>	
功, 能	$W$	焦耳	J	
功率	$N$	瓦特	W	
压 力	$P$	帕	Pa	
动力粘度	$\mu$	帕·秒	Pa·s	$1\text{Pa} \cdot \text{s} = 1\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2 = 10\text{泊}(\text{P})$
运动粘度	$\nu$	米 <sup>2</sup> /秒	m <sup>2</sup> /s	$1\text{m}^2/\text{s} = 10^6\text{斯托克}(\text{St})$

# 第一章 流体及其物理性质

在研究流体运动之前，必须先了解流体的物理性质及其影响因素。本章首先介绍流体的特征和对微观流体的处理方法——连续介质假说，在此基础上介绍表征流体惯性的密度和重度，论述反映流体密度变化程度的压缩性和膨胀性，最后介绍影响流体流动及阻力特性的粘性。

## 第一节 流体的概念

### 一、流体的特征

流体与固体一样是由分子组成的。我们知道，固体能够以它的剪切变形来承受一定的剪切力，使之处于平衡状态。流体则不同，任何微小的剪切力都会使它发生连续的剪切变形——流动。因此可以说，能够流动的物质称为流体。流动性是流体的主要特征。此外，流体与固体的区别还在于固体在静力平衡时具有一定的形状；而流体的形状则取决于盛装它的容器。

流体可分为液体和气体。因它们分子之间的距离差别很大，性质也各不相同。

在一定压力和温度下，液体具有一定的体积，与盛装它的容器大小无关，可以有自由面。 $1\text{cm}^3$ 的水中约有  $3.4 \times 10^{22}$  个分子，分子间的距离约等于分子的平均直径。相对固体而言，液体分子的结构要复杂得多。分子没有固定的位置，可以随时互相替换。每个分子都处在相邻分子的强凝聚力场中，因而又不能象气体分



于那样可以自由运动。

在任何情况下，气体总要膨胀充满其所占据的空间。所以，气体的体积是随它所占空间的体积变化的，因而气体分子之间的平均距离也是变化的。在标准状态下， $1\text{cm}^3$  的空气中约有  $2.7 \times 10^{19}$  个分子，平均距离约为分子平均直径的 10 倍。气体之所以能膨胀，是因为气体分子之间的相互作用力极其微弱，因此可以自由运动。与其它分子或器壁相撞之后只是运动方向发生改变而已。这种随机碰撞的宏观表现即为气体的压力。

## 二、连续介质假说

因构成流体的分子之间存在间隙，而且分子也在不停地运动，如果从微观角度来看待流体，不仅它是不连续的，而且流体的运动也是随机的，这必将给研究带来极大的困难。但是，流体力学所研究的并非某个流体分子的微观运动，而是大量分子运动的宏观表现（即流体的宏观机械运动），而且分子的间隙相对于流动空间完全可以忽略（例如水分子的平均间隙仅为  $5 \times 10^{-8}\text{mm}$  左右）。因此，从宏观上完全可以把流体看成是由无限多质点组成的连续介质，就是说，质点（而不是分子）是组成宏观流体的最小基元，质点与质点之间没有间隙。这就是连续介质假说。

对连续介质而言，其宏观物理量（如压力、温度、密度等）在流动空间（即流场）中连续分布，而且可以对它们进行观测。实验表明，当研究流体的宏观机械运动时，连续介质假说是正确的。

将微观不连续的流体当作宏观的连续介质处理后，其物理量在流场中就是连续分布的。这样，不仅理论分析中可以运用数学这一强有力的工具，也为实验研究提供了可能。这就是连续介质假说的目的。

连续介质假说毕竟只是为研究方便而人为提出的宏观流体模型，当分析流体粘性的产生原因时，还必须考虑流体的微观结构

和分子的微观运动。另外，当研究稀薄空气流动和冲波结构时，这一假说也不再适用，取而代之的是统计力学和运动理论。

## 第二节 流体的密度和重度

### 一、流体的密度

单位体积的流体所包含的质量称为密度，用  $\rho$  表示。若流体是均匀的，则流体中任意点的密度为

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{kg/m}^3 \quad (1-1)$$

式中  $m$ ——流体的质量，kg；

$V$ ——流体的体积， $\text{m}^3$ 。

若流体是非均匀的，在流体中任意点取一包围该点的流体微团，其质量为  $\Delta m$ ，体积为  $\Delta V$ ，则该点的密度为

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV} \quad (1-2)$$

与质量一样，密度表示了流体的惯性特征，只与流体的种类有关，不随地点变化。几种常见流体的密度见表 1-1。

### 二、流体的重度

单位体积流体所受的重力称为重度，用  $\gamma$  表示，即

$$\gamma = \frac{G}{V} \quad \text{N/m}^3 \quad (1-3)$$

式中  $G$ ——流体所受的重力(即流体的重量)，N；

$V$ ——流体的体积， $\text{m}^3$ 。

因  $G = mg$ ，由式(1-1)和(1-3)得

$$\gamma = \rho g \quad (1-4)$$

式中  $g$ ——重力加速度， $\text{m/s}^2$ 。常取  $g = 9.806\text{m/s}^2$ 。

表 1-1 标准大气压和 20℃ 时流体的密度和动力粘度

液 体			气 体		
名称	密度 $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	动力粘度 $\mu \times 10^4$ (Pa·s)	名称	密度 $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	动力粘度 $\mu \times 10^4$ (Pa·s)
水	998	101	空 气	1.205	1.81
原油	856	720	水 蒸 汽	0.747	1.01
汽油	678	29	氢 气	0.084	0.90
甘油	1258	149000	氧 气	1.330	2.00
水银	13550	156	一氧化碳	1.160	1.82
油精	795	105	二氧化碳	1.840	1.48
煤油	808	192	甲 烷	0.668	1.34

对于液体通常还用到比重的概念。比重  $S$  是指液体的重度  $\gamma_{液}$  (或密度  $\rho_{液}$ ) 与标准大气压下 4℃ 蒸馏水的重度  $\gamma_{水}$  (或密度  $\rho_{水}$ ) 的比值, 即

$$S = \frac{\gamma_{液}}{\gamma_{水}} = \frac{\rho_{液}}{\rho_{水}} = \frac{\rho_{液}}{1000} \quad (1-5)$$

比重  $S$  是一个无量纲数, 注意不要与重度  $\gamma$  相混淆。

### 第三节 流体的压缩性与膨胀性

#### 一、流体的压缩性

流体受压体积减小的性质称为压缩性。压缩性的大小用压缩系数来度量。

温度不变时, 单位压力的变化所引起的体积的相对变化量称为压缩系数, 用  $\beta_p$  表示, 即

$$\beta_p = -\frac{dV/V}{dp} = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dp} \quad \text{m}^2/\text{N} \quad (1-6)$$

式中,  $dV$  是因压力变化  $dp$  所引起的体积变化量,  $V$  是流体被压

缩前的体积。负号则表示体积与压力的变化方向相反，即压力增大( $dp > 0$ )时，体积减小( $dV < 0$ )，以使得 $\beta_p$ 总为正。

若体积为 $V$ 的流体具有的质量为 $m$ 。因 $m = \rho V = \text{常数}$ ，两边微分后得 $d\rho/\rho = -dV/V$ ，代入式(1-6)得 $\beta_p$ 的另一表达式

$$\beta_p = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dp} = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \quad (1-6a)$$

压缩系数的倒数称为弹性模数(或弹性系数)，用 $E$ 表示，即

$$E = \frac{1}{\beta_p} = \rho \frac{dp}{d\rho} \quad \text{Pa} \quad (1-7)$$

弹性模数表示了流体反抗产生压缩变形的能力。 $E$ 值越大说明流体越难压缩。20℃时水的弹性模数列于表1-2。由表中看出，水的 $E$ 值很大，即它的压缩系数很小。其它液体也是如此。所以，除某些特殊流动问题(如水击)外，工程实际中常将液体看作是密度等于常数的不可压缩流体。

表 1-2 20℃ 时水的弹性模数

压力 $p \times 10^6$ (Pa)	4.90	9.81	19.61	39.23	78.45
弹性模数 $E \times 10^6$ (Pa)	1.94	1.98	2.02	2.08	2.17

## 二、流体的膨胀性

流体受热体积增加的性质称为膨胀性。膨胀性的大小用膨胀系数来度量。

压力不变时，单位温度的变化所引起的体积的相对变化量称为膨胀系数，用 $\beta_t$ 表示，即

$$\beta_t = \frac{dV/V}{dT} = \frac{1}{V} \frac{dV}{dT} \quad 1/K \quad (1-8)$$

式中， $dV$ 是因温度变化 $dT$ 时所引起的体积变化量， $V$ 是原来的体积。

与压缩性一样，液体的膨胀性也很小。除温度变化很大的场合外，在一般工程问题中不必考虑液体的膨胀性。

通常情况下，气体的密度随压力和温度的变化很明显。对实际气体，当压力不大于10MPa时，它们之间的关系遵守理想气体状态方程

$$p = \rho RT \quad (1-9)$$

式中  $p$ ——绝对压力，N/m<sup>2</sup> 或 Pa，

$T$ ——热力学温度，K，且  $T = 273 + t^{\circ}\text{C}$ ，

$R$ ——气体常数，N·m/kg·K。对空气  $R = 287.1 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{kg}\cdot\text{K}$ 。

由式(1-9)可知，温度或压力变化时，气体的密度都将发生变化。所以气体的密度不可视为常数，因而气体属于可压缩流体。但是，当气体的速度小于70m/s、且压力和温度变化不大时（如空气在通风机或通风网路中的流动），也可近似地将气体当作不可压缩流体处理。这样不仅可以使问题大为简化，由此引起的误差（约小于2%）在一般工程中是可以接受的。

**例1-1** 厚壁容器中盛有0.5m<sup>3</sup>的水，初始压力为 $2 \times 10^6 \text{ Pa}$ 。当压力增至 $6 \times 10^6 \text{ Pa}$ 时，问水的体积减少了多少？

**解** 取水的弹性模数  $E = 2 \times 10^9 \text{ Pa}$ ，由式(1-6)得

$$\beta_p = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dp} = -\frac{V_2 - V_1}{V(p_2 - p_1)} = \frac{V_1 - V_2}{V \Delta p} = \frac{1}{E}$$

体积减少量为

$$V_1 - V_2 = \frac{V \Delta p}{E} = \frac{0.5 \times (6 - 2) \times 10^6}{2 \times 10^9} = 10^{-3} \text{ m}^3$$

## 第四节 流体的粘性

### 一、粘性及其表现

下面的现象可以说明粘性的存在。将A、B两圆盘浸在某种

液体中，如图1-1所示。当A盘被电动机带动以转速 $n$ 旋转时，可以发现B盘经一定时间后也将以低于A盘的转速 $n'$ 旋转。若A盘转速增加，B盘转动也加快。

A盘与B盘没有直接接触，B盘为什么会随A盘旋转呢？这正是液体的粘性所致。当A盘转动时，因吸附作用，紧靠A盘的一层液体也随A盘转动，进而它又带动紧靠它的上一层液体，就这样一层一层带动下去，直至将B盘带动起来。

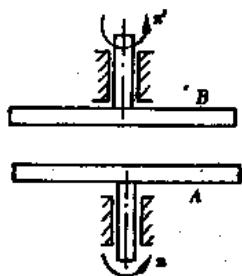


图1-1 粘性的表现

上述情形中，流体是分层流动的，层与层之间因速度不等而产生了相对运动。速度快的流层将带动速度慢的流层，反之慢的流层会阻止快的流层。带动力与阻力是一对大小相等、方向相反的作用力。这就是流层之间的内摩擦力(或粘性摩擦力)。

以后将要证明，相对运动的结果使流体产生了剪切变形(或角变形)。流体的粘性就是阻止发生剪切变形的一种特性，而内摩擦力则是粘性的动力表现。

## 二、牛顿内摩擦定律

为探求流体内摩擦力的影响因素，牛顿率先进行了大量实验，并于1686年提出了确定流体作层状运动(层流)时的内摩擦力关系式——牛顿内摩擦定律。

在两块相距 $h$ 、水平放置的平行平板(图1-2)之间充满某种流体。下板固定不动，上板在水平力 $F$ 的拖动下以速度 $U$ 匀速运动。当 $U$ 不是很大时，板间各层流体的速度自下而上是线性增加的。

显然，拖动力 $F$ 是为了克服流体对上板的摩擦阻力 $T$ 而施加

的。若上板的面积为  $A$ ，实验证明， $F \propto AU/h$ 。加上比例常数  $\mu$ ，

则  $T = F = \mu AU/h$ 。单位面积上的摩擦力为

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{U}{h} \quad \text{N/m}^2$$

(1-10a)

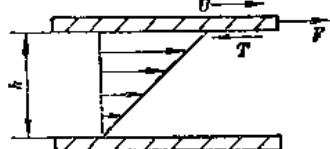


图 1-2 粘性力实验示意

在这一问题中，速度  $U$  也是紧靠

上板的流层与紧靠下板的流层速度之差。为使结论一般化，现分析如图 1-3 所示的流动。因速度分布是非线性的，设想用相距为  $\Delta y$  的两平面  $i-i$  和  $i'-i'$  将流体截开，如图 1-3(a) 所示。对这两平面之间的流体而言，可近似认为流体的速度从  $u$  线性地增加到  $u + \Delta u$ ，速度差为  $\Delta u$ 。比较图 1-2 的情况，可得内摩擦应力为  $\tau = \mu \Delta u / \Delta y$ 。当  $\Delta y \rightarrow 0$  时，平面  $i'-i'$  与  $i-i$  重合； $\Delta u / \Delta y = du / dy$ 。于是，流体的内摩擦切应力为

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (1-10)$$

式中  $\tau$ ——流体内摩擦应力， $\text{N/m}^2$ ；

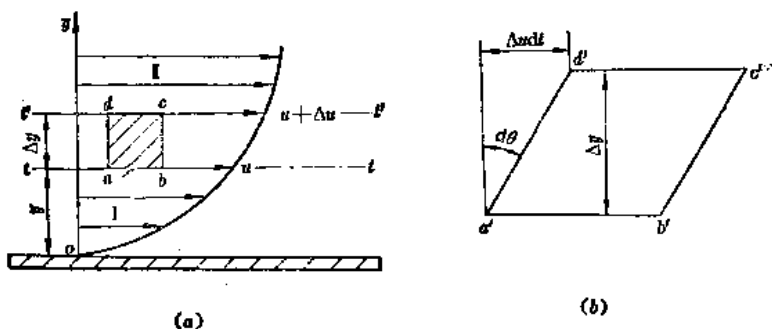


图 1-3 速度分布与流体微团变形

$\mu$ ——表征流体粘性的比例系数，称为动力粘度， $\text{Pa}\cdot\text{s}$ ，  
 $du/dy$ ——速度在  $y$  方向的变化率，称为速度梯度， $1/\text{s}$ 。

式(1-10)就称为牛顿内摩擦定律。当速度分布已知时，由它可求得各流层之间的内摩擦应力。显然，当速度分布为线性时，式(1-10)就变成了式(1-10a)，且知各流层间内摩擦应力等于常数。

值得提醒的是，内摩擦力是成对出现的，流体所受的内摩擦力总与相对运动速度相反。为使公式(1-10)中的  $\tau$  值既能反映大小，又可表示方向，必须规定：式(1-10)中的  $\tau$  是靠近坐标原点一侧(即  $z-z$  线以下)的流体所受的内摩擦应力。其大小为  $|\mu du/dy|$ ，方向由  $du/dy$  的符号决定，为正时  $\tau$  与  $u$  同向，为负时  $\tau$  与  $u$  反向。显然，对图1-3(a)所示的流动， $\tau > 0$ ，即  $z-z$  线以下的流体 I 受上部流体 II 拖动，而 II 受 I 的阻滞。

下面来证明速度梯度  $du/dy$  恰好等于流体的角变形速度。于  $t$  时刻取出一矩形流体微团  $abcd$ 。经时间  $dt$  后，因微团的上边  $cd$  快于下边  $ab$ ，微团发生了角变形(亦称为剪切变形)而变成了  $a'b'c'd'$ ，图1-3(b)所示。其角度变形了  $d\theta \approx \text{tg}d\theta = \Delta u dt / \Delta y$ 。当  $\Delta y \rightarrow 0$  时， $\Delta u / \Delta y \rightarrow du/dy$ ，故角变形速度为

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{du}{dy} \quad (1-11)$$

由此可见，当粘性流体因各流层的速度不等而发生角变形时，流体必将产生一个反抗这种变形的作用力，其大小与角变形速度( $d\theta/dt = du/dy$ )成正比。若流体静止( $u = 0$ )或各层的速度相等( $du/dy = 0$ )，则  $\tau = 0$  (并非  $\mu = 0$ )，流体的粘性表现不出来。所以说，内摩擦力是粘性的动力表现。

例1-2 图1-4中相距为  $h = 10\text{mm}$  的两固定平板间充满动力粘度  $\mu = 1.49\text{Pa}\cdot\text{s}$  的甘油，若两板间甘油的速度分布为  $u = 4000y(h-y)$ ，则



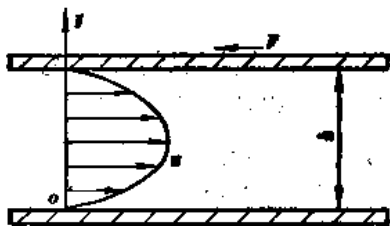


图1-4 例1-2图

(1) 若上板的面积  $A = 0.2\text{m}^2$ , 求使上板固定不动所需的水平作用力  $F$ ;

(2) 求  $y = h/3$  和  $2h/3$  处的内摩擦应力, 并说明正负号的意义。

解 (1) 先求内摩擦应力的分布。由牛顿内摩擦定律式(1-10)得

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = 4000\mu(h-2y) \quad (A)$$

设上板处流体所受的摩擦应力为  $\tau_0$ , 则上板所受的摩擦应力  $\tau_0' = -\tau_0$ , 将  $y = 0.01\text{m}$  代入式(A)得固定上板所需的力

$$F = -A\tau_0 = -0.2 \times 4000 \times 1.47 \times (0.01 - 2 \times 0.01) \\ = 11.92 \text{ N} \quad (\text{方向如图示})$$

$$(2) \quad y = \frac{h}{3} \text{ 时, } \tau = 4000 \times 1.47 \times \left(0.01 - 2 \times \frac{0.01}{3}\right) \\ = 19.6 \text{ N/m}^2$$

$$y = \frac{2}{3}h \text{ 时, } \tau = 4000 \times 1.47 \times \left(0.01 - 4 \times \frac{0.01}{3}\right) \\ = -19.6 \text{ N/m}^2$$

$y = h/3$  时,  $\tau = 19.6\text{N/m}^2 > 0$ 。这说明若用平面在  $y = h/3$  处截开, 下一层流体(靠坐标原点一侧的流体)受到上层的拖动,  $\tau$  与  $u$  同向。

$y = 2h/3$  时,  $\tau = -19.6\text{N/m}^2 < 0$ , 这表明该处以下(靠坐标原点)的流层受阻于上层流体,  $\tau$  与  $u$  反向。

### 三、粘性的度量

度量粘性大小的物理量有两个: 动力粘度和运动粘度。