

时域有限差分法

FDTD Method

高本庆 编著

国防工业出版社

H.216
441

时域有限差分法 FDTD Method

高本庆 编著

国防工业出版社

(京)新登字 106 号


图书在版编目(CIP)数据

时域有限差分法 FDTD Method/高本庆编著. —
北京:国防工业出版社,1995.3

ISBN 7-118-01311-0

I. 时… II. 高… III. 时域分析-频谱分析-差分
法 IV. ①TM930.12②TN966.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(94)第 05215 号


国防工业出版社出版发行
(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

北京怀柔新华印刷厂印刷

新华书店经营

*

开本 850×1168 1/32 印张 10 $\frac{3}{4}$ 279 千字

1995 年 3 月第 1 版 1995 年 3 月北京第 1 次印刷

印数:1—1500 册 定价:16.10 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

致 读 者

本书由国防科技图书出版基金资助出版。

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分,又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技事业的发展,加强社会主义物质文明和精神文明建设,培养优秀科技人才,确保国防科技优秀图书的出版,国防科工委于1988年初决定每年拨出专款,设立国防科技图书出版基金,成立评审委员会,扶持、审定出版国防科技优秀图书。

国防科技图书出版基金资助的对象是:

1. 学术水平高,内容有创见,在学科上居领先地位的基础科学理论图书;在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。

2. 学术思想新颖,内容具体、实用,对国防科技发展具有较大推动作用的专著;密切结合科技现代化和国防现代化需要的高新技术内容的专著。

3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值,密切结合科技现代化和国防现代化需要的新工艺、新材料内容的科技图书。

4. 填补目前我国科技领域空白的薄弱学科和边缘学科的科技图书。

5. 特别有价值的科技论文集、译著等。

国防科技图书出版基金评审委员会在国防科工委的领导下开展工作,负责掌握出版基金的使用方向,评审受理的图书选题,决定资助的图书选题和资助金额,以及决定中断或取消资助等。经审查给予资助的图书,由国防工业出版社列选出版。

国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承

IV

担着记载和弘扬这些成就,积累和传播科技知识的使命。在改革开放的新形势下,国防科工委率先设立出版基金,扶持出版科技图书,这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图书的出版,随着国防科技事业的发展更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物,是对出版工作的一项改革。因而,评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进,这样,才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技工业战线广大科技工作者、专家、教授,以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来,为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗!

国防科技图书出版基金
评审委员会

国防科技图书出版基金 第二届评审委员会组成人员

名誉主任委员	怀国模		
主任委员	黄 宁		
副主任委员	殷鹤龄	高景德	陈芳允
	曾 铎		
委 员	尤子平	朱森元	朵英贤
(按姓氏笔划为序)	刘 仁	何庆芝	何国伟
	何新贵	宋家树	张汝果
	范学虹	胡万忱	柯有安
	侯 迁	侯正明	莫梧生
	崔尔杰		
秘 书 长	刘琯德		

前 言

时域有限差分法(Finite-Difference Time-Domain Method 简称 FDTD Method)是求解电磁问题的一种数值技术,它是在 1966 年由 K. S. Yee 第一次提出的。FDTD 法直接将有限差分式代替麦克斯韦时域场旋度方程中的微分式,得到关于场分量的有限差分式,用具有相同电参量的空间网格去模拟被研究体,选取合适的场初始值和计算空间的边界条件,可以得到包括时间变量的麦克斯韦方程的四维数值解。通过傅里叶变换可求得三维空间的频域解。

20 多年来 FDTD 法历经了一个蓬勃发展的过程。最初是用它来求解金属体上的散射问题,用的是笛卡尔坐标系,使空间单元网格呈直角六面体。鉴于当时的计算机容量水平,特别是 FDTD 技术本身尚有若干重要问题未很好解决,使得早期的数值精度不够高,应用范围也不很广,这种局面大约延续到 70 年代末期。随着 FDTD 技术的发展,首先需要解决的是有限计算空间的无反射截断问题,早期采用的一种方法是加大边界与散射体间距离,以在边界上构成外向行波,这种方法精度不高、计算空间亦大。直到将波方程的二阶近似用以处理边界上的场值,得到了较好近似的吸收边界条件,才将这个问题的解决向前推进了一大步。在直角坐标系中用 FDTD 技术进行模拟时,光滑曲线形媒质表面将呈锯齿形状,这可能产生沿面的表面波,加大了数值色散误差,这个问题的有效方法是“共形”技术的提出,这包括:或是使用曲线坐标系使媒质表面与坐标曲线共形,或是在直角坐标系中改变媒质界面上的网格形状,使二者共形,利用共形网格明显提高了计算精度。在一类电磁问题中,当媒质结构尺寸比网格尺寸小时(如细线、窄槽或薄介质层等),将使 FDTD 模拟变得很困难。近来相继出现以麦克

斯韦方程的回路积分形式建立相应 FDTD 算法式, FDTD 与其他方法(如积分方程法或矩量法)的混合技术, 以及媒质参数的网格平均技术等, 均提供了解决这类特殊问题的途径。FDTD 法的特点是很容易得到被研究体的近场, 但不易一次直接得到远场值。80 年代初期提出的利用等效原理将频域近场变换为远场是解决这个问题的好方法, 近几年又将此技术发展到时域。这二种路径给求解散射问题和天线问题提供了强有力的工具。值得提出的是, 早期 FDTD 方法中没有计及媒质的色散特性, 即假定被研究媒质的电参数是与频率无关的。实际上自然界中有很多媒质的电参数具有很强的色散特性, 近几年已开始注意研究色散媒质中的 FDTD 算法, 为解决这一电磁领域内难题铺平了道路。上述几方面问题的进展有力推动了 FDTD 技术的发展和运用, 使它在解决复杂形体结构和多种媒质并存的一类问题中占有重要的一席之地。今天, 它不仅在电磁散射、电磁兼容预测、生物电磁学中得到卓有成效的应用, 而且在天线、微波技术、光电子学等的应用中愈益受到重视。

本书内容包括三部分: 第一部分论述了 FDTD 法基本知识和各种 FDTD 算法, 包括各种坐标系和特殊结构媒质的算法, 以及 FDTD 与其他方法相结合的混合法等; 第二部分介绍了 FDTD 法在电磁学各领域中的应用情况, 内容涉及电磁散射、微波传输线、天线、电磁兼容预测及生物电磁学范畴; 第三部分讨论近期发展的色散媒质的 FDTD 算法原理及其应用情况。本书在给出各种应用实例时, 多将 FDTD 法数据与理论值或实验数据或其他数值解数据(如矩量法等)进行比较。除早期发表的少数例子误差稍大外, 大多数均与相比较的数据吻合很好。从目前水平看, 在分析一般散射问题中, 数值误差约在 1%~3% 附近(RCS 的误差略大些), 而在求谐振器本征值问题中, FDTD 数值解与理论值误差低于百分之一, 某些情况能小于千分之一, 这个精度是很喜人的。可以无夸张地说, FDTD 法与其他数值解从精度上讲是可以媲美的, 有的则有胜过。加之 FDTD 法得到的是时域解, 通过傅氏变换可得到频域解。即它具有一次时域计算代替频域上逐点计算的潜力。这些均

表示 FDTD 法具有较明显的优势。

本书是作者尝试将已发表在不同场合不同时间的有关资料经整理、推演、加工编写成专著。内容取材上亦包括作者及同事们近几年在这方面开展的工作结果。编写本书的目的是希望能起到抛砖引玉的效果。希望给初学者提供一个入门途径,给从事这方面工作的同行们提供较系统的参考资料,以便更好地促进 FDTD 技术的发展和更进一步拓宽它的应用。由于作者才疏学浅,加上时间关系,错误和不足在所难免,上述目的恐难如愿,敬请各位专家、学者和读者多提供宝贵意见。

在本书确立大纲的过程中,得到北京理工大学张德齐教授和楼仁海教授、西安交通大学汪文秉教授的帮助,汪文秉教授对内容安排提出了宝贵意见。要特别提到的是,在本书编写过程中,得到中国科学技术大学旅美陈金元博士的大力支持和帮助,陈博士及时寄来最新研究资料(见 § 7.6)以充实本书内容。书稿完稿后,张德齐教授通阅了全稿,并提出宝贵意见。国防工业出版社在本书出版过程中给予很多帮助,作者在此对他们表示衷心的感谢。

作者

1993 年 8 月于北京

内 容 简 介

本书重点介绍了时域有限差分(FDTD)法的基本知识及其在电磁学各个领域内的应用。全书包括三部分(共八章),第一部分论述了 FDTD 法的基本知识(第一章)和各种 FDTD 算法,包括各种坐标和特殊结构媒质中 FDTD 算法及混合算法等(第二章);第二部分介绍 FDTD 法的各种应用,内容涉及电磁散射(第三章)、微波传输线和谐振腔(第四章)、天线(第五章)、电磁兼容预测(第六章)、生物电磁学(第七章)等领域;第三部分介绍近期发展的色散媒质中 FDTD 算法原理及其应用情况等(第八章)。

本书可供从事时域计算电磁学理论和应用研究的人员参考,亦可供有关专业教师、研究生及高年级大学生作选修和参考用书。

目 录

第一章 时域有限差分法基本知识	(1)
§ 1.1 麦克斯韦方程	(1)
§ 1.2 FDTD 基本方程	(4)
§ 1.3 解的稳定性	(11)
§ 1.4 边界条件	(13)
§ 1.5 激励源的类型和设置	(22)
§ 1.6 误差分析	(29)
§ 1.7 近场—远场变换	(40)
§ 1.8 FDTD 数值解步骤	(45)
参考文献	(46)
第二章 FDTD 算法变异	(48)
§ 2.1 一般曲线坐标系的 FDTD 算法	(48)
§ 2.2 正交曲线坐标系的 FDTD 算法	(58)
§ 2.3 非均匀网格尺寸的 FDTD 算法	(69)
§ 2.4 细薄结构媒质的 FDTD 算法	(80)
§ 2.5 FDTD 瞬态积分方程的混合算法	(95)
§ 2.6 FDTD/矩量法的混合算法	(101)
参考文献	(106)
第三章 在电磁散射问题中的应用	(108)
§ 3.1 二维散射体	(108)
§ 3.2 三维散射体	(114)
§ 3.3 RCS 计算	(121)
§ 3.4 散射体的时域综合	(134)
参考文献	(143)
第四章 在微波传输线和谐振腔中的应用	(144)
§ 4.1 微带和共面传输线	(144)

§ 4.2	微带不均匀性和微带元件	(153)
§ 4.3	波导传输线元件	(163)
§ 4.4	谐振腔的本征值	(172)
§ 4.5	谐振腔的 Q 值	(181)
	参考文献	(185)
第五章 在天线问题中的应用		(187)
§ 5.1	圆柱形单极天线	(187)
§ 5.2	波导口和喇叭天线	(196)
§ 5.3	微带贴片天线	(200)
§ 5.4	天线互耦的计算	(210)
	参考文献	(215)
第六章 在电磁兼容预测中的应用		(216)
§ 6.1	瞬变电磁环境下飞机表面效应	(216)
§ 6.2	EMP 对连接有尾气流导弹体的效应	(224)
§ 6.3	EM 场透入导弹导引头的预测	(230)
§ 6.4	飞行体上微带贴片天线的 EMP 效应	(233)
§ 6.5	TEM 传导胞腔中不均匀性影响的预测	(239)
	参考文献	(244)
第七章 在生物电磁学中的应用		(246)
§ 7.1	生物组织的电磁特性及人体电磁模型	(246)
§ 7.2	平面波照射下人体内的电磁效应	(256)
§ 7.3	工业加热器对人体的作用	(263)
§ 7.4	动力电的人体效应	(268)
§ 7.5	高压 EMP 的生物效应	(273)
§ 7.6	蜂窝电话的人体效应	(280)
	参考文献	(286)
第八章 色散媒质的 FDTD 算法		(288)
§ 8.1	由离散时域卷积建立 FDTD 方程	(288)
§ 8.2	由德拜方程和频域场到时域的直接变换建立 FDTD 方程	(295)
§ 8.3	由 Z 变换建立 FDTD 方程	(298)
§ 8.4	色散媒质的吸收边界条件	(303)
§ 8.5	$(FD)^2TD$ 法应用举例	(305)

§ 8.6 表面阻抗概念在 FDTD 法中的应用	(314)
§ 8.7 表面阻抗——FDTD 法应用举例	(324)
参考文献	(330)

第一章 时域有限差分法基本知识

本章介绍时域有限差分法的基本知识,主要有三方面内容。首先建立了直角坐标系中 FDTD 算法的基本方程式,它是有限差分式替代时域麦克斯韦方程对时间对空间的微分而得到的。其次给出支持 FDTD 算法的若干基本条件。它包括使数值解稳定的条件,使有限网格空间边界上呈近似无反射状态的吸收边界条件和激励源的设置问题。第三部分介绍与应用 FDTD 法有关的基本问题,包括讨论该数值技术产生误差的诸因素,二种近场—远场的变换技术,以及有关 FDTD 数值求解的步骤等。

§ 1.1 麦克斯韦方程

在时域和空域内求解电磁问题的一个很方便途径是运用麦克斯韦方程,因此简述一下包含有不同形式媒质参数的麦克斯韦方程的微分、积分和修正形式是很必要的。

对于任意媒质,麦克斯韦方程的微分形式是

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \quad (1.1-1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.1-2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.1-3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1.1-4)$$

式中 \mathbf{E} 是电场强度(V/m); \mathbf{D} 是电通密度(C/m²); \mathbf{H} 是磁场强度(A/m); \mathbf{B} 是磁通密度(Wb/m²); \mathbf{J} 是电流密度(A/m²); ρ 是电荷密度(C/m³)。式(1.1-1)中 $\partial \mathbf{D} / \partial t + \mathbf{J}$ 表示总电流密度,它包括位移电

流密度 $\partial D/\partial t$ 和传导电流密度 J_c 。在有运动电荷的情况下,上式还需加上源电流密度 J_s (A/m²)

$$J_c = \sigma E \quad (1.1-5)$$

$$J_s = \rho v \quad (1.1-6)$$

这里 σ 是电导率(S/m), v 是运动电荷的速度(m/s)。

了解 E 和 D 及 H 和 B 间的关系是很重要的。在真空或自由空间中,它们间存在简单的比例关系,即

$$B = \mu_0 H \quad (1.1-7)$$

$$D = \epsilon_0 E \quad (1.1-8)$$

式中 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ (H/m); $\epsilon_0 = (36\pi)^{-1} \times 10^{-9}$ (F/m) 称为真空的电容率(或介电常数)。在一般各向同性媒质中具有简单关系式

$$B = \mu H \quad (1.1-9)$$

$$D = \epsilon E \quad (1.1-10)$$

μ 和 ϵ 分别是媒质的磁导率和电容率。

对于各向异性媒质,上述关系变为下式:

$$B = \mu H \quad (1.1-11)$$

$$D = \epsilon E \quad (1.1-12)$$

式中 μ 和 ϵ 分别称为张量磁导率和张量电容率。此处 B 的每一个分量同 H 的三个分量有关(D 和 E 关系相似)。例如等离子体和铁氧体的张量磁导率和张量电容率在忽略损耗时可分别表示为

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & 0 \\ \mu_{21} & \mu_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & 0 \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (1.1-13)$$

一般地讲,均匀各向同性媒质中 μ 和 ϵ 是标量常数。对于非均匀各向同性媒质, μ 和 ϵ 是随空间位置而变化的标量。对于各向异性媒质, μ 和 ϵ 是张量,媒质是均匀还是不均匀的将取决于 μ 和 ϵ 是否随位置而变化。

麦克斯韦方程的另一重要形式是它的时谐场形式。假定电磁场随时间变化具有下列形式:

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = \mathbf{E}_0(x, y, z)e^{j\omega t} \quad (1.1-14)$$

$$\mathbf{H}(x, y, z, t) = \mathbf{H}_0(x, y, z)e^{j\omega t}$$

对于无源区麦克斯韦第一、第二方程式化为复数形式

$$\nabla \times \mathbf{H} = (\sigma + j\omega\epsilon)\mathbf{E} = j\omega\left(\epsilon - j\frac{\sigma}{\omega}\right)\mathbf{E} \quad (1.1-15)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} \quad (1.1-16)$$

引入复数介电常数形式

$$\epsilon^*(\omega) = \epsilon - j\frac{\sigma}{\omega} = \epsilon' - j\epsilon'' \quad (1.1-17)$$

同理,在有磁损耗时 μ 亦可以表示为复数形式

$$\mu^*(\omega) = \mu' - j\mu'' \quad (1.1-18)$$

自然界中很多媒质如水、铁磁材料、等离子体、生物体、各种吸波材料,通常其复介电常数、复磁导率是频率的函数。对于这种媒质,存在下述关系式:

$$\mathbf{B}^*(\omega) = \mu^*(\omega)\mathbf{H}(\omega) \quad (1.1-19)$$

$$\mathbf{D}^*(\omega) = \epsilon^*(\omega)\mathbf{E}(\omega) \quad (1.1-20)$$

方程(1.1-15)和(1.1-16)是麦克斯韦方程的频域形式,而方程(1.1-1)、(1.1-2)是麦克斯韦方程的时域形式。时域电磁场问题的解与频域解间存在傅里叶变换的关系式,场的时间因子表示式为(1.1-14)。

方程(1.1-1)~(1.1-4)是偏微分方程形式,可以利用它们得到等效的积分形式。将式(1.1-1)、(1.1-2)对媒质中某一闭合面 S 所包围的体积 V 进行积分,并应用斯托克定理,得

$$\oint_l \mathbf{H}d\mathbf{l} = \iint_s \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} + \frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} \quad (1.1-21)$$

$$\oint_l \mathbf{E}d\mathbf{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (1.1-22)$$

再对(1.1-3)、(1.1-4)在体积 V 上积分,并用高斯定律,得

$$\oiint_A (\hat{n} \cdot \mathbf{B})d\mathbf{a} = 0 \quad (1.1-23)$$

$$\oint_A (\hat{n} \cdot \mathbf{D}) da = \iiint_V \rho dv \quad (1.1-24)$$

(1.1-21)称作安培定律,它说明沿闭合路径上磁场的线积分等于流经该路径所包围面上的电流之和。(1.1-22)是法拉第定律,它说明沿闭合路径电场的线积分等于穿过路径所包围面上磁通变化率的负值。

近年来,相当多的注意力放在研究有耗媒质的电磁问题。在求解这类问题的时变场解时引入假想的磁荷概念是很方便的,相应的麦克斯韦方程(1.1-2)中需引入磁流密度。已经证明^[3]麦克斯韦方程可以写成如下的修正形式:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}_e, \mathbf{J}_e = \sigma \mathbf{E} \quad (1.1-25)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \mathbf{J}_m \quad \mathbf{J}_m = s\mathbf{H} \quad (1.1-26)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \rho_m \quad (1.1-27)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_e \quad (1.1-28)$$

式中 $\mathbf{J}_e, \mathbf{J}_m, \rho_e$ 和 ρ_m 分别是电流密度,磁流密度,电荷密度和磁荷密度。 s 是磁电阻率(Ω/m),它对应磁场的损耗。引入 s 使得麦克斯韦第一、第二方程变成对称形式。在无源媒质中, $\rho_m = 0$ 和 $\rho_e = 0$ 。在无电或磁损耗的媒质中可令 σ 或 s 等于 0。

§ 1.2 FDTD 基本方程

先将麦克斯韦的旋度方程在直角坐标系中展成六个标量场分量的方程,再将问题空间沿三个轴向分成很多网格单元,每个单元长度作为空间变元,相应得出时间变元。用有限差分式表示关于场分量对空间和时间变量的微分,即可得到 FDTD 基本方程。

一、标量麦克斯韦方程

假定研究的空间是无源的,并且媒质参数 ϵ, μ, σ, s 不随时间而变化,在直角坐标 (x, y, z) 中,麦克斯韦方程(1.1-25)和(1.1-26)