

771

挡土墙土压力计算

顾慰慈 编著



A0941848

中国建材工业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

挡土墙土压力计算 / 顾慰慈编著. —北京: 中国建材
工业出版社, 2000.12
ISBN 7-80159-005-8

I. 挡… II. 顾… III. 挡土墙—土压力—计算
IV. TU432

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2000) 第 79455 号

挡土墙土压力计算

顾慰慈 编著

*

中国建材工业出版社出版

(北京海淀区三里河路 11 号 邮编: 100831)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

北京丽源印刷厂印刷

*

开本: 787mm×1092mm 1/16 印张: 28 字数: 717 千字

2001 年 2 月第一版 2001 年 2 月第一次印刷

印数: 1—3000 册 定价: 53.00 元

ISBN 7-80159-005-8/TU·005

前 言

挡土墙作为挡墙、护墙（护岸、护坡），建筑物的边墙、翼墙和连接墙，桥梁的桥台，房屋地下室四周的边墙，抽水站和水电站前池的边墙等，广泛用于土木、建筑、铁道、交通和水利、水电工程中。随着经济建设和科学技术的发展，挡土墙的高度也从过去的几米发展到二十几米，例如太焦线铁路上修建的高 24m 的锚定板挡土墙，上部 12m 为多层锚定板挡土墙（下部 12m 为锚杆板桩墙（该墙于 1974 年建成使用至今）。又如，黄坛口水电站曾采用高 24m 的重力式挡土墙以预防山体的滑坡等等。

挡土墙的主要荷载是土压力，土压力的理论计算始于 1773 年，库仑（C. A. Coulomb）发表了以滑裂土体整体极限平衡为条件的著名库仑土压理论，其后于 1857 年朗肯（W. J. M. Rankine）又发表了以微分土体极限平衡为条件的朗肯土压理论，此后许多学者，如太沙基（K. Terzaghi）、契波塔廖夫（Tschebotarioff）、皮克（R. B. Peck）、毕晓普（A. B. Bishop）、罗威（P. W. Rowe）等，对土压力的计算理论及方法进行了研究，扩展了库仑和朗肯土压理论的应用范围，并且提出了许多新的计算方法和计算理论，如索柯洛夫斯基（В. В. Соколовский）的极限平衡理论、能量理论、水平层计算方法、土压力的空间计算理论等，使土压力的计算方法和计算理论渐趋完善和合理。

本书是在总结了国内外土压力方面的研究和本人在这一领域的研究结果的基础上编写成的，书中除介绍了朗肯土压理论和库仑土压理论外，还介绍了极限平衡理论、能量理论、空间计算理论和水平层计算方法。为了使本书更实用，书中附有大量的计算图表和计算实例，对于较复杂的计算方法，在本书附录中还附有计算机计算程序，可供读者参考和使用。

本书力求从理论和实用两方面来讲述挡土墙土压力的计算，但由于水平所限，书中不足和错误之处在所难免，欢迎读者批评指正。

作 者

2001 年 2 月

第一章 概 述

第一节 挡土墙的形式及土压力

一、挡土墙的形式

挡土墙是土木建筑、水利水电、铁道交通等工程建设中广泛应用的一种结构物，例如房基侧面的挡墙，路基两旁的护墙，水工建筑物进出口处的翼墙和两侧的边墙，桥梁的桥台，河道两岸的护岸墙，港池的护墙，地下建筑物的边墙，边坡的挡墙等，均为挡土墙。

挡土墙的类型很多，根据其结构特点可分为：

- (1) 重力式挡土墙 [图 1-1 (a)];
- (2) 悬臂式挡土墙 [图 1-1 (b)];
- (3) 扶臂式挡土墙 [图 1-1 (c)];
- (4) 支撑墙 [图 1-1 (d)];
- (5) 板桩墙挡土墙和锚定板挡土墙 [图 1-1 (e)];
- (6) 加筋土挡土墙 [图 1-1 (f)]。

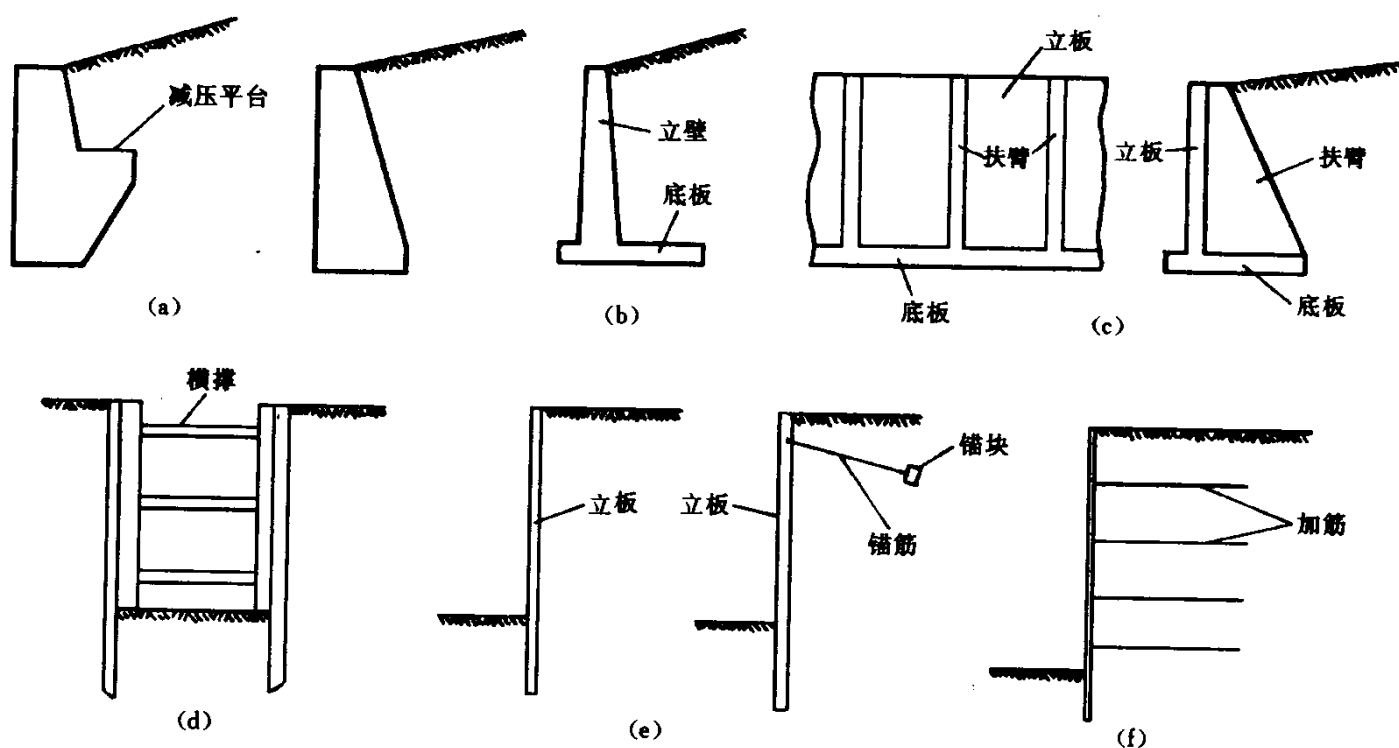


图 1-1 挡土墙的类型

在上述挡土墙中，重力式挡土墙应用最广，是历史最长久的一种挡土墙。锚定板挡土墙和加筋土挡土墙，则是近几十年发展起来的一种新型挡土墙，也是一种比较节省材料的挡土结构。

根据墙体刚度的不同，挡土墙又可分为刚性挡土墙和柔性挡土墙两类。刚性挡土墙是指墙体本身刚度较大，在土压力作用下墙体基本不变形或变形很小的挡土墙，如用砖、石、混凝土、钢筋混凝土等材料建筑的重力式挡土墙、悬臂式挡土墙、扶臂式挡土墙等，在计算这

种挡土墙上的土压力时，可以不考虑墙体变形对土压力及其分布的影响。柔性挡土墙是指墙体的刚度不大，在土压力作用下墙体本身会产生变形的挡土墙，如支撑墙、板桩墙、锚定板挡土墙等，在计算这类挡土墙上的土压力时，应考虑墙体变形的影响。

二、作用在挡土墙上的土压力

土压力是土力学中的一个重要课题，从18世纪开始就有许多学者对此进行了研究，提出了土压力的计算理论和计算方法，其中最著名的是1773年库仑(C. A. Coulomb)提出的土压理论和1857年朗肯(W. J. M. Rankine)提出的土压理论，这两个土压力理论得到了广泛的应用，至今也是工程建设中进行土压力计算的基础。

作用在挡土墙上的土压力，其大小和分布与许多因素有关，例如：

- (1) 挡土墙的形式和墙体的刚度；
- (2) 挡土墙表面的倾斜度及其粗糙程度；
- (3) 挡土墙的变形和位移；
- (4) 填土的性质（如土的均匀性，土的物理力学性质等）；
- (5) 填土表面荷载的情况；
- (6) 地下水的情况。

挡土墙形式不同，作用在其上的土压力的大小和分布也不相同，库仑土压力理论和朗肯土压力理论主要适用于刚性挡土墙。柔性挡土墙由于受到墙体本身变形的影响，土压力及其分布与刚性挡土墙有很大区别。

挡土墙表面的粗糙度和倾斜度将直接影响到作用在墙面上的土压力的大小和作用方向，

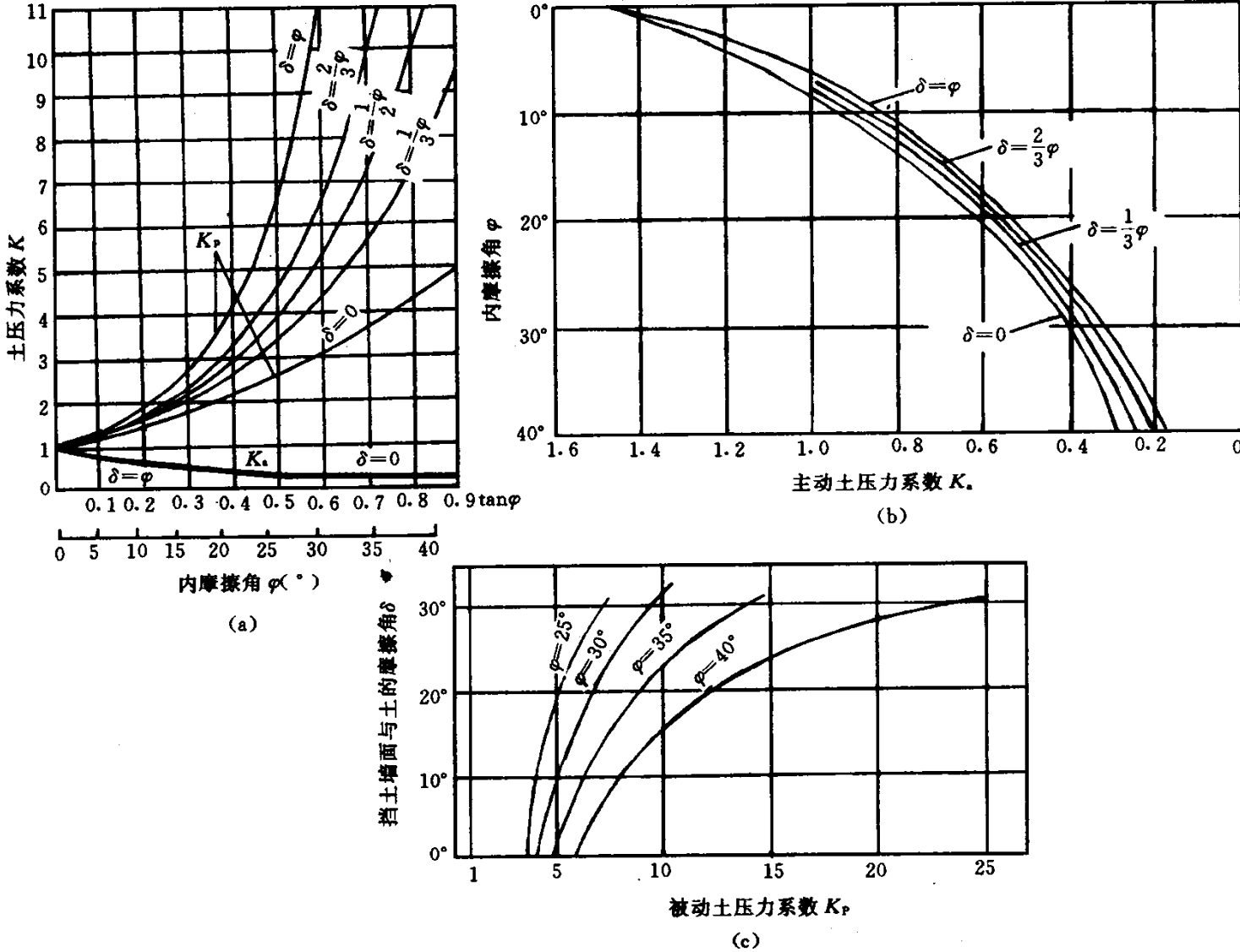


图 1-2 填土的内摩擦角 φ 和填土与墙面摩擦角 δ 与土压力(主动土压力和被动土压力)的关系

作用在光滑墙面上的土压力要比作用在粗糙墙面上的土压力小，前者土压力的作用方向与墙面的法线一致，而后者则与墙面法线成某一角度（等于墙面与填土的摩擦角）。此外，墙面的俯仰角愈大，则作用在墙面上的土压力也愈大。契波塔廖夫（Tschebotarioff）对填土为砂土，填土表面水平，墙面竖直的挡土墙进行了研究，结果表明 [图 1-2 (a)]，填土与墙面的摩擦角 δ 对主动土压力系数 K_a 的影响比较小，但对被动土压力系数 K_p 的影响就比较大。当填土的内摩擦角 $\varphi \leq 5^\circ$ 时， δ 对 K_p 值的影响比较小，而 $\delta = \varphi$ 的 K_p 值约为 $\delta = 0^\circ$ 时的 K_p 值的 1.26 倍；当 φ 增大到 15° 时， $\delta = \varphi$ 时的 K_p 值约为 $\delta = 0^\circ$ 时的 K_p 值的 1.46 倍；当 $\varphi = 20^\circ$ 时， $\delta = \varphi$ 时的 K_p 值约为 $\delta = 0^\circ$ 时的 K_p 值的 1.8 倍；当 φ 超过 20° 以后，两种情况下 K_p 值的差别迅速增大，例如当 $\varphi = 25^\circ$ 时， $\delta = \varphi$ 时的 K_p 值约为 $\delta = 0^\circ$ 时 K_p 值的 2.4 倍，而当 $\varphi = 30^\circ$ 时， $\delta = \varphi$ 时的 K_p 值约为 $\delta = 0^\circ$ 时 K_p 值的 3.3 倍。图 1-2 (b)、(c) 中表示出填土内摩擦角 φ 和填土与墙面摩擦角 δ 与主动土压力系数 K_a 和被动土压力系数 K_p 的关系。

填土的不均匀性不仅影响到墙面上土压力的大小，而且也影响到土压力沿墙面的分布。砂土的土压力较粘性土大，而填土的抗剪强度指标愈大，土压力则愈小。

填土表面作用荷载时，将在挡土墙墙面上产生一个附加的土压力。附加土压力的大小及其沿墙面的分布，与荷载的大小及其在填土表面的分布有直接关系。荷载大，附加土压力也大，荷载在填土表面分布不同，附加土压力在墙面上的分布也不同。

地下水将改变填土的物理力学性质，因而也影响到土压力的大小。通常，地下水位以下土的容重 γ 、内摩擦角 φ 和凝聚力 c 将比地下水位以上的土小，因而对于同一种土，无地下水时的土压力将比有地下水时的土压力大，但有地下水时挡土墙墙面上将增加一个孔隙水压力，这种孔隙水压力，对于砂性填土，大致等于静水压力。

挡土墙的位移和变形与土压力的大小直接关系。挡土墙的位移方式与墙的类型和用途有关，通常有以下四种方式：

- (1) 墙体下端固定，上端向外（内）侧转动，图 1-3 (c)、(d)。
- (2) 墙体上端固定，下端向外（内）侧转动，图 1-3 (e)、(f)。
- (3) 墙体向外侧平移，图 1-3 (a)、(b)。
- (4) 墙体上端向内（外）侧移动，下端向外（内）侧移动，图 1-3 (g)。

通常，当挡土墙墙体产生足够的位移，而使墙背面填土处于极限平衡状态时，土压力的分布为三角形；当墙体位移并未达到使墙背面填土处于极限平衡状态时，土压力的分布为曲线形。杜勃洛娃（Дуброва）曾对高度为 68cm 的模型墙和墙背面填土为砂土和碎石土的情况进行了试验，实测得墙体在不同位移时作用在墙面上的土压力，其结果是当墙的上端向外侧移动，下端固定时，土压力的分布为三角形；而当墙体向外平移或墙的上端固定、下端向外侧移动时，作用在墙上的土压力均呈曲线形分布。

三、土压力的种类

如前所述，作用在挡土墙上的土压力与墙体的位移和变形有关，当墙体静止不动，既不产生位移，也不产生变形时，挡土墙墙背面的填土处于弹性平衡状态，此时填土对挡土墙所产生的土压力称为静止土压力。若墙体向背离填土方向产生水平位移，或者墙体围绕靠近填土方向的墙顶旋转，或者墙体围绕靠近填土方向的墙踵旋转，使墙体产生背离（远离）填土方向的变形时，土压力由原来的静止土压力逐渐减小，墙后填土逐渐失去原来的弹性平衡状态，当填土达到主动极限平衡状态时，此时作用在挡土墙上的土压力称为主动土压力。若墙体向着填土方向平移和转动，产生向着填土方向的位移或变形，使墙背面填土逐渐压密而失

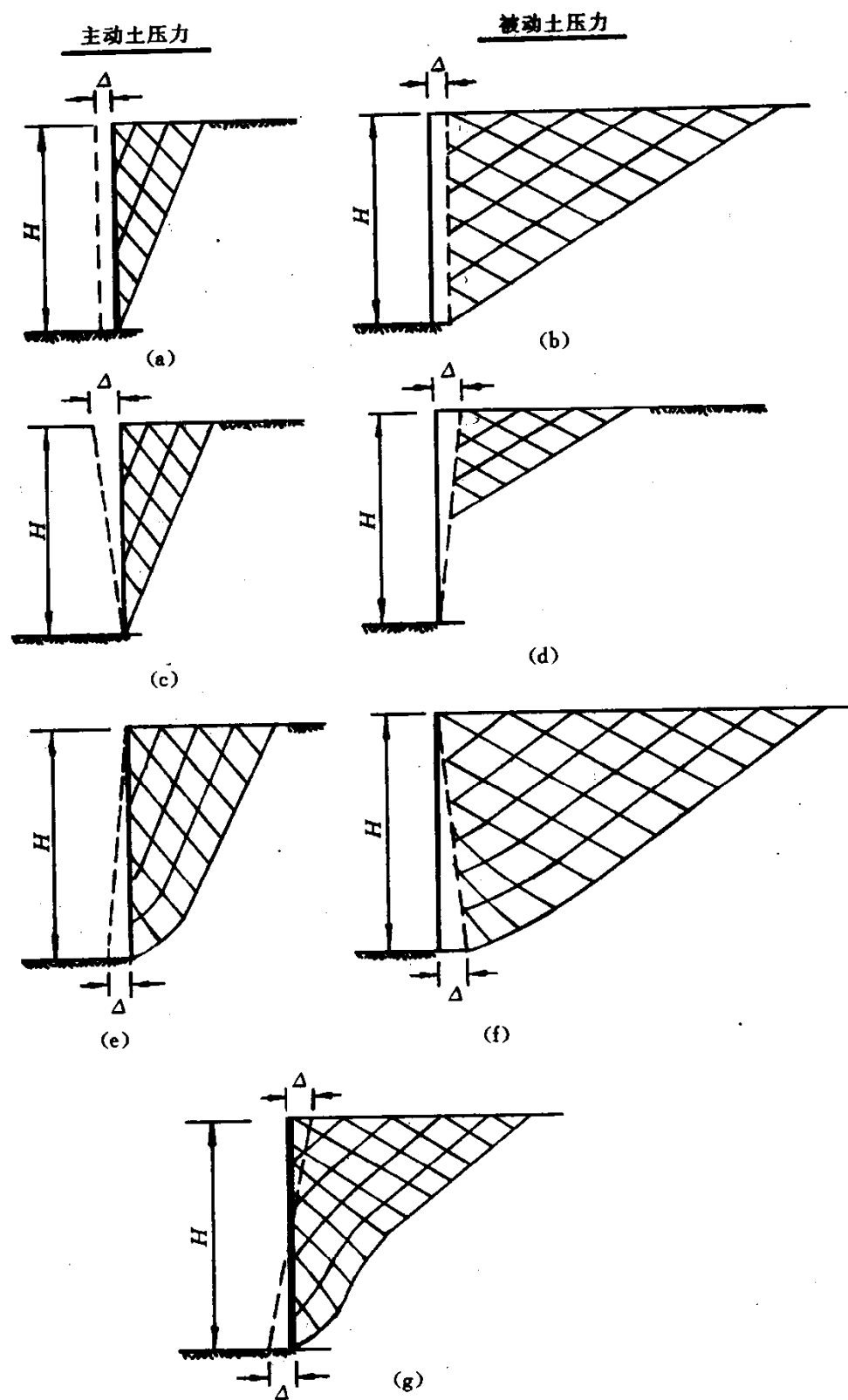


图 1-3 挡土墙的位移方式

去原来的弹性平衡状态，当位移达到一定数量，即土体压密到一定程度，而使墙背面填土处于被动极限平衡状态时，此时填土作用在挡土墙上的土压力，称为被动土压力。

因此，挡土墙上的土压力可分为三类，即静止土压力 P_0 ，主动土压力 P_a 和被动土压力 P_p 。三者与墙体位移的关系如图 1-4 所示。

在上述三类土压力中，主动土压力最小，静止土压力居中，被动土压力最大，即

$$P_a < P_0 < P_p \quad (1-1)$$

土中侧向压力 P_x 与竖向压力 P_z 的比值，即 $K = \frac{P_x}{P_z}$ ，称为土的侧向压力系数，也简称为土压力系数。

太沙基 (K. Terzaghi) 等一些土力学者，通过试验研究了墙体位移与土压力的关系，如

图 1-5 所示。图中纵坐标以侧向压力与竖向压力的比值，即土的侧压力系数 K 表示；横坐标以墙顶位移 Δ 与墙高 H 的比值，即相对位移 $\frac{\Delta}{H}$ 表示；图中实线表示密实砂土的试验结果，虚线表示松砂的试验结果。试验时墙体的下端固定，上端位移，当墙顶向远离填土的方向位移时，此时的位移为正值 ($+\Delta$)，当墙顶向填土方向位移时，此时的位移为负值 ($-\Delta$)。由图可知，当墙的相对位移 $\frac{\Delta}{H}=0$ 时，土压力为静止土压力，土压力系数 K 大致在 0.2~0.6 之间。当墙产生正向位移 ($+\Delta$) 时，土压力系数迅速减小，当相对位移 $\frac{\Delta}{H}$ 达到 0.001~0.005 时，墙背面填土即处于主动极限平衡状态，此时填土对挡土墙的压力即为主动土压力。随着相对位移 $\frac{\Delta}{H}$ 的继续增大，土压力系数也继续减小，当相对位移 $\frac{\Delta}{H}$ 达到约 0.01，此时土压力系数最小，随后当相对位移 $\frac{\Delta}{H}$ 继续增大，土压力系数又开始缓慢地增大，而对于松砂，则土压力系数仅有下降，但变化不大。当墙体产生负向位移 ($-\Delta$) 时，土压力系数迅速增大，当相对位移 $\frac{\Delta}{H}$ 达到 $-0.01 \sim -0.05$ 时，墙背面的填土即进入被动极限平衡状态，此时填土作用在墙上的土压力为被动土压力。随着相对位移 $-\frac{\Delta}{H}$ 继续增大，土压力系数还将继续增大。

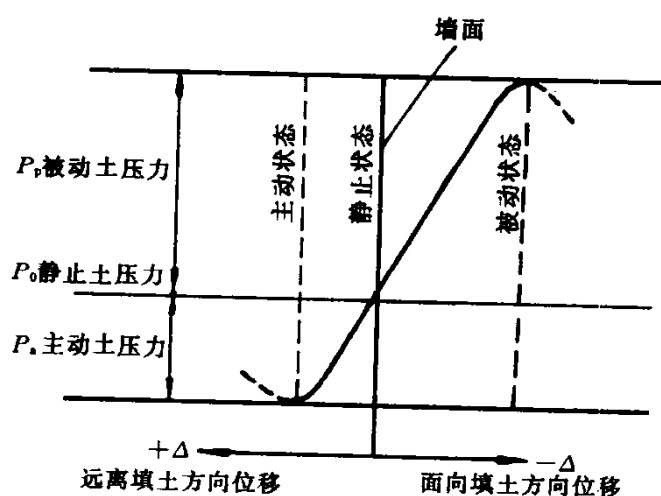


图 1-4 土压力与挡土墙位移的关系

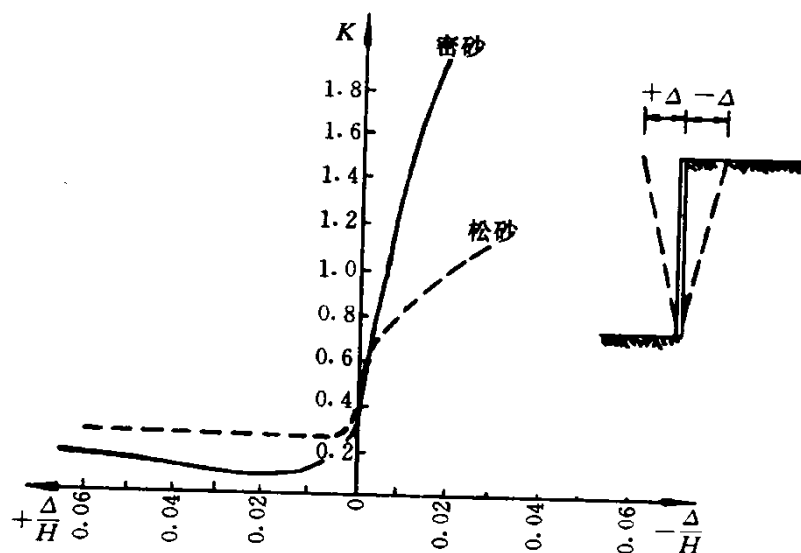


图 1-5 挡土墙的位移值与土压力的关系

根据一些试验资料的分析，产生主动土压力和被动土压力所需的相对位移 $\frac{\Delta}{H}$ 值如表 1-1 所示。

产生主动土压力和被动土压力所需的相对位移 $\frac{\Delta}{H}$ 值

表 1-1

土的类别	土压力类别	墙体位移（变形）的方式	所需要的相对位移 $\frac{\Delta}{H}$
砂 土	主动土压力	墙体平行位移	0.001
	主动土压力	绕墙踵转动	0.001
	主动土压力	绕墙顶转动	0.02
	被动土压力	墙体平行位移	-0.05
	被动土压力	绕墙踵转动	> -0.1
	被动土压力	绕墙顶转动	-0.05
粘 土	主动土压力	墙体平行移动	0.004
	主动土压力	绕墙踵转动	0.004

第二节 土的强度和土中一点的应力

一、土的强度

土是由矿物颗粒所组成的，并由孔隙中的水和胶结物质连结在一起。土颗粒之间的连结强度远远小于颗粒本身的强度，因此土在力的作用下，土颗粒与土颗粒之间将会产生错动，引起一部分土体相对于另一部分土体的滑动。

土体的滑动是由于滑动面上的剪应力超过土的抗剪强度，因而产生剪切破坏所造成的，这就是土的破坏特征，也是土的强度特征。这也就是说土的破坏是剪切破坏，土的强度是指土抗剪切破坏的强度。所以土的抗剪强度是指土在抵抗剪切破坏时所能承受的极限剪应力。

在土中一点处，若某方向平面上所产生的剪应力 τ 等于土的抗剪强度 τ_f ，即 $\tau = \tau_f$ ，则该点就处于破坏的临界状态；若该平面上的剪应力 τ 大于土的抗剪强度 τ_f ，即 $\tau > \tau_f$ ，则该点就沿这一平面剪裂，而处于破坏状态；若该平面上的剪应力 τ 小于土的抗剪强度 τ_f ，即 $\tau < \tau_f$ ，此时该点不可能沿这一平面产生剪切破坏，而处于稳定状态。随着作用力的增大，土中剪切破坏的点也随之增多，这些破坏点组成一个剪切破坏区，也称为塑性变形区。当土中剪切破坏区的范围扩大到边界面，而破坏区边界面上形成连续的滑动面时，土体就丧失整体稳定性，即破坏区将沿滑动面产生整体滑动。

土的抗剪强度可通过土的剪切试验来求得，图 1-6 所示为直接剪力仪，它是由剪切盒（分上、下两部分）和底座所组成。试验时，将土样放置在剪切盒内，土样的顶面和底面各加一块透水石，在顶面透水石上设加压板，并在加压板上分级施加压力 P ，使土样受到垂直压应力 $\sigma = \frac{P}{A}$ ，其中 A 为土样的截面面积。然后在剪切盒的下盒上施加水平推力 T ，由于剪切盒的上盒固定，而下盒底面设有滚珠，可沿底座水平滑动，使土样沿上、下盒接触面处受剪，当水平推力 T 逐渐增大，使土样沿剪切面刚好发生剪切破坏时，此时土样所受的剪应力 $\tau = \frac{T}{A}$ 即为极限剪应力，也就是土样在垂直压应力 $\sigma = \frac{P}{A}$ 作用下的抗剪强度 τ_f 。

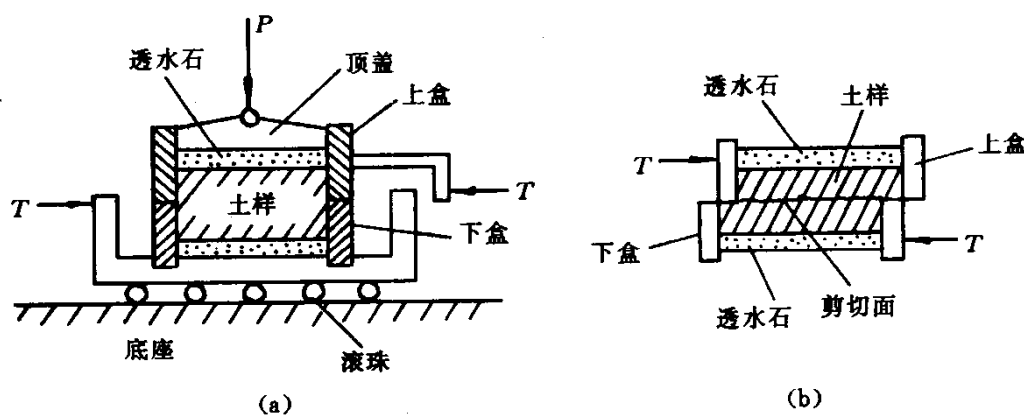


图 1-6 剪切试验

(a) 直接剪切仪；(b) 剪切试验示意图

按上述方法分级施加垂直压力 P_1 、 P_2 、 P_3 、 P_4 等 4 个不同垂直压力，即使土样分别受到垂直压应力 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 、 σ_4 ，并求得不同垂直压力作用下土样的极限剪应力 τ （即相应的抗剪强度 τ_{f1} 、 τ_{f2} 、 τ_{f3} 、 τ_{f4} ），然后以土的抗剪强度为纵坐标，以垂直压应力 σ 为横坐标，将试验点标绘于图上，即可绘制成 τ_f - σ 关系线，如图 1-7 所示。在一般压力范围内，土的抗剪强度 τ_f 与垂直应力 σ 之间成线性关系，即 τ_f - σ 关系线为一条直线。对于砂土，该直线通过坐标原点，并

与水平轴成 φ 角 (φ 为土的内摩擦角); 对于粘性土, 该直线仍与水平轴成 φ 角, 但不通过原点, 而与纵坐标轴相交, 交点距坐标原点的纵坐标高度为 c , c 为土样的凝聚力。因此, 由图 1-7 可得土的抗剪强度 τ_f 与垂直应力 σ 的方程如下:

对于砂土

$$\tau_f = \sigma \tan \varphi \quad (1-2)$$

对于粘性土

$$\tau_f = \sigma \tan \varphi + c \quad (1-3)$$

式中 σ ——破坏面上的法向应力 (kPa);

φ ——土的内摩擦角 ($^\circ$);

c ——土的凝聚力 (kPa)。

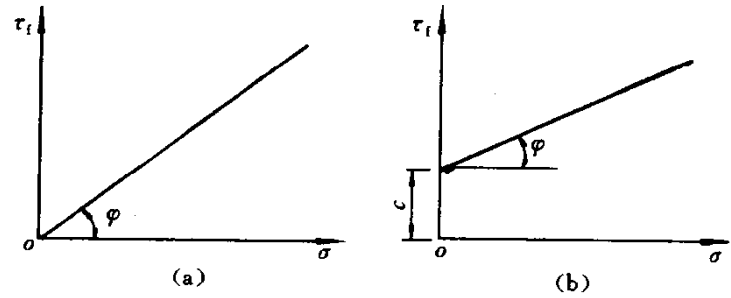


图 1-7 土的抗剪强度 τ_f 与垂直压应力 σ 的关系

(a) 砂土; (b) 粘性土

公式 (1-2) 和 (1-3) 即为著名的库仑强度定律, 这是库仑于 1773 年提出的, 它表明

土的抗剪强度由两部分组成, 一部分是土的内摩擦力 (即土颗粒之间的摩阻力), 另一部分是土的凝聚力。 φ 和 c 统称为土的抗剪强度指标。由于砂土不存在凝聚力, 故砂土的抗剪强度仅为内摩擦力。但是砂土的内摩擦角较大, 对于砾砂、粗砂、中砂, 内摩擦角约为 $32^\circ \sim 40^\circ$; 对于细砂和粉砂约为 $28^\circ \sim 36^\circ$ 。松砂的内摩擦角接近其自然休止角, 饱和砂的内摩擦角则较同样密度的干砂小 $1^\circ \sim 2^\circ$ 。粘土的内摩擦角 φ 和凝聚力 c 的变化较大, φ 值由软粘土的 0° 变化到一般粘土的 25° , c 值则由 0.5kPa 变化到 70kPa 。

由于砂土和粘土的 φ 值和 c 值的不同, 所以当法向应力 σ 较小时, 粘土的抗剪强度较砂土大; 而当 σ 较大时, 则砂土的抗剪强度较粘土大, 如图 1-7 所示。

二、土中一点处的应力状态

天然地基相对于建筑在其上的建筑物来说, 可以认为是无限的, 所以天然地基可以看作是以地基表面为分界面将无限空间一分为二的一个半无限体。如若半无限平面的表面无剪应力作用, 则根据剪应力互等定律, 该半无限体内任一水平面上也无剪应力。而半无限体内的任意两个垂直平面都是对称的, 并与水平面成正交, 所以也无剪应力, 而且两个垂直面上的应力是相同的。所以在半无限体中任意一点处, 作用在 x 和 y 坐标轴方向的应力仅为正应力 σ_1 和 σ_3 , 如图 1-8 (a) 所示。

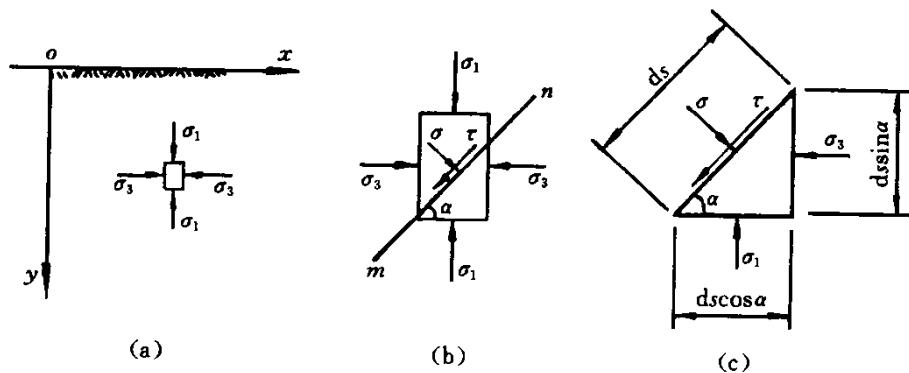


图 1-8 土中一点处的应力

(a) 半无限土体中的一点; (b) 微分土体上的作用力; (c) 微分直角棱柱体上的应力

如果从半无限体中取出一个单位宽度的微分土体, 如图 1-8 (b) 所示, 作用在微分土体上、下水平面上的正应力均为 σ_1 , 作用在左右两个竖直面上的正应力均为 σ_3 , 在这 4 个面上均无剪应力作用。若再用一个与水平面成 α 角的 $m-n$ 平面从上述微分土体中切取一个直角棱

柱体,如图 1-8 (c) 所示,则作用在该直角棱柱体斜面上的应力有正应力 σ 和剪应力 τ ,而作用在该棱柱体水平面上的应力仅有正应力 σ_1 ,作用在棱柱体竖直面上的应力仅有正应力 σ_3 ,该棱柱体在上述力的作用下处于平衡状态。若棱柱体的斜面(边)长度为 ds ,则该棱柱体水平面的边长为 $ds \cos \alpha$, 竖直面的边长为 $ds \sin \alpha$ 。

由图 1-8 (b), 根据静力平衡条件 $\Sigma x=0$ 可得:

$$\sigma ds \times 1 \times \sin \alpha - \tau ds \times 1 \times \cos \alpha - \sigma_3 ds \times \sin \alpha \times 1 = 0$$

即

$$\sigma \sin \alpha - \tau \cos \alpha - \sigma_3 \sin \alpha = 0 \quad (1-4)$$

根据静力平衡条件 $\Sigma y=0$ 可得:

$$\sigma_1 ds \times \cos \alpha \times 1 - \sigma ds \times 1 \times \cos \alpha - \tau ds \times 1 \times \sin \alpha = 0$$

即

$$\sigma_1 \cos \alpha - \sigma \cos \alpha - \tau \sin \alpha = 0 \quad (1-5)$$

将公式 (1-4) 和 (1-5) 联立求解, 可得棱柱体斜面上作用的应力为:

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\cos 2\alpha \\ \tau &= \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\sin 2\alpha \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

公式 (1-6) 表示, 在半无限体中任意一点上, 若该点的水平面方向上作用正应力 σ_1 , 竖直面方向上作用正应力 σ_3 , 则在该点上与水平面成 α 角的 $m-n$ 平面方向上作用的正应力 σ 和剪应力 τ 与正应力 σ_1 和 σ_3 的关系。

三、应力圆 [莫尔 (More) 应力圆]

如果以正应力 σ 为横坐标, 以剪应力 τ 为纵坐标, 绘制直角坐标图, 如图 1-9 所示。在横

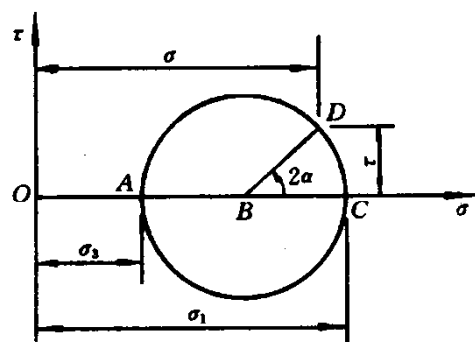


图 1-9 应力圆

坐标轴上, 以坐标为 $\frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)$ 的点为圆心(即 B 点), 以 $r = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$ 为半径, 可绘制成一个圆(如图 1-9 所示), 该圆与横坐标相交的两个点分别为 A 点和 C 点, A 点的横坐标值为 σ_3 , C 点的横坐标值为 σ_1 。

在这个圆上, 若以水平半径 BC 为准, 按逆时针方向旋转 2α 角, 则可在该圆的圆周上得到一个 D 点。由图 1-9 中的几何关系可得 D 点的横坐标值为:

$$\begin{aligned} \sigma_D &= \overline{OA} + \overline{AB} + \overline{BD}\cos 2\alpha \\ &= \sigma_3 + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\cos 2\alpha \end{aligned}$$

将上式整理后可得:

$$\sigma_D = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\cos 2\alpha \quad (1-7)$$

D 点的纵坐标值为:

$$\tau_D = \overline{BD}\sin 2\alpha = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\sin 2\alpha \quad (1-8)$$

将公式 (1-7) 和 (1-8) 分别与公式 (1-6) 中的两个式子相比较, 可见:

$$\sigma_D = \sigma$$

$$\tau_D = \tau$$

这一结果表示,土中一点处与水平面成 α 角的任意方向平面上的应力 σ 和 τ ,均相应于图1-9中圆上与水平坐标轴成 2α 角的一个点处的横坐标值和纵坐标值。也就是说,土中一点处任意方向平面上的应力,均可由图1-9所示的圆中相应点上求得;或者说图1-9中圆上的任意一点,表示土中一点处相应方向平面上的应力,因此图1-9所表示的圆,称为应力圆,也称为莫尔(More)圆或莫尔应力圆,因为用应力圆来表示一点处任意方向平面上的应力是由莫尔(More)首先提出的。

第三节 土中应力的极限平衡条件

土中一点的应力状态通常可以用应力圆与库仑强度线之间的关系(位置)来说明:当应力圆位于库仑强度线的下方时,如图1-10(a)所示,说明该点任何方向平面上的剪应力 τ 均小于土的抗剪强度 τ_f (即 $\tau < \tau_f$),该点的应力处于弹性状态,即该点处于稳定状态;当应力圆与库仑强度线(即 τ_f - σ 关系线)相切时,如图1-10(b)中的D点,说明该点在与水平面成 α 夹角的平面(图1-10中的AD面)上的剪应力 τ 刚好达到土的抗剪强度 τ_f (即 $\tau = \tau_f$),该点的应力处于极限平衡状态,该平面达到破坏状态,称为破裂面或滑动面,此时的应力圆称为极限应力圆;当库仑强度线成为应力圆的割线时,如图1-10(c),说明该点在与水平面成夹角 α_1 到 α_2 的一系列平面[即图1-10(c)中从AD₁到AD₂平面之间的一系列平面]上,剪应力 τ 均达到了土的抗剪强度 τ_f ,该点已处于破坏状态。当然这只是一理论上的情况,因为实际上只要该点某一平面上的应力达到极限平衡状态,该点即已处于破坏状态。

根据图1-10(b)所表示的极限应力圆与库仑强度线所构成的几何条件,可以建立土中一点处应力的极限平衡条件。

如将图1-10(b)中的库仑强度线延伸,并与水平轴相交于E点,则三角形EBD为一三角形,ED线与EB线之间的夹角为 φ (土的内摩擦角),故由三角形EBD的几何关系可得:

$$\sin \varphi = \frac{\overline{BD}}{\overline{EB}}$$

由于 $\overline{BD} = \overline{BC} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$, $\overline{EB} = \overline{EO} + \overline{OB} = c \cot \varphi + \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)$, 故

$$\sin \varphi = \frac{\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)}{\frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + c \cot \varphi} \quad (1-9)$$

或

$$\sin \varphi = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{(\sigma_1 + \sigma_3) + 2c \cot \varphi} \quad (1-10)$$

公式(1-10)也可写成:

$$(\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi + 2c \cot \varphi \sin \varphi = (\sigma_1 - \sigma_3) \quad (1-11)$$

公式(1-11)经整理后可得:

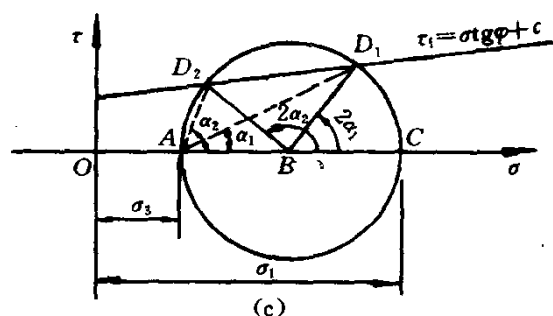
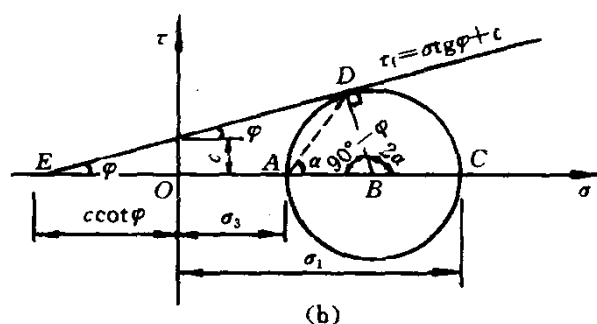
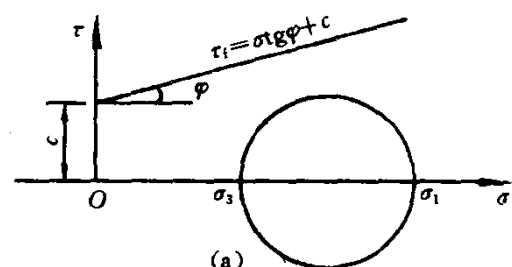


图1-10 土中一点处的应力状态

(a) 弹性状态; (b) 极限平衡状态; (c) 破坏状态

$$\sigma_1(1 - \sin\varphi) = \sigma_3(1 + \sin\varphi) + 2c\cos\varphi$$

即

$$\sigma_1 = \sigma_3 \frac{(1 + \sin\varphi)}{(1 - \sin\varphi)} + 2c \frac{\cos\varphi}{(1 - \sin\varphi)} \quad (1-12)$$

公式 (1-12) 即为土中一点处应力的极限平衡条件。将公式 (1-12) 经三角函数的变化后，可得土中一点处应力的极限平衡条件的简化表达式：

$$\sigma_1 = \sigma_3 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) + 2c \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (1-13)$$

或

$$\sigma_3 = \sigma_1 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - 2c \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (1-14)$$

公式 (1-13) 和 (1-14) 所表示的是粘性土中一点处应力的极限平衡条件，对于砂土，由于凝聚力 $c=0$ ，故砂土中应力的极限平衡条件变为：

$$\sigma_1 = \sigma_3 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (1-15)$$

或

$$\sigma_3 = \sigma_1 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (1-16)$$

应力达到极限平衡的平面称为破裂面或滑动面，它的方向由它与最大主应力 σ_1 作用面的夹角 α 来决定（参见图1-8）。由于图1-10 (b) 中的三角形 EBD 为一直角三角形，其中 $\angle DEB = \varphi$ ， $\angle EDB = 90^\circ$ ，故 $\angle DBE = 90^\circ - \varphi$ ，因此外角 $\angle DBC = 2\alpha = 180^\circ - \angle DBE = 180^\circ - (90^\circ - \varphi) = 90^\circ + \varphi$ ，所以破裂面与最大主应力作用面之间的夹角为：

$$\alpha = \frac{1}{2}(90^\circ + \varphi) = \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (1-17)$$

在图1-10 (b) 中，应力圆上的 A 点为小主应力 σ_3 的点， C 点为大主应力 σ_1 的点， BC 为大主应力作用面， BA 为小主应力作用面， D 点为与水平面成 α 角的平面上的应力点，该点的正应力为 σ ，剪应力为 $\tau = \tau_f$ ， BD 面为剪应力达到抗剪强度的平面，故 BD 线与 BC 线之间的夹角为破裂面与最大主应力作用面之间的夹角，但由于在应力圆中该角度较实际的夹角 α 放大了一倍，因此角度 $\angle DBC = 2\alpha$ 。 BD 线与 BA 线之间的夹角为破裂面与小主应力作用面之间的夹角，该角度也较实际的夹角 α_1 放大了一倍，故角度 $\angle DBA = 2\alpha_1$ 。

由图1-10 (b) 中的几何关系可知，破裂面与小主应力作用面之间的夹角为：

$$\alpha_1 = \frac{1}{2}(90^\circ - \varphi) = \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (1-18)$$

在应力圆的上下方可绘出对称的两条库仑强度线，分别与应力圆圆周的上、下一点相切，这两个切线是对称的，也就是说有两个对称的 D 点，因此从 B 点分别对这两个 D 点作连线，可得对称的两个破裂面，这两个破裂面与大主应力 σ_1 的作用面 BC 之间的夹角均等于 2α ，而这两个破裂面与小主应力 σ_3 的作用面 BA 之间的夹角均等于 $2\alpha_1$ 。所以，当土体处于极限平衡状态时，土体中存在两条连续而对称的破裂面（滑动面或滑裂面），它与大主应力作用面的夹角均等于 $\alpha = \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)$ ，与小主应力作用面的夹角均等于 $\alpha_1 = \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)$ 。

第四节 静止土压力

一、静止土压力

对于修建在岩基上或坚硬土基上的刚性挡土墙，或者修建在地下的刚度较大的结构物、墙

体或挡土结构，在压力作用下产生的位移或变形很小，可以忽略，而视为不产生位移和变形，此时作用在挡土墙和挡土结构上的土压力，可以按静止土压力计算。

若挡土墙墙面竖直，而且光滑，墙背面填土面水平，当墙体静止不动，墙背面填土处于弹性平衡状态时，填土表面以下 z 深度处一点（见图1-11）处的竖直向的土压力 p_z 等于该点处土的自重压力（即土柱的重力），即：

$$p_z = \gamma z \quad (1-19)$$

式中 p_z ——填土表面以下 z 深度处的竖直土压力强度（kPa）；
 z ——填土面以下计算点的深度（m）；
 γ ——填土的容重（kN/m³）。

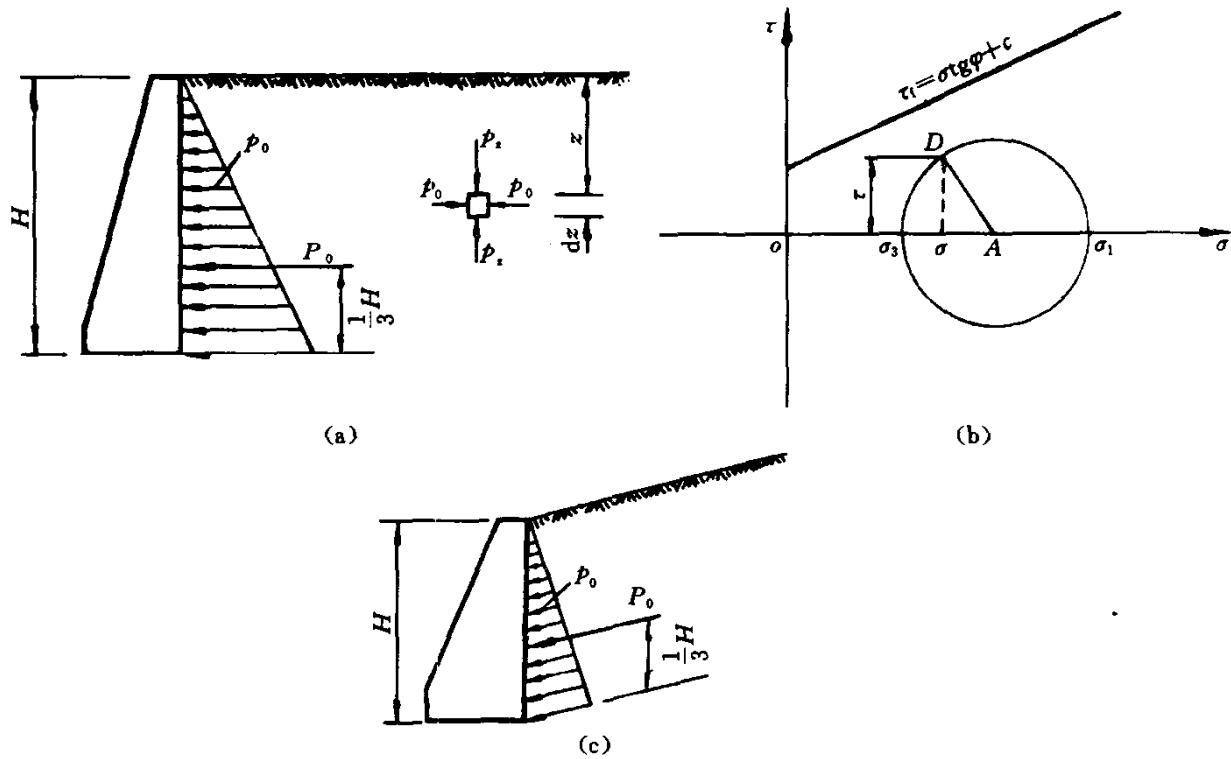


图1-11 墙面竖直、填土面水平时的静止土压力

该点处的静止土压力（侧向土压力） p_0 与竖向土压力 p_z 成正比，即：

$$p_0 \propto p_z$$

或

$$p_0 = K_0 p_z = K_0 \gamma z \quad (1-20)$$

式中 p_0 ——填土面以下 z 深度处的静止土压力强度（kPa）；

K_0 ——比例系数，即侧向土压力与竖向土压力的比值，称为静止土压力系数。

由于沿挡土墙高度上各点处侧向土压力与竖向土压力成比例关系，而竖向土压力又与计算点的深度 z 成比例关系，故静止土压力沿深度方向的分布是线性分布，即土压力的分布图形为一个三角形，在填土表面处为零，向下逐渐增大。当墙面竖直而光滑时，静止土压力的作用方向与墙面法线方向一致，如图1-11。

此时作用在单位长度挡土墙上的总静止土压力为：

$$P_0 = \int_0^H p_0 dz = \int_0^H K_0 \gamma z dz = \frac{1}{2} K_0 \gamma H^2 \quad (1-21)$$

式中 H ——当填土与挡土墙顶齐平时，为挡土墙的高度（m）。

由于静止土压力沿墙高的分布图形为三角形，故总静止土压力 P_0 的作用点距墙踵高程处

的高度为：

$$y_0 = \frac{1}{3}H \quad (1-22)$$

当填土表面作用均布荷载 q 时，图1-12 (a)，填土表面以下 z 深度处的竖直土压力为：

$$p_z = \gamma z + q \quad (1-23)$$

故此时作用在挡土墙上的侧向静止土压力强度为：

$$p_0 = K_0(\gamma z + q) \quad (1-24)$$

作用在单位墙长上的总静止土压力为：

$$P_0 = \frac{1}{2}K_0\gamma H^2 + K_0qH \quad (1-25)$$

即此时的总静止土压力 P_0 由两部分组成，第一部分是由填土自重所产生的，它沿墙高的压力分布图形为三角形；第二部分是由填土面上的均布荷载 q 所产生，它沿墙高是均匀分布的，因此当填土表面作用均布荷载 q 时，总静止土压力 P_0 的作用点距墙踵高程的高度按下式计算：

$$\begin{aligned} y_0 &= \frac{\frac{1}{2}K_0\gamma H^2 \cdot \frac{1}{3}H + K_0qH \cdot \frac{1}{2}H}{\frac{1}{2}K_0\gamma H^2 + K_0qH} \\ &= \frac{\frac{1}{3}\gamma H^2 + qH}{\gamma H + 2q} \end{aligned} \quad (1-26)$$

当挡土墙的墙面倾斜，墙面与竖直线的夹角为 α ，如图1-12 (b) 所示，此时作用在挡土墙上的静止土压力可分为两部分计算，第一部分是作用在竖直面 $A'B$ 上的静止土压力 P_{oh} ，可按公式 (1-21) 计算，即

$$P_{oh} = K_0 \cdot \frac{1}{2}\gamma H^2 \quad (1-27)$$

第二部分是墙面 AB 和竖直面 $A'B$ 之间的土重所产生的压力，即三角形土体 ABA' 的自重压力 W_0 ，可按下式计算：

$$W_0 = \frac{1}{2}\gamma \overline{AA'} \cdot \overline{BA'} = \frac{1}{2}\gamma H \tan \alpha \cdot H = \frac{1}{2}\gamma H^2 \tan \alpha \quad (1-28)$$

作用在挡土墙上的总静止土压力 P_0 是 P_{oh} 和 W_0 的合力，即：

$$P_0 = \sqrt{P_{oh}^2 + W_0^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}K_0\gamma H^2\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\gamma H^2 \tan \alpha\right)^2} = \frac{1}{2}\gamma H^2 \sqrt{K_0^2 + \tan^2 \alpha} \quad (1-29)$$

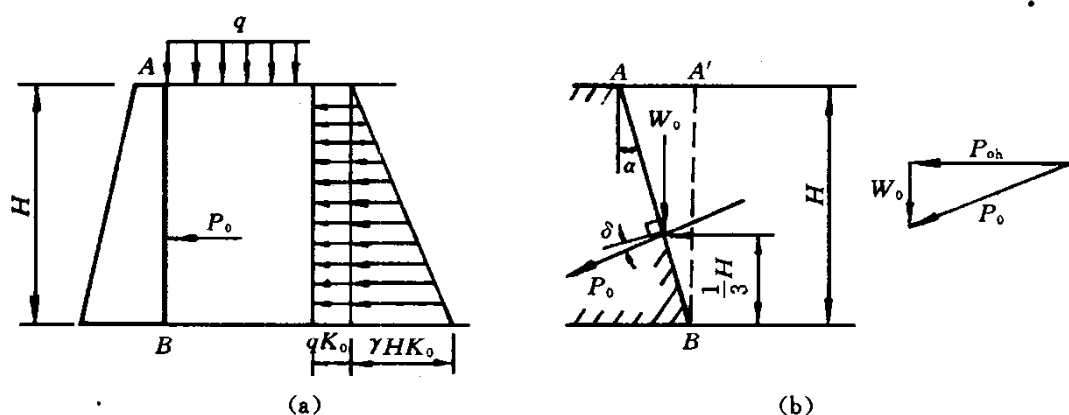


图1-12 静止土压力计算图

(a) 填土表面有均布荷载；(b) 墙面倾斜

如令

$$K'_0 = \sqrt{K_0^2 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad (1-30)$$

式中 K'_0 ——墙面倾斜时的静止土压力系数。

则挡土墙墙面倾斜时的总静止土压力可表示为：

$$P_0 = \frac{1}{2} K'_0 \gamma H^2 \quad (1-31)$$

填土面以下 z 深度处作用在墙面上的静止土压力强度 p_0 可根据公式(1-31)微分求得，即：

$$p_0 = K'_0 \gamma z \quad (1-32)$$

由公式(1-32)可见，当墙面倾斜时静止土压力沿墙高的分布是线性分布，即分布图形仍然是一个三角形，故总静止土压力 P_0 的作用点至墙踵高程处的高度仍为墙高的 $\frac{1}{3}$ ，即：

$$y_0 = \frac{1}{3} H$$

二、静止土压力系数

如若从半无限土体中取出一个单元土体，如图1-13所示，在该单元土体上，沿 x 坐标方向作用有正应力 σ_x ，沿 y 坐标方向作用有正应力 σ_y ，沿 z 坐标方向作用有正应力 σ_z ，在上述三个应力作用下，单元土体沿 x 坐标方向的应变为：

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_0} - \frac{\mu(\sigma_z + \sigma_y)}{E_0} \quad (1-33)$$

式中 ϵ_x ——单元土体沿 x 坐标方向的应变；

μ ——土的侧向膨胀系数，即土的泊松比；

E_0 ——土的变形模量。

当单元土体的变形在侧向受到限制时，则侧向应变 $\epsilon_x = \epsilon_y = 0$ ，故此时公式(1-33)变为：

$$\sigma_x - \mu(\sigma_z + \sigma_y) = 0$$

由于在半无限土体中 $\sigma_x = \sigma_y$ ，故上式又变为：

$$\sigma_x - \mu(\sigma_z + \sigma_x) = 0$$

即

$$(1 - \mu)\sigma_x - \mu\sigma_z = 0$$

由此可得：

$$\frac{\sigma_x}{\sigma_z} = \frac{\mu}{1 - \mu}$$

其中， $\frac{\sigma_x}{\sigma_z}$ 为侧向应力与竖向应力之比，称为土的侧压力系数，也就是土的静止土压力系数，可用 K_0 表示，即：

$$K_0 = \frac{\sigma_x}{\sigma_z} = \frac{\mu}{1 - \mu} \quad (1-34)$$

静止状态土压力这个概念是董那塔 (Donatha) 于1891年首次引用的，所谓静止土压力，是指土的变形为零时的土中的侧向应力。静止土压力可用主动土压力的计算公式来计算，但此时式中的主动土压力系数应用静止土压力系数来代替。

表1-2中列出了以泊松比 μ 为函数的静止土压力系数 K_0 值。

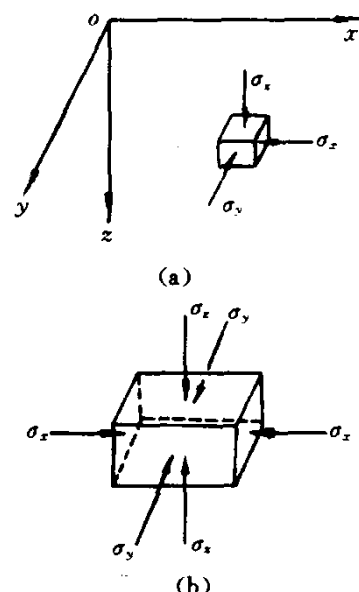


图1-13 半无限土体中的一个单元土体

静止土压力系数 K_0 值

表 1-2

μ	K_0	μ	K_0	μ	K_0
0.50	1.00	0.40	0.67	0.30	0.43
0.45	0.82	0.35	0.54	0.25	0.33

静止土压力系数常常较土在塑性状态时的侧压力系数值要大，所以在确定土的侧压力系数时，首先要正确判定土的应力状态，否则就会造成较大的误差。

太沙基 (K. Terzaghi) 在1920年到1925年首先对静止土压力系数进行了研究，其后许多学者也都进行了试验研究，并致力于静止土压力的试验量测。

还有一些学者根据其试验分析的结果，提出了确定静止土压力系数 K_0 值的计算公式，其中较著名的有下列公式。

罗威 (P. W. Rowe) 根据其研究，认为静止土压力系数可按下列公式确定：

$$K_0 = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\phi}{2} \right)$$

式中 ϕ ——土的有效应力内摩擦角。

实际上罗威建议确定的静止土压力的计算公式与主动土压力的计算公式是一致的。

一些学者提出了确定砂和粘土的静止土压力系数的计算公式：

$$K_0 = \frac{1 - \sin \phi}{\cos \phi}$$

式中 ϕ ——土的总应力内摩擦角。

1944年雅克 (J. Jaky) 通过试验研究，得到侧压力系数的下列经验公式：

$$K_0 = 1 - \sin \phi \quad (1-35)$$

式中 ϕ ——土的有效应力内摩擦角。

根据某些试验资料表明，对于砂土，按公式 (1-34) 计算得的静止土压力系数一般较实际值略为偏小。

作为 K_0 的近似估计值，也有人建议采用主动土压力系数 K_a 和被动土压力系数 K_p 的平均值，即：

$$K_0 = \frac{1}{2} (K_a + K_p) \quad (1-36)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} K_a &= \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\phi}{2} \right) \\ K_p &= \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\phi}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1-37)$$

式中 ϕ ——土的内摩擦角。

国外许多学者都曾对静止土压力系数 K_0 进行过试验研究，但由于试验条件的不同，所得结果也各不相同，例如：

(1) 太沙基 (K. Terzaghi) 的试验结果为：

密砂 $K_0 = 0.4 \sim 0.5$

松砂 $K_0 = 0.45 \sim 0.5$

粘性土 $K_0 = 0.60 \sim 0.75$

(2) 契波塔廖夫 (Tschebotarioff) 的试验结果为：