

一课一练

全国中小学素质教育能力检测丛书

初二代数

● 修订本 (全一册)

● 供初三年级 全年使用

本书编写组 编



中国少年儿童出版社

同步·单元
一课一练



全国中小学素质教育能力检测丛书

初二代数

全
一
册

(修订本)

本书编写组
编

中国少年儿童出版社

全国中小学素质教育能力检测丛书
初三代数
(全一册)



出版发行：中国少年儿童出版社

出版人：/ / /

作 者：刘玉飞等

装帧设计：朱 晨

责任编辑：温建龙

责任印务：李书森

社 址：北京东四十二条 21 号

邮政编码：100708

电 话：086-010-64032266

传 真：086-010-64012262

印 刷：陕西省印刷厂

开本：787×1092 1/16

印张：6

2001年11月北京第4版

2001年11月陕西第13次印刷

字数：120千字

印数：1-10000

ISBN 7-5007-2831-X/G·1627

定价：6.30 元

图书若有印装问题，请随时向印刷厂退换。

版权所有，侵权必究。

《全国中小学素质教育能力检测丛书》(同步单元·一课一练)是根据国家教育部对中小学进行素质教育的指示精神,以最新教学大纲和教材为依据,由蜚声教坛的特级和高级教师紧密结合教学实践,悉心编写而成的。

为适应教育改革和教材的变化,本丛书在全国各地连续使用六年的基础上,2001年进行全面修订更新。丛书各册均与人教版九年义务教育“六·三”制教材配套使用。

本丛书的编写原则是

1. 在题型和内容的总体设计上,注重体现各年级、各学科的教学和升学试题特点,将教材中章(单元)、节(课)的教学目标(综合素质教育因素,重点、难点、考查点)训练,与期中、期末综合性检测共同构成符合素质教育规律的三级测试体系,同时吸收了各级升学考试试题的最新研究成果,能使学生获得多角度、全方位、省时高效的强化训练。

2. 注重基本概念和基本原理的理解和掌握。严格与教学进度同步,一课一练和单元练习有机结合,循序渐进,以点带面,点面结合;题型新颖,覆盖面广,穷尽所有重点、难点和考点,具有可操作性,自成体系。

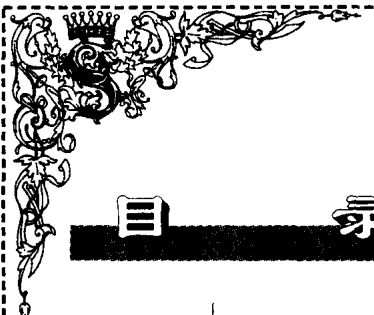
3. 注重基础知识和基本技能的(“双基”)训练。综合运用基础知识,对基本技能和相应的理解、分析、运用能力等进行综合训练。

4. 注重培养学生对学科内综合题和跨学科知识的驾驭和灵活运用能力,举一反三,融汇贯通。

5. 注重重点、难点的提示与指导。在参考答案中就典型习题进行点拨和解析。

本丛书的小学部分包括语文、数学、自然3个学科,初中部分包括语文、数学、英语、物理、化学、政治、历史、地理、生物9个学科。各部分均按学科分学期(或学年)设册:小学单册和初中上册为第一学期秋季开学用书;小学双册和初中下册为第二学期春季开学用书;初中全一册为全学年用书。

本书编写组



目 录

第十二章 一元二次方程

1	一 一元二次方程
1	12.1 一元二次方程
2	12.2 一元二次方程的解法
6	12.3 一元二次方程的根的判别式
8	*12.4 一元二次方程的根与系数的关系
11	12.5 二次三项式的因式分解(用公式法)
13	12.6 一元二次方程的应用
14	一元二次方程单元练习
16	二 可化为一元二次方程的分式方程和无理方程
16	12.7 分式方程
19	*12.8 无理方程
22	可化为一元二次方程的分式方程和无理方程单元练习
24	期中练习
27	三 简单的二元二次方程组
27	12.9 由一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的方程组
29	*12.10 由一个二元二次方程和一个可以分解为 两个二元一次方程的方程组成的方程组
31	简单的二元二次方程组单元练习





第十三章 函数及其图象

33	13.1 平面直角坐标系
36	13.2 函数
40	13.3 函数的图象
41	13.1—13.3 单元练习
42	13.4 一次函数
45	13.5 一次函数的图象和性质
52	13.6 二次函数 $y = ax^2$ 的图象
55	13.7 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象
61	13.8 反比例函数及其图象
64	函数及其图象单元练习

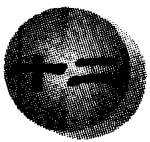
第十四章 统计初步

67	期末练习
73	参考答案





第



章

一元二次方程

一元二次方程

12.1 一元二次方程

一、填空题

1. 在整式方程中,只含有_____个未知数,并且未知数的_____这样的整式方程叫做一元二次方程.它的一般形式是_____.其中_____叫做二次项,_____叫做二次项系数.二次项必须满足_____的条件._____叫做一次项,_____叫做一次项系数._____叫做常数项.

2. 把方程 $(x+3)(2x-5)+x(3x-1)=0$ 化为一般形式_____,二次项系数为_____,一次项系数为_____,常数项是_____, $b^2-4ac=$ _____.

3. 把关于 x 的方程 $(2-m)x^2-m(3-x)+1=0$ 化为一般形式_____,二次项系数是_____,一次项系数是_____,常数项是_____.

4. x 为未知数,当 k _____时, $(k-1)x^2-6kx+5=0$ 是一元二次方程.

5. x 为未知数,当 m _____时, $(4-m^2)x^2+2mx+m^2+4=0$ 是一元二次方程.

6. x 为未知数,当 a _____时, $(a^2+1)x^2-ax+a^2=0$ 是一元二次方程.

7. x 为未知数,当 m _____时, $\sqrt{m}x^2-\sqrt{2}x+1=0$ 是一元二次方程.

8. x 为未知数,当 m _____, n _____时, $(m-3)x^{2n+1}=5$ 是一元二次方程.

9. 下列方程中,是一元二次方程的一共有_____个.

$$2x^2 + \frac{1}{x} + 1 = 0, \quad 9x^2 - 5x = 0,$$

$$3x^2 - xy - 2y^2 = 0, \quad x^2 - 6 = 0,$$

$$\frac{x}{x^2 - 2x - 3} = 1, \quad \frac{1}{2}x^2 = 0.$$

二、关于 x 的方程 $(m+1)x^2 - mx + n = 0$ 是不是一元二次方程?

三、选择题

1. 若 $a^2 + (b-1)^2 = 0$,下列方程中的一元二次方程是 ()

A. $ax^2 + (5x-b) = 0$ B. $(b^2-1)x^2 + (a-3)x - 1 = 0$

C. $(a-1)x^2 + 4(b-1)x - 3 = 0$ D. $(b-1)x^2 - ax + 2 = 0$

2. 若 $ax^2 + 4x - 2 = 0$ 是一元二次方程,则不等式 $3a + 6 > 0$ 的解集为 ()

A. $a > 2$, B. $a < 2$ C. $a > -2$ D. $a > -2$,且 $a \neq 0$

四、把下列关于 x 的方程化为一般形式,并写出它们的二次项系数、一次项系数和常数项.

1. $(2x+1)^2 - 4 = 0$

2. $\sqrt{2}x = \sqrt{5}x^2$





$$3. m^2 - 1 = 3mx - 2x^2$$

$$4. 2(x-1)(x-3n) = x(n-4)$$

$$5. (x+1)^2 - 2(x-1)^2 = 6x - 5$$

$$6. a^2 - 2a(x+b) + b(2a-x^2) = 1 (b \neq 0)$$

五、求值

1. 已知方程 $2kx^2 + x - k = 0$ 有一个根为 -1 , 求 k 值.

2. 关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2 + x + (m^2 + 2m - 3) = 0$ 有一个根是零, 求 m 的值.

12.2 一元二次方程的解法

一、填空题

1. 已知方程 $(m+1)x^2 - 2mx = 1$ 是一元二次方程, 那么 m _____.

2. 一元二次方程 $4x^2 - 3x - 5 = 2x$ 的二次项系数是 _____, 一次项系数是 _____, 常数项是 _____, $b^2 - 4ac =$ _____.

3. 用求平方根的方法解某些一元二次方程的方法叫 _____.

4. 用配方法解一元二次方程时, 一般先把原方程的二次项系数化为 _____, 然后把方程的 _____ 移到方程的右边, 再把左边配成一个 _____. 如果右边是 _____, 就可以进一步通过直接开平方法来求出它的解.

5. 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的求根公式是 _____, 用求根公式解方程的方法叫做 _____.

6. 我们学过的解一元二次方程的方法有: _____、_____、_____、_____.

7. 方程 $2x^2 = x$ 的解是 _____.

8. 方程 $3x^2 = 27$ 的解是 _____.

9. 方程 $3x(x+1) = 0$, 则 $x_1 =$ _____, $x_2 =$ _____.

10. 方程 $4x^2 - 3x = 0$, 则 $x_1 =$ _____, $x_2 =$ _____.

11. $x^2 + 4x +$ _____ $= (x +$ _____ $)^2$

12. $x^2 + \frac{1}{4}x +$ _____ $= (x +$ _____ $)^2$

13. $2x^2 + 6x +$ _____ $= 2(x +$ _____ $)^2$

14. $x^2 - 2x + 5 = (x^2 - 2x +$ _____ $) + 4 = (x -$ _____ $)^2 + 4$

15. 方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的解是 _____.

16. 已知方程 $3mx^2 - nx - 1 = 0$ 和 $mx^2 + 2nx - 5 = 0$ 有共同的根 -1 , 则 $m =$ _____, $n =$ _____.

二、判断下列各题是否正确, 正确的在题后的括号内画“√”, 错误画“×”.

1. 方程 $x = 1$ 与方程 $x^2 = 1$ 是同解方程

()

2. 方程 $x^2 = x$ 与方程 $x = 1$ 是同解方程

()





3. 方程 $kx^2 - x - 2 = 0$ 是一元二次方程 ()
4. 如果一元二次方程的一次项系数为零, 那么这个方程的两根必为相反数 ()
5. 如果一元二次方程的常数项是零, 那么这个方程必有一个根是零 ()
6. 如果一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根互为相反数, 那么 $b = 0$ ()

三、选择题

1. 方程 $(x+1)(x-2) = 0$ 的两个根为 ()
A. 1, 2 B. 1, -2 C. -1, 2 D. -1, -2
2. 方程 $(x+m)^2 = n^2$ 的所有的解为 ()
A. $-m \pm n$ B. $m \pm n$ C. $m + n$ D. $-m + n$
3. 方程 $x^2 + px + q = 0$ 的两根中, 有一根且只有一根为 0, 那么 p, q 应满足 ()
A. $p = 0, q = 0$ B. $p = 0, q \neq 0$ C. $p \neq 0, q = 0$ D. $p \neq 0, q \neq 0$
4. 下列方程中, 是一元二次方程的共有 ()
 $\sqrt{x^2 - 4} = 5, xy = 1, \frac{1}{x^2} + x^2 = 2, 3^{2x} = 9$
A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 4 个
5. $x^2 - 3 = -3x$ 化为 $ax^2 + bx + c = 0$ 形式后, a, b, c 的值分别为 ()
A. 0, -3, -3 B. 1, -3, 3 C. 1, 3, -3 D. 1, -3, -3
6. 方程 $3x^2 = 0$ 和方程 $5x^2 = 5x$ 的解 ()
A. 都是 $x = 0$ B. 有一个相同, $x = 0$ C. 都不相同 D. 以上都不对
7. 解方程 ① $x^2 - 3 = 0$ ② $9x^2 - 12x - 1 = 0$ ③ $12x^2 + 12 = 25x$ ④ $2(5x - 1)^2 = 3(5x - 1)$ 较简便的方法是 ()

方法是

- A. 依次为: 直接开平方法、配方法、公式法、因式分解法
B. 依次为: 因式分解法、公式法、配方法、直接开平方法
C. ①用直接开平方法, ②③用公式法, ④用因式分解法
D. ①用直接开平方法, ②用公式法, ③④用因式分解法
8. 方程 $(1 + \sqrt{2})x^2 - (1 - \sqrt{2})x = 0$ 的解是 ()
A. $x_1 = 0, x_2 = 2\sqrt{2} - 3$ B. $x_1 = 1, x_2 = 3 - 2\sqrt{2}$
C. $x_1 = 0, x_2 = 3 - 2\sqrt{2}$ D. $x_1 = 0, x_2 = 1$
9. 方程 $(2 - 3x) + (3x - 2)^2 = 0$ 的解是 ()
A. $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = -1$ B. $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = \frac{1}{3}$ C. $x_1 = x_2 = \frac{2}{3}$ D. $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = 1$
10. 关于 x 的方程 $mx^2 - 2(3m - 1)x + 9m - 1 = 0$ 有两个实数根, 那么 m 值的范围是 ()
A. $m \leq \frac{1}{5}$ B. $0 < m < \frac{1}{5}$ 且 $m < 0$ C. $m \leq \frac{1}{5}$ 且 $m \neq 0$ D. $m \geq \frac{1}{5}$
11. 用配方法解方程 $2x^2 - \frac{4}{3}x - 2 = 0$, 应把它先变形为 ()
A. $(x - \frac{1}{3})^2 = \frac{8}{9}$ B. $(x - \frac{2}{3})^2 = 0$ C. $(x - \frac{1}{3})^2 = -\frac{8}{9}$ D. $(x - \frac{1}{3})^2 = \frac{10}{9}$

四、下列解法对不对? 如果不对, 怎样改正?

1. 解方程: $(x - 3)^2 = 1$

解: $\because (x - 3)^2 = 1, \therefore x - 3 = 1$, 故 $x = 4$.





2. 解方程 $3x^2=2$

解: $\because 3x^2=2, \therefore x^2=\frac{2}{3}$, 故 $x=\pm\frac{\sqrt{2}}{3}$

3. 解方程 $x^2-\frac{1}{2}=4x$

解: $x^2-4x-\frac{1}{2}=0$

$\because a=1, b=-4, c=-\frac{1}{2}, b^2-4ac=(-4)^2-4\times 1\times(-\frac{1}{2})=18$

$\therefore x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{18}}{2\times 1}$

$\therefore x_1=2+3\sqrt{2}, x_2=2-3\sqrt{2}$

4. 解方程 $2x^2=7x$

解: 两边同除以 x , 得 $2x=7$

$\therefore x=\frac{7}{2}$

5. 解方程 $y^2-5y+6=2$

解: $(y-2)(y-3)=1\times 2$

$y-2=1$ 或 $y-3=2$

$\therefore y_1=3, y_2=5$

五、用直接开平方法解下列方程

1. $36-x^2=0$

2. $\frac{4}{5}x^2=0.2$

3. $9x^2-\sqrt{625}=0$

4. $5(1+\frac{x}{100})^2=125$

5. $(3-x)(3+x)=1$

6. $\frac{1}{8}(2x-1)^2=2$

7. $(x-5)(x+3)+(x-2)(x+4)=26$

8. $\frac{(x+\sqrt{2})^2}{2}=4$

六、用配方法解下列方程

1. $x^2+x-3=0$

2. $2x^2-3x-1=0$

3. $3x^2-4x=2$

4. $x^2+\frac{1}{6}x-\frac{1}{3}=0$

5. $ax^2+bx+c=0$ ($a\neq 0$)

6. $x^2-2\sqrt{2}x=2$





七、用因式分解法解下列方程

$$1. x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$2. x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$3. x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$4. 3x^2 = 2x$$

$$5. \sqrt{2}x^2 - 2\sqrt{3}x = 0$$

$$6. (1 + \sqrt{2})x^2 = (1 - \sqrt{2})x$$

$$7. (x-1)(x+3) - 2(x+3)^2 + 3(x+3)(x-3) = 0$$

$$8. 2x(x-1) - 3x = 0$$

$$9. x(x-5) = 24$$

$$10. (2x-1)^2 = 9(x+2)^2$$

$$11. x^2 + 2m^2 = 3mx$$

$$12. (x-2)^2 - 2(x-2) - 3 = 0$$

八、用公式法解下列方程

$$1. x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$2. 3y^2 + 1 = 2\sqrt{3}y$$

$$3. x^2 - (1 + 2\sqrt{3})x + \sqrt{3} - 3 = 0$$

$$4. (2x+1)^2 - (x-3)(2x-1) = 3x$$

九、解方程(自己择优方法)

$$1. 7x(x-3) = 2(x-3)$$

$$2. (2x+1)^2 - 9(x-3)^2 = 0$$

$$3. (x-7)(x+2) + (x-1)(x+5) = 102$$

$$4. (4y-3)(3y-1) = 4$$

$$5. (x+1)(x^2 - x + 1) = x(x-2)^2$$

$$6. x^2 - (2\sqrt{2} + 3\sqrt{3})x + 6\sqrt{6} = 0$$

$$7. (x+2)^2 + (x-2)^2 = 8(x^2 + 1)$$

$$8. 2x^2 - 45x = 450$$

9. 解关于 x 的方程:

$$(1) mx^2 + nx = 0 \quad (m \neq 0)$$

$$(2) (m^2 - n^2)(x^2 - 1) = 4mnx$$

$$(3) abx^2 - (a^2 - b^2)x - ab = 0$$

$$(4) x^2 = a\sqrt{2a} + (\sqrt{a} - a\sqrt{2})x$$

$$(5) x^2 - 2mx + m^2 - 2 = 0$$

$$(6) x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})ax + \sqrt{6}a^2 = 0$$

十、解下列可化为一元二次方程的方程

$$1. x(x-3)(2x-3) = 0$$

$$2. \left(\frac{1}{2} - x\right)(x^2 - 8x - 9) = 0$$

$$3. x^3 - 3x^2 - 10x = 0$$

$$4. 3x^3 + 13x^2 + 4x = 0$$





5. $4x^3 = 3x$

6. $x^4 - 7x^2 = 18$

7. $(6x^2 - 7x)^2 - 2(6x^2 - 7x) - 3 = 0$

8. $(x^2 - 2x + 3)^2 = 4x^2 - 8x + 17$

9. $(x^2 + x)(x^2 + x + 1) = 42$

10. $(x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) = 3$

十一、1. 已知关于 x 的一元二次方程 $(m - \sqrt{2})x^2 + 3x + m^2 - 2 = 0$ 的一个根是零, 求 m 的值.

2. x 为何值时, 最简根式 $\sqrt{x^2 - x}$ 与 $2\sqrt{4x + 24}$ 是同类二次根式.

3. 已知 $x^2 - 15xy + 50y^2 = 0$, 求 $\frac{x}{y}$ 的值?

12.3 一元二次方程的根的判别式

一、填空题

1. 方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的判别式为 _____, 如果方程有两个不相等的实数根, 那么 Δ _____ 0; 如果方程有两个相等的实数根, 那么 Δ _____ 0; 如果方程没有实数根, 那么 Δ _____ 0.
2. 关于 x 的方程 $x^2 - 2x - m = 0$ 有两个不相等的实数根, 那么 m _____.
3. 关于 x 的方程 $x^2 + 2(a - 4)x + a^2 - 6a + 2 = 0$ 有两个相等的实数根, 那么 a _____.
4. 关于 x 的方程 $x^2 - 2(k + 1)x + k^2 = 0$ 没有实数根, 那么 k _____.
5. 若方程 $x^2 - x - a = 0$ 与方程 $x^2 + ax + 1 = 0$, 只有一个相同的根, 则 $a =$ _____.
6. 方程 $2x^2 - (2m + 1)x + m = 0$ 的根的判别式的值是 9, 则 $m =$ _____.
7. 若方程 $(m - 1)x^2 - 2x + 1 = 0$ 有实根, 则 m 范围为 _____.
8. 当 m 的值 _____ 时, 方程 $m^2x^2 + (2m - 1)x + 1 = 0$ 有两个实数根.
9. 不解方程, 判定方程 $m^2x^2 - mx - 3 = 0$ 根的状况, 有 _____.
10. 方程 $2x(mx - 4) - x^2 + 6 = 0$ 有两个实数根, 则 m 的最大整数值是 _____.
11. 如果一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$, 一定有两个不相等的实数根, 则 a 与 c 的符号 _____.
12. 已知方程 $2a(1 - x) = b(1 - x^2)$ 有两个相等的实数根, 则 a, b 的关系是 _____.

二、判断正误: 正确的在括号内画“√”, 错误的画“×”

1. 一元二次方程必有两个实数根. ()
2. 如果 a, b, c 都是有理数, 且 $b^2 - 4ac$ 是一个完全平方数, 那么一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根必是有理数. ()
3. 当 $m > -1$ 时, 方程 $mx^2 - 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根. ()
4. m 取任何实数时, 方程 $x^2 - mx - 1 = 0$, 都有两个不相等的实数根. ()
5. 当 $a > 0, c < 0$ 时, 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 一定有两个不相等的实数根. ()





三、选择题

1. 方程 $2x^2 - x = 4$ 的判别式的值是 ()

A. 33 B. -31 C. 32 D. $\pm 4\sqrt{2}$

2. 如果关于 x 的方程 $x^2 + (2k-1)x + (k^2-1) = 0$ 有两个实数根, 那么 k 的取值范围是 ()

A. $k = \frac{5}{4}$ B. $k \neq \frac{5}{4}$ C. $k \geq \frac{5}{4}$ D. $k \leq \frac{5}{4}$

3. 下面四个方程中:

(1) $\frac{1}{2}x^2 + 2 = 2x$ (2) $16y^2 - 24y = -9$ (3) $5x^2 = 7x$ (4) $x^2 + 2 = 2\sqrt{2}x$ 有两个相等的实数根的方程个数是 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

4. 如果关于 x 的一元二次方程 $(1-k)x^2 + (k+2)x + 1 = 0$ 有实数根, 那么 k 的范围是 ()

A. $k < -8$ 或 $k > 0$ B. $k < -8$ 或 $k > 0$ 且 $k \neq 1$
C. $k \leq -8$ 或 $k \geq 0$ D. $k \leq -8$ 或 $k \geq 0$ 且 $k \neq 1$

5. 方程 $2x^2 - kx + x + 8 = 0$ 有两个相等的实数根, 则 k 为 ()

A. 9 或 7 B. -7 C. 9 或 -7 D. -9 或 -7

6. 若方程 $px^2 - 2(p+2)x + p + 5 = 0$ 无实根, 则方程 $(p-5)x^2 - 2(p+2)x + p = 0$ 有 ()

A. 无实数根 B. 两个相等的实数根
C. 两个不相等的实数根 D. 两个不等的实数根或只有一个实数根

7. 当 k 不小于 $-\frac{1}{4}$ 时, 方程 $(k-2)x^2 - (2k-1)x + k = 0$ 有 ()

A. 两个不等的实数根 B. 两个相等的实数根
C. 有两个实数根 D. 以上都不对

8. 关于 x 的方程 $mx^2 - 2(3m-1)x + 9m-1 = 0$ 有两个实数根, 那么 m 值的范围是 ()

A. $m \leq \frac{1}{5}$ B. $0 < m < \frac{1}{5}$ 或 $m < 0$ C. $m \leq \frac{1}{5}$ 且 $m \neq 0$ D. $m \geq \frac{1}{5}$

9. 已知 $k > 0$ 且方程 $3kx^2 + 12x + k = -1$ 有两个相等的实数根, 那么 k 的值等于 ()

A. $2\sqrt{3}$ B. $\pm 2\sqrt{3}$ C. 3, -4 D. 3

10. 若方程 $(a-2)x^2 - (2a-1)x + a = 0$ 有两个不相等的实数根, 则

A. $a \geq -\frac{1}{4}$ B. $a > -\frac{1}{4}$ C. $a \geq -\frac{1}{4}$ 且 $a \neq 2$ D. $a > -\frac{1}{4}$ 且 $a \neq 2$

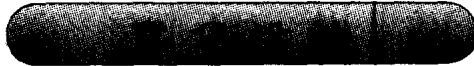
四、求值

1. k 为何值时, $x^2 - (2k+2)x + (k^2+5)$ 是一个完全平方式.

2. k 为何值时, 方程 $x^2 - (2k-3)x + (k+1)^2 = 0$ 没有实数根.

3. 若方程 $(k+1)x^2 + (2k-1)x + k = 0$ 有实根, 求 k 的取值范围.





4. 方程 $(m-1)x^2 + 2(m-7)x + 2m + 2 = 0$ 有两个相等的实数根, 求 m 的值.

5. 方程 $x^2 + (2m-5)x + m^2 = 0$ 有两个不相等的实数根, 求 m 的值.

6. 已知 $\sqrt{a+2} + |2b+3| = 0$, 当 k 为何值时, 关于 x 的方程 $kx^2 + ax + b = 0$ 有两个不相等的实数根.

五、已知: 方程 $(a^2 + b^2)x^2 + 2a(a+b)x + b(a+b) = 0$ 有相等的实数根, 且 a, b 为正数, 求证: $a = b$.

六、证明: 关于 x 的方程 $3mx^2 - (2m+3n)x + 2n = 0$ 一定有两个实数根. ($m \neq 0$)

七、证明下列各题

1. 已知: $b^2 = ac$, 求证: 方程 $(a^2 + b^2)x^2 - 2b(a+c)x + (b^2 + c^2) = 0$ 有两个相等的实数根, (a, b, c 都是实数).

2. 已知: 方程 $2x^2 + 2(a-c)x + (a-b)^2 + (b-c)^2 = 0$ 有相等的实数根.
求证: $a + c = 2b$ (a, b, c 是实数).

3. 求证: 当 $m \neq n$ 时, 方程 $2x^2 + 2(m+n)x + m^2 + n^2 = 0$ 必无实数根.

4. 如果方程 $x^2 + px + q = 0$ 有两个相等的实数根, 试证明方程 $(1-q + \frac{p^2}{2})x^2 + p(1+q)x + q(q-1) + \frac{p^2}{2} = 0$ 也有两个相等的实数根.

* 12.4 一元二次方程的根与系数的关系

一、填空题

1. 如果 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两个根是 x_1, x_2 , 那么 $x_1 + x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$, $x_1 \cdot x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$.





2. 已知 x_1, x_2 是方程 $2x^2 + 3x - 4 = 0$ 的两个根, 那么 $x_1 + x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$, $x_1 \cdot x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$
 $= \underline{\hspace{2cm}}$, $x_1^2 + x_2^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 如果关于 x 的方程 $x^2 + \sqrt{2}x + a = 0$ 的一个根是 $1 - \sqrt{2}$, 那么另一个根是 $\underline{\hspace{2cm}}$, $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 如果关于 x 的方程 $x^2 + 6x + k = 0$ 的两根差为 2, 那么 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 如果方程 $x^2 - (m-1)x + m - 5 = 0$ 的两根互为相反数, 那么 $m = \underline{\hspace{2cm}}$, 若两根互为倒数, 则
 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

6. 已知方程 $x^2 - kx + 22 = 0$ 的一根为 $5 - \sqrt{3}$, 则另一个根为 $\underline{\hspace{2cm}}$, $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 若方程 $x^2 + px + 3 = 0$ 的一根是另一个根的 3 倍, 则 $p = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 以 $\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}$ 为根的一元二次方程是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. 已知方程 $2x^2 + px - q = 0$ 的两个根是 -4 和 2 , 则 $p = \underline{\hspace{2cm}}$, $q = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 已知方程 $x^2 - 3x + m = 0$, 若两根之差是 5, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、选择题

1. 设 x_1, x_2 是方程 $2x^2 - 3x - 4 = 0$ 的两个实数根, 那么 $(x_1 + 1)(x_2 + 1)$ 的值为 $(\quad)$

- A. $-\frac{1}{2}$ B. -6 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{5}{2}$

2. 如果关于 x 的方程 $4x^2 + (a^2 - 3a - 10)x + 4a = 0$ 的两个实数根互为相反数, 那么 a 的值为 $(\quad)$

- A. 5 B. 0 C. -2 D. 5 或 -2

3. 下列方程中, 两个实数根的和是 2 的一元二次方程是 $(\quad)$

- A. $x^2 + 2x - 3 = 0$ B. $x^2 - 2x + 3 = 0$
C. $x^2 - 2x - 3 = 0$ D. $x^2 + 2x + 3 = 0$

4. 已知关于 x 的方程 $x^2 + (m-2)x - m - 3 = 0$ 的两根平方和是 9, 那么 m 的值为 $(\quad)$

- A. 2 B. 1 C. -1 D. 1 或 -1

5. 如果 α, β 是方程 $x^2 - 6x - 3 = 0$ 的两个实数根, 那么以 $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 为根的一元二次方程是 $(\quad)$

- A. $3x^2 + 6x - 1 = 0$ B. $3x^2 - 6x + 1 = 0$
C. $6x^2 + 3x - 1 = 0$ D. $6x^2 - 3x + 1 = 0$

6. 如果 n 是方程 $x^2 + mx + n = 0$ 的根, 且 $n \neq 0$, 则 $m + n$ 等于 $(\quad)$

- A. $-\frac{1}{2}$ B. -1 C. $\frac{1}{2}$ D. 不能确定

7. α, β 是方程 $2x^2 - 3x - 8 = 0$ 的两个根, 则 $(\frac{1}{4})^{\alpha+\beta}$ 的值是 $(\quad)$

- A. $\frac{1}{64}$ B. $\frac{1}{8}$ C. 8 D. 64

8. 方程 $x^2 + mx + n = 0$ 的两个根分别是 3 和 -4, 则 $x^2 - mx + n$ 可分解为 $(\quad)$

- A. $(x-3)(x+4)$ B. $(x+3)(x-4)$
C. $(x+3)(x+4)$ D. $(x-3)(x-4)$

9. 方程 $x^2 - 2x - m = 0$ 有两个正根, 则 m 为 $(\quad)$

- A. $0 < m < 1$ B. $m > 0$ C. $-1 \leq m < 0$ D. $m < -1$





10. 以 $x_1 = \sqrt{2} - 1, x_2 = \sqrt{2} + 1$ 为根的一元二次方程为 ()

A. $x^2 + 2\sqrt{2}x + 1 = 0$ B. $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$ C. $x^2 + x + 2\sqrt{2} = 0$ D. $x^2 + 2\sqrt{2}x - 1 = 0$

11. 方程 $2x^2 - 8x - p = 0$ 有一个正根, 一个负根, 则 p 的值是 ()

A. 0 B. 正数 C. -8 D. -4

12. 已知方程 $x^2 + 2x - 1 = 0$ 的两根是 x_1, x_2 , 那么 $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 + 1 =$ ()

A. -7 B. 3 C. 7 D. -3

三、已知方程 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 的两根是 x_1, x_2 , 且 $x_1 > x_2$, 求下列代数式的值

1. $x_1 + x_2 =$ _____

2. $x_1 \cdot x_2 =$ _____

3. $x_1^2 + x_2^2 =$ _____

4. $x_1^2 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2 =$ _____

5. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} =$ _____

6. $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} =$ _____

7. $(x_1 + 1)(x_2 + 1) =$ _____

8. $x_1^3 + x_2^3 =$ _____

9. $x_1 - x_2 =$ _____

10. $x_1^2 - x_2^2 =$ _____

四、不解方程, 作一个新的一元二次方程, 使它的两个根满足下面的条件

1. 分别是方程 $6x^2 - 3x - 2 = 0$ 的两根的倒数.

2. 分别是方程 $3x^2 + 5x - 10 = 0$ 的两根的 3 倍.

3. 分别是方程 $2x^2 - 5x = 12$ 两根的平方.

4. 分别比方程 $x^2 = 7 - 5x$ 的两根大 3.

五、1. 已知两个数的和为 4, 积为 3, 求这两个数.

2. 已知方程 $mx^2 - 4x - 35 = 0$ 的两根之和为 4, 求 m 的值.

3. 已知方程 $x^2 + mx + 21 = 0$ 的两根的平方和是 58, 求 m 的值.

4. 已知方程 $x^2 + 3x + m = 0$ 的一个根是另一个根的 2 倍, 求 m 的值.

5. 已知方程 $x^2 - m^2x = m$ 的两个根是方程 $x^2 + mx = 1$ 的两个根各加上 1, 求 m 的值.

6. 已知方程 $x^2 - mx + x + m = 0$ 的两根之比为 2:3, 求 m 的值.





7. 已知 x_1, x_2 是关于 x 的方程 $x^2 + 2x + m^2 = 0$ 的两个根, 且 $x_1^2 - x_2^2 = 2$, 求 m 的值.

六、已知: 方程 $x^2 + px + q = 0$ 和方程 $x^2 + qx + p = 0$ 两根之差相等, 求: $p + q$ 的值?

七、当 m 是什么实数时, 关于 x 的二次方程 $mx^2 - 2(m+1)x + m - 1 = 0$ 的两个根是正数.

八、一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个实数根 x_1, x_2 , 求证: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

九、关于 x 的方程 $x^2 + 2(m-2)x + m^2 + 4 = 0$ 有两个实根, 且这两根平方和比两根之积大 21, 求 m 值.

十、如果关于 x 的二次方程 $k^2x^2 + (2k-3)x + 1 = 0$ 有两个实数根, 且这两个实数根之积为 1, 试求出这个方程.

12.5 二次三项式的因式分解(用公式法)

一、填空题

1. 在实数范围内分解二次三项式 $ax^2 + bx + c$ 的因式时, 可以先用公式求出方程_____的两个根 x_1, x_2 , 然后写成 $ax^2 + bx + c =$ _____.

2. 把下列各式分解因式:

(1) $2a(b+c) - 3(b+c) =$ _____.

(2) $4a(x-y)^2 - 2b(y-x)^2 =$ _____.

(3) $3ax^2 + 6axy + 3ay^2 =$ _____.

(4) $3x^2 - 5x + 2 =$ _____.

(5) $(x+y)^2 - (x+y) - 30 =$ _____.

(6) $2x^{n+1} - 6x^n + 4x^{n-1} =$ _____.

(7) $2x^{n+2} + 4x^n - 6x^{n-2} =$ _____.

(8) $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc =$ _____.

(9) 在实数范围内分解因式: $x^4 - 7x^2 + 6 =$ _____.

(10) 在实数范围内分解因式: $x^2 + (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} =$ _____.

二、选择题

1. 数式 $9a^4 - 6a^2b^2 + b^4$ 的一个因式是 ()

A. $3a^2 + b^2$ B. $3a^2 - b^2$ C. $(3a)^2 - b^2$ D. $(3a)^2 + b^2$

2. 如果 $25x^2 + 30xy + k$ 是一个完全平方式, 那么 k 是 ()

A. $9y^2$ B. y^2 C. $6y^2$ D. $36y^2$

