

材料力学

吕学谟 宋文西 沈伦序 编



城乡建设刊授大学中专部试用教材

中国建筑工业出版社

本书为城乡建设刊授大学(中专部)材料力学试用教材。

全书内容包括:绪论、轴向拉伸和压缩、剪切(附挤压)、圆轴扭转、梁的弯曲内力、梁的弯曲应力、梁的弯曲变形、应力状态理论、组合变形、压杆稳定等十章。各章都有提要、小结、思考题及习题。书末附有习题答案及国家法定计量单位与习用单位之间的换算表。

城乡建设刊授大学中专部试用教材

材料力学

吕学谟 宋文西 沈伦序 编

中国建筑工程出版社出版、发行(北京西郊百万庄)

中国建筑工业出版社印刷厂印刷(北京阜外南礼士路)

开本: 787×1092毫米 1/16 印张: 15 $\frac{1}{2}$ 字数: 377 千字

1986年1月第一版 1986年1月第一次印刷

印数: 1-30,100册 定价: 2.10元

统一书号: 15040·4995

前 言

本教材是根据城乡建设部大学中专部材料力学大纲（讨论稿）编写的。

为便于自学，各章均有提要、小结、思考题和习题，书末附有习题答案。

本书采用国家法定计量单位。附录 I 列有工程常用量的法定计量单位与习用单位换算表。

本书由吕学谟副教授（第七、八、九、十章）、宋文西（第五、六章）、沈伦序（第一、二、三、四章）共同编写。

编写过程中得到中国建筑学会常务理事夏行时、陈葆真两位老专家的关心和指导及浙江建筑工业学校、天津铁路工程学校的支持帮助，在此表示深切谢意。

本教材是利用业余时间编写的，写稿时间较短，来不及将自学教材的一些想法贯彻到书中去，加上编者水平所限，教学者在使用中一定会发现不少缺点、错误和不妥之处，请予批评指正。

编 者

一九八五年四月

自学学时安排

一、各章学时分配表（供参考）

章 次	课 程 内 容	学 时 数
第 一 章	绪 论	2
第 二 章	轴向拉伸和压缩	16
第 三 章	剪切(附挤压)	6
第 四 章	圆轴扭转 第一阶段自我测验	4
第 五 章	梁的弯曲内力	12
第 六 章	梁的弯曲应力	14
第 七 章	梁的弯曲变形 第二阶段自我测验	6
第 八 章	应力状态理论	6
第 九 章	组合变形	8
第 十 章	压杆稳定 第三阶段自我测验	6
合 计		80

二、教材中在有关章节后列出了习题号码，表示学完此部分内容可选作的习题。有些章节可作的习题量较多，读者可视条件作一部分，加*号者可优先完成。

目 录

前 言

自学学时安排

第一章 绪论	1
§ 1-1 材料力学的任务	1
§ 1-2 变形固体及其基本假设	2
§ 1-3 杆件及其变形的基本形式	3
小结	4
第二章 轴向拉伸和压缩	5
本章提要	5
§ 2-1 轴向拉伸和压缩的概念	5
§ 2-2 轴向拉压时的内力	6
§ 2-3 轴向拉压时横截面上的应力	9
§ 2-4 轴向拉压时斜截面上的应力	12
§ 2-5 轴向拉压时的强度条件	13
§ 2-6 轴向拉压时的变形、虎克定律	16
§ 2-7 材料拉压时的力学性能	20
§ 2-8 许用应力介绍	25
§ 2-9 拉压的超静定问题	26
小 结	29
思考题	31
习 题	32
第三章 剪切(附挤压)	35
本章提要	35
§ 3-1 剪切的定义	35
§ 3-2 剪切与挤压的实用计算	36
§ 3-3 计算实例	38
§ 3-4 剪切变形、剪切虎克定律	42
小 结	44
思考题	44
习 题	45
第四章 圆轴扭转	47
本章提要	47
§ 4-1 扭转的概念	47
§ 4-2 圆轴扭转时的内力与应力	47
§ 4-3 圆轴扭转时的强度条件	51

§ 4-4 圆轴扭转时的变形及刚度条件	55
§ 4-5 非圆截面杆扭转简介	56
小 结	57
思考题	58
习 题	59
第一次阶段自测题	60
第五章 梁的弯曲内力	62
本章提要	62
§ 5-1 直梁弯曲的概念	62
§ 5-2 梁的计算简图和支座反力	63
§ 5-3 梁截面内力及其求法	67
§ 5-4 内力图——剪力图和弯矩图	74
§ 5-5 弯矩、剪力及荷载集度间的微分关系	82
§ 5-6 用叠加法画剪力图和弯矩图	89
小 结	91
思考题	93
习 题	93
第六章 梁的弯曲应力	96
本章提要	96
§ 6-1 引言	96
§ 6-2 纯弯曲时梁横截面上的正应力	96
§ 6-3 静矩、惯性矩、惯性积和极惯性矩	102
§ 6-4 组合截面的惯性矩及平行移轴公式	109
§ 6-5 主惯轴与主惯矩	112
§ 6-6 弯曲正应力的强度条件	113
§ 6-7 提高梁抗弯强度的途径	117
§ 6-8 梁弯曲时的剪应力	120
§ 6-9 梁弯曲时的剪切强度	124
小 结	125
思考题	127
习 题	128
第七章 梁的弯曲变形	136
本章提要	136
§ 7-1 梁的弯曲变形	136
§ 7-2 二次积分法求梁的变形	138
§ 7-3 叠加法求梁的变形	142
§ 7-4 梁的刚度校核	148
§ 7-5 提高梁刚度的措施	150
小 结	152
思考题	152
习 题	153
第二次阶段自测题	155

第八章 应力状态理论	157
本章提要	157
§ 8-1 应力状态概念	157
§ 8-2 平面一般应力状态的应力分析	159
§ 8-3 梁的主应力及主应力迹线	167
小 结	171
思考题	172
习 题	173
第九章 组合变形	175
本章提要	175
§ 9-1 组合变形概念	175
§ 9-2 斜弯曲	176
§ 9-3 压(拉)弯组合与偏心受压(拉)	183
§ 9-4 截面核心的概念	191
小 结	193
思考题	194
习 题	195
第十章 压杆稳定	199
本章提要	199
§ 10-1 压杆稳定概念	199
§ 10-2 临界力的计算	200
§ 10-3 临界应力和柔度	204
§ 10-4 压杆的稳定计算	208
§ 10-5 提高压杆稳定性的措施	214
小 结	215
思考题	216
习 题	217
第三次阶段自测题	219
附录 I 工程常用量的单位换算表	220
附录 II 型钢表	222
各章习题答案	235

第一章 绪 论

§ 1-1 材料力学的任务

一、结构与构件使用的基本要求

物体在力的作用下有两种效果：一种是改变物体运动状态的运动效果，一种是改变物体形状的变形效果。

理论力学中，研究了力的运动效果，特别是在静力学部分着重研究了物体受力时保持平衡状态的条件。当研究力对物体作用的运动效果时，略去了力对物体产生的变形效果，（因为变形值很小，相对于物体运动和平衡来讲，它的影响极小），将物体看作“不会变形”的“刚体”。

实际上，各种物体受力后都会发生变形，即使处于平衡状态下也不例外。如房屋中的构件梁，受力后会弯曲变形；构件柱或墙受压后会发生压缩变形（缩短）。受力增大时，变形也增大；所受的力大到一定程度，构件就会发生破坏。既然物体受力后会变形与破坏，所以从工程实际来讲，任何一个建筑结物（住宅、办公楼、厂房、车间、影剧院、桥梁、水塔……等），要能正常地使用，就必须保证建筑结构中每一构件都满足一定的要求。这种要求，归纳起来可分作三个方面，用工程力学的语言来讲，就是：

1. 强度要求：构件在外力作用下不应发生破坏。如房屋中的梁、板、柱、墙等，在房屋使用过程中都不允许发生破坏。

构件抵抗破坏的能力称强度。构件对抵抗破坏的要求称强度要求。对构件进行抵抗破坏能力的研究计算称为强度计算，或称强度问题。

2. 刚度要求：构件在外力作用下发生的变形不应超过一定的范围。

一些构件受力后虽然不致破坏，但如果发生过大的变形，仍会影响正常使用。例如，楼板弯曲太大会使下面的抹灰层开裂和脱落；屋面变形过大会引起屋面积水以至漏水等等。因此，构件使用时要对构件的变形加以限制。

构件抵抗变形的能力称为刚度。其要求称为刚度要求。对构件变形大小的研究计算称为刚度计算，或称刚度问题。

3. 稳定性要求：构件在外力作用下，它的平衡状态不能发生突然改变。例如，细长的构件，当承受的压力不太大时，可以保持直线状态的平衡，当压力大到某一限度时，构件会突然显著地变弯。这种现象称为“丧失稳定”（简称失稳）。构件失稳的后果是十分严重的。可以想象，如果房屋中的柱突然弯曲，就会导致整个楼房的倒塌。因此，要求构件不能发生失稳。

构件抵抗丧失稳定的能力称稳定性。其要求称稳定性要求。对构件丧失稳定能力的研究计算称稳定计算，或称稳定问题。

不同的构件对强度、刚度、稳定性三方面的要求程度有所不同，但首先都必须满足强度要求。

构件满足强度、刚度、稳定性三方面要求的能力统称为构件的承载能力。

二、材料力学要解决的问题

一个构件合理的设计，不但应该满足强度、刚度、稳定性的要求，以保证构件在使用过程中受外力作用时的安全性，而且应该符合经济性的原则。从安全性讲，往往要求构件采用比较好的材料和比较大的截面尺寸，而从经济性讲，则要求构件用廉价材料和尽量少用材料（即截面尺寸要尽量小）。这两方面的要求是互相矛盾的。

怎样使这两种矛盾得以解决呢？那就需要对构件作受力计算。根据受力要求合理地选择该用的材料和恰到好处地确定截面尺寸。要对构件作受力计算，就需要一定的理论根据。这种理论就是材料力学这门科学所研究的任务。

由上可见，材料力学的任务是研究构件的强度、刚度、稳定性及材料的力学性能，在保证既安全可靠又经济节约的前提下，为构件选择合适的材料、确定合理的截面形状和尺寸提供计算理论。

构件的强度、刚度、稳定性与所用材料的力学性能有关，这些性能需要通过实验来测定。此外，工程中还存在着单靠理论分析尚难解决的复杂问题，需要依靠实验来解决。因此，在材料力学中，实验占有重要地位。读者在没有条件进行实验的情况下，则应对书中介绍的一些重要实验数据，弄清它的意义并作必要的记忆。

§ 1-2 变形固体及其基本假设

研究物体受力后的变形与破坏时，不能忽略物体的变形，把它当作“刚体”来看待，而应如实地把它看作变形体进行研究。

工程中的各种物体都由固体材料制成，如钢、铸铁、木材、混凝土等。这些会变形的固体材料统称“变形固体”。

变形固体是多种多样的，它们的性质是复杂的。为使研究任务简单、可行，对物体进行变形和受力分析时，需要略去一些次要的影响因素，抓住主要的因素（就如理论力学中针对研究的目的，忽略一些次要因素把物体假设成刚体一样）。因此，在材料力学中，对所研究的变形固体材料可作出下列的假设：

1. 均匀连续假设 在变形固体内部，实际上存在着许多空隙，这些空隙与构件尺寸相比是极为微小的。可以认为，整个物体是连续不断地充满着均匀的物质，并且在各点处的材料性质完全相同。

2. 各向同性假设 将物体看作沿各个方向都具有相同的力学性能。

实验结果表明，大多数工程材料根据上述两个基本假设推导出的理论结果，基本上是正确的。它说明，这几个假设能够符合材料的实际情况。

变形固体材料在外力作用下的变形可以分为两种：一种是外力消除时，变形也消失，这种随着外力消失而消失的变形称弹性变形。另一种是外力消除后不能消失的变形称塑性变形（或残余变形）。一般情况下，物体受力后，既有弹性变形又有塑性变形，但工程中

常用的材料当作用的外力数值不超出一定的范围时，塑性变形值很小，可以把物体看作只发生弹性变形而没有塑性变形。这种只有弹性变形的物体叫做理想弹性体；只引起弹性变形的作用外力的数值范围称“弹性范围”。材料力学主要研究材料在弹性范围内的变形及受力，即主要以理想弹性体材料为研究对象。

概括来讲，材料力学所研究的材料是均匀连续的、各向同性的弹性体。

用弹性体材料制成的构件，在不同的情况下，因外力作用而引起的变形数值可能很小、也可能较大。这种不同，将对研究问题带来不同的复杂程度。如果变形值与构件原尺寸相比极为微小，则称为小变形。对于小变形问题，在研究它的静力平衡条件时可以忽略变形值，而按变形前的尺寸来计算，也就是可以采用理论力学中的一切结论。例如，计算图 1-1 所示悬臂梁固定端的反力矩时，虽然因梁的弯曲引起了力作用点水平移动 Δ ，但力臂仍然可以采用原尺寸 l 来计算。在这里要提醒读者注意，上述理论力学结论只能在到平衡条件时应用，而不能随意把“忽略变形”用到其它地方去。

材料力学只研究构件发生小变形范围内的问题。

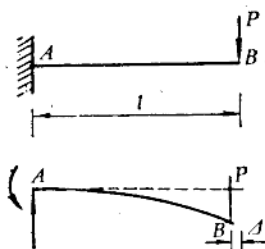


图 1-1

§ 1-3 杆件及其变形的形式

一、杆件

构件有各种各样的几何形状，其中一类称“杆件”。杆件是指纵向尺寸比横向尺寸大得多的构件，如图 1-2 所示。房屋中的梁、柱以及屋架中各种杆都可视为杆件。



图 1-2

杆件的形状和尺寸可以由杆的横截面和轴线两个主要几何元素来描述。轴线是杆件各截面几何中心的连线，横截面则是垂直于轴线的截面。

轴线为直线，且横截面的形状和尺寸相同的杆件为等直杆（图 1-2）。

材料力学主要研究等直杆件类的构件。

二、杆件变形的形式

杆件在不同形式的外力作用下，将发生不同形式的变形。凡构件在符合特定条件的外力作用下引起的变形有四种，称为杆件的基本变形形式，如图 1-3 所示（图中实线为杆件的原形，虚线为受力作用后变形的形状）。四种基本变形的形式是：

1. 轴向拉伸（或轴向压缩）变形，见图 1-3a 及 b。
2. 剪切变形，见图 1-3c。
3. 扭转变形，见图 1-3d。
4. 弯曲变形，见图 1-3e。

对于各种变形基本形式发生的条件及变形的特点，在今后各章具体研究时再作说明。

实际工程中，构件可能受到的力是复杂的，不完全符合产生基本变形的条件；它产生

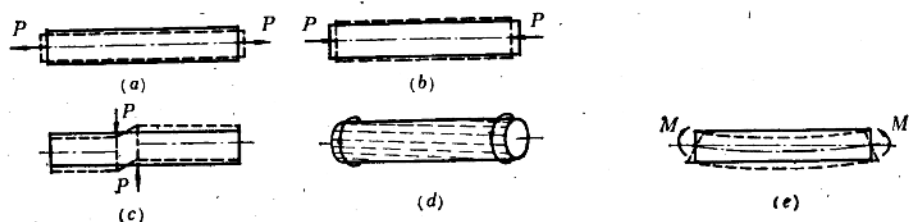


图 1-3

的变形形式也是复杂的。但可以将这些复杂的变形分解成基本变形成为几种基本变形的组合。两种或两种以上基本变形组成的复杂变形称组合变形。

本书将先对各基本变形逐一进行强度及刚度计算的讨论，然后再讨论组合变形。

小 结

本章主要说明两个问题：材料力学的任务和研究对象。

材料力学的任务就是我们需要解决的问题。它主要研究构件的强度、刚度、稳定性及材料的力学性能，使我们能选择合适的材料，并确定合理的截面形状和尺寸，以达到使构件安全可靠又经济节约的目的。

材料力学的研究对象为材料力学划定了的范围。亦即：

从材料来讲，是均匀连续的、各向同性的弹性体。

从几何尺寸来讲，是杆件。

从变形大小来讲，是小变形。

从变形形式来讲，有四种基本变形形式。

本教材将对杆件发生的每种基本变形一一加以讨论，介绍如何计算它们在外力作用下的强度和刚度。（稳定性问题因其复杂性，只对受压杆作介绍）。读者应注意，今后若不加说明时，都假定所讨论的杆件是符合上述研究范围的。

第二章 轴向拉伸和压缩

本章提要 轴向拉伸和压缩是材料力学中最基本的问题。这一章的内容多，概念多，虽然比较简单，但都是一些极为重要的有关材料力学的基本问题。

本章在介绍“在什么情况下发生轴向拉压”后，首先讨论用截面法确定杆内各截面上作用的内力——轴力。然后进一步研究在一个截面上，各点处内力分布的大小——应力，找出整个杆件上最大的应力值，从而让这个最大应力值不超过材料所容许发生的应力，建立强度条件。（内力、截面法、应力、强度条件及上述研究过程都是材料力学中各种变形共同的基本概念和基本方法）。

本章还讨论了拉压时杆件的变形、应变及在材料力学中极为重要的虎克定律。

另一方面，本章介绍了材料在拉伸与压缩时的力学性能。这是一些与强度、刚度计算密切有关材料性能数据。书中着重介绍了两种典型材料——低碳钢（塑性材料的代表）和铸铁（脆性材料的代表）。

本章在最后简单介绍了解决超静定问题的方法。它根据变形协调条件，综合运用几何、物理、平衡三方面的条件列出了补充方程，使超静定问题得到解决。

提醒读者，应当重视本章的小结。小结中所列的基本概念、归纳的研究规律，对今后学习其它各种基本变形很有用处。

§ 2-1 轴向拉伸和压缩的概念

沿杆件轴线作用一对大小相等、方向相反的力 P ，杆件将产生轴向拉伸或压缩变形。当作用力的指向是离开杆端时，杆件伸长，称为轴向拉伸（图2-1a），当作用力是指向杆端时，杆件缩短，称轴向压缩（图2-1b）。产生轴向拉伸或压缩的杆件叫做拉杆或压杆。

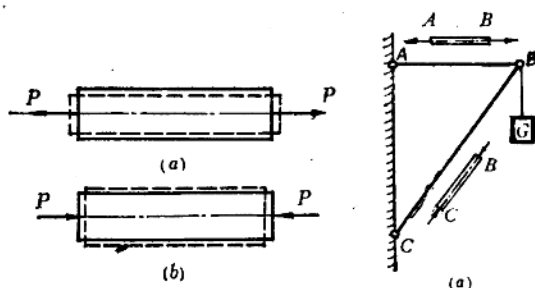


图 2-1

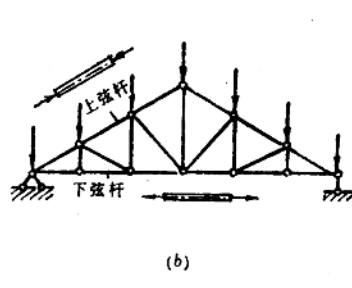


图 2-2

在土建工程中，产生轴向拉伸或压缩的杆件是很常见的。如图2-2a所示三角支架， AB 杆受到拉伸， BC 杆受到压缩；图2-2b所示桁架各杆，有的是拉杆，有的是压杆。

§ 2-2 轴向拉压时的内力

一、内力的概念

为了说明内力，可以做一个简单的实验。取一根橡皮筋，用两手拉它时，橡皮筋被拉长，同时会感到橡皮筋在拉我们的手，试图恢复原来的长度；也就是橡皮筋在抵抗我们把它拉长。我们的手用力加大，橡皮筋的伸长也加大，橡皮筋的抵抗力也加大。当用的力增大到一定程度，橡皮筋就被拉断。

工程中一切受拉伸的杆件，都会产生与橡皮筋相似的情况，只不过要使杆件伸长变形的力要很大，产生的变形量很小（往往用人的眼睛看不出来而需要用仪器测定），且在变形时，同样有抵抗力存在。

为什么杆件具有这种抵抗变形的性质呢？因为杆件（或橡皮筋）是由许多分子组成的，分子间保持着一定的距离。当外力作用在杆件上，杆件发生变形时，就改变分子间原来的相互距离。而分子间要维持它原来的距离，便会产生一种力图阻止改变距离的力。这种分子间抵抗变形的力，在材料力学中称为内力。外力越大，变形也越大，内力也越大。大到一定程度分子间无法维持它们的相互联系，杆件就破坏。

因此，内力是直接和杆件的强度（破坏不破坏的问题）、刚度（变形大小的问题）紧密相联系的。要解决强度、刚度的计算问题，必须先计算外力作用下杆件的内力大小。

二、确定内力的方法及轴向拉压时的内力——轴力

为了确定内力，我们再用一个实验来说明：取一根绳子 AB ， A 端固定， B 端加重物（图2-3a）， A 端的拉力和 B 端的重力是沿绳子轴线作用的一对力。要确定绳子 C 截面的内力，可以在 C 截面处切断绳子，中间接上一个弹簧秤（图2-3b），然后再加重物。这时，弹簧秤的读数就是 C 截面上的内力大小。可以看到，弹簧秤的读数总量与重物的重力相等（图2-3c）。也就是说，内力总是与截面一边所作用的外力平衡。

利用内、外力间存在的这种关系，可以确定任意截面上内力的大小与方向，图2-4a表

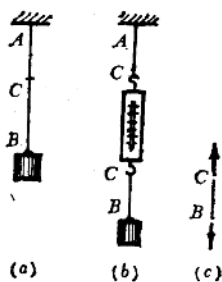


图 2-3

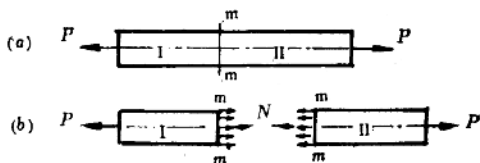


图 2-4

示一根拉杆，两端受拉力 P 作用。求某一横截面 $m-m$ 上的内力时，可以假想地用一个平面沿 $m-m$ 截开，将杆分割为I、II两部分，位于截面 $m-m$ 处的内力用 N 表示（相当于在切开的两部分之间装了一个弹簧秤），任意取其中一部分作为研究对象（例如取I部分），由这部分的平衡条件 $\sum X=0$ ，即 $N-P=0$ ，可以得到内力

$$N=P \quad (2-1)$$

因 P 力沿轴线作用，所以 N 必定也是沿轴线作用。拉伸杆件中的内力 N 称为轴向外力，简称轴力。轴力的单位是牛顿（N）或千牛顿（kN）。

上面所用的计算拉杆内力的方法是材料力学里计算各种材料内力的共同方法，称作截面法，整个过程可以归纳为两步：

第一步：显示内力——假想地将杆件沿需要内力的截面截开，把杆分为两个部分，用内力来代替两部分之间的相互作用；

第二步：确定内力——任取其中一部分作为研究对象，根据平衡条件求出内力。

现在按照上述截面法步骤计算图2-5a所示压杆 $n-n$ 截面的内力。先在 $n-n$ 截面处将杆截开，然后取左半为研究对象， $n-n$ 截面处的内力用 N 表示（图2-5b），

$$\text{由 } \sum x=0, N+P=0$$

$$\text{得 } N=-P$$

压杆的内力也是一个沿轴线作用的轴力。由负号可知，其真实方向与图中所设相反，应为指向截面的压力。

由图2-4和图2-5可知，拉杆和压杆的内力均为轴力 N ，通常用正负号来区别：拉伸时 N 为正（力的指向背离截面），压缩时 N 为负（力的指向向着截面）。

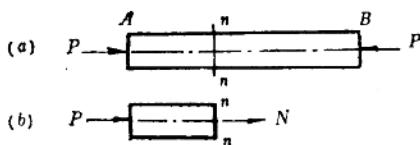


图 2-5

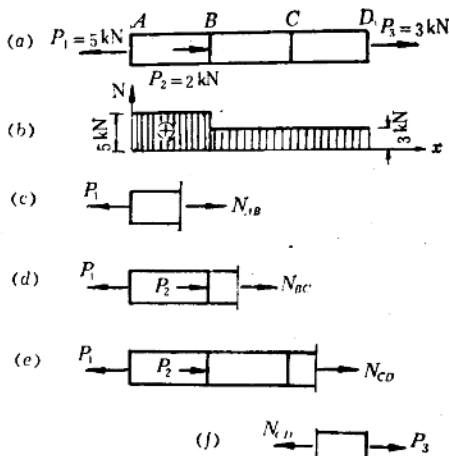


图 2-6

【例 2-1】等直杆受力情况如图2-6a所示，求杆件各段的轴力。

【解】**解题思路** 这种杆件上受几个力作用，叫作多力杆。所有外力都沿轴线作用，每段杆件都是轴向拉伸或轴向压缩。可以逐段应用截面法来计算它的轴力。

1. 计算AB段轴力 N_{AB}

为计算AB段轴力，可在AB段内任一截面处将杆截开，截面间的内力用 N_{AB} 表示（图2-6c）。以左段作为研究对象，列出平衡方程为

$$N_{AB}-P_1=0$$

得

$$N_{AB}=P_1=5\text{kN}$$

故知AB段轴力为拉力，大小为 $N_{AB}=5\text{kN}$ 。

2. 计算BC段轴力 N_{BC}

类似上面, 将杆件在BC段内任意处截开, 以 N_{BC} 表示截面上的轴力 (图2-6d)。以左段作为研究对象 (注意: 所谓左段是截开处以左的全部, 即从A到截开处的整个半段), 列出平衡方程为

$$N_{BC} - P_1 + P_2 = 0$$

得

$$N_{BC} = P_1 - P_2 = 5 - 2 = 3 \text{ kN}$$

故知BC段轴力也为拉力, 大小为 $N_{BC} = 3 \text{ kN}$ 。

3. 计算CD段轴力 N_{CD}

类似上面步骤, 以左段为研究对象 (图2-6e), 列出平衡方程

$$N_{CD} - P_1 + P_2 = 0$$

得

$$N_{CD} = P_1 - P_2 = 5 - 2 = 3 \text{ kN}$$

【讨论】 计算各段轴力时, 也可取右半段作为研究对象。例如计算 N_{CD} 时, 取右半段为研究对象 (图2-6f), 列出平衡方程为

$$N_{CD} - P_3 = 0$$

得

$$N_{CD} = P_3 = 3 \text{ kN}$$

结果与取左半段作为研究对象时完全一样。

【例 2-2】 杆件受力如图2-7a, 试计算各段杆的轴力。 $P = 20 \text{ kN}$

【解】 本题计算步骤与上题完全一样, 不再用文字具体写出。注意计算中在未求得轴力大小及方向时, 先一律假设为拉力, 从计算结果中会自然说明实际是拉力还是压力。

1. AB段 (图2-7c)

$$\text{由 } \sum x = 0, \quad N_{AB} + P = 0$$

$$\text{得} \quad N_{AB} = -P = -20 \text{ kN}$$

负号说明AB段轴力实际为指向截面的压力。

2. BC段 (图2-7d)

$$\text{由 } \sum x = 0, \quad N_{BC} + P - P = 0$$

得

$$N_{BC} = 0$$

说明BC段实际既不是拉伸也不是压缩。

3. CD段 (图2-7e), 考虑右半段的平衡比较简单, 取右半段平衡:

$$\text{由 } \sum x = 0 \quad 2P - N_{CD} = 0$$

得

$$N_{CD} = 2P = 40 \text{ kN}$$

正号说明CD段轴力实际如图所设, 是拉力。

△习题 2-1

三、轴 力 图

在多力杆的不同段内, 轴力不相同。说明同一杆件的不同段内受拉、受压的情况不同。为了形象地表示这种不同, 工程上常采用图线来表示。具体方法如下:

以平行于杆件轴线的坐标轴 x 表示杆件横截面的位置, 以垂直于杆件轴线的坐标 N 表

示截面上轴力的大小。将各截面的轴力按同一比例标在坐标图上并连以直线。这种表明轴力在全杆变化情况的图线称为轴力图。

例2-1中图b, 例2-2中图b分别表示该例多力杆的轴力图。

在轴力图上, 受拉段(即轴力为正的段)的轴力画在x轴上方, 标以 $\oplus$ 号; 受压段(即轴力为负的段)的轴力画在x轴下方, 标以 $\ominus$ 号。

△习题 2-2*(a)*(b)*(c)*(d)*(e)

§ 2-3 轴向拉压时横截面上的应力

一、应力的概念

前面讨论的轴力大小只与作用在杆件上的外力有关, 与杆件的横截面面积无关, 与杆件所用的材料种类也无关。例2-1及例2-2虽然没有告诉我们杆件是什么材料制成的, 杆件横截面尺寸是多少, 但利用截面法都具体算出了轴力的大小。实际上杆件的强度和材料性质及杆件横截面尺寸大小是密切有关的。例如, 两根相同的绳子, 一根细(即截面面积小), 一根粗(即截面面积大)受相同的拉力作用(这时内力相同), 细的绳子一定比粗的绳子容易拉断。为什么呢? 因为两根绳子截面面积不同, 在相同的内力作用下, 单位面积上分布的内力大小不相同了。截面小, 单位面积上受的内力大; 截面大, 单位面积上受的内力小。可见单位面积上受的内力大小与绳子的强度密切相关。

我们把单位面积上的内力称作应力。它反映了内力在面积上的分布密集程度。应力常常被简单地叫做一点处的内力大小。

应力的单位是帕斯卡(Pa), 简称帕。

$$1\text{Pa}=1\text{N/m}^2$$

应力的数值往往很大, 实用时常用1Pa的 10^6 倍作为常用单位, 称兆帕(MPa)。

$$1\text{MPa}=10^6\text{Pa}=10^6\text{N/m}^2$$

或者

$$1\text{MPa}=1\text{N/mm}^2$$

以往工程上习用公斤力/厘米²(kg·f/cm²)作为应力的单位。两种单位的换算关系为

$$1\text{MPa}=10^6\text{Pa}=9.8\text{kgf/cm}^2\approx 10\text{kgf/cm}^2$$

二、轴向拉压时横截面上的应力

要计算轴向拉压时杆件横截面上各点的应力, 须要知道轴力N在横截面上是如何分布在各点处的。这无法直接观察到。在材料力学中, 根据内力与变形之间存在的直接关系进行分析。变形大, 内力也大, 分析横截面上各点处变形的分布规律便可推知各点处应力的分布规律。

为此, 取一等直杆件, 事先在杆件表面上画出垂直于轴线的横截面轮廓线aa、bb和平行于轴线的纵向线cc、dd(图2-8a)。然后沿杆件轴线加拉力P, 使杆件变形。拉伸中可以观察到, 横截面的轮廓线aa、bb沿轴向发生平移分别移到a'a'、b'b', 但仍然垂直于轴线。纵线c'c'、d'd'都有相同的伸长, 并仍然平行于轴线(图2-8b)。

根据上述观察到的表面现象,可以推断,杆件内部的变形与表面的变形情况一样,整个横截面平面变形后仍然是个平面。两个横截面之间的各根纵向线伸长均相同。这样,根据材料的均匀性可知,当变形相同时,受力也相同。因而知道横截面上内力是均匀分布的——即在横截面上各点处的应力是相同的(图2-8c)。

如果用 A 表示杆件横截面面积,用 σ 表示应力(σ 为希腊文字母,读作西格马),则直杆在拉伸时横截面上的应力计算公式为

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{P}{A} \quad (2-2)$$

式中 N 为横截面的轴力。

应力 σ 的作用线与截面垂直,称正应力。

杆件拉伸时,轴力为正,得到的正应力为拉应力,符号为正。杆件压缩时,轴力为负,得到的正应力为压应力,符号为负。

【例 2-3】 图2-9a所示砖柱,上段柱的截面尺寸为 $24 \times 24 \text{ cm}$,高 $l_1=3 \text{ m}$;下段柱的截面尺寸为 $37 \times 37 \text{ cm}$,高 $l_2=4 \text{ m}$ 。荷载 $P_1=50 \text{ kN}$, $P_2=90 \text{ kN}$ 。求各段的轴力,画轴力图并求各段截面上的应力。

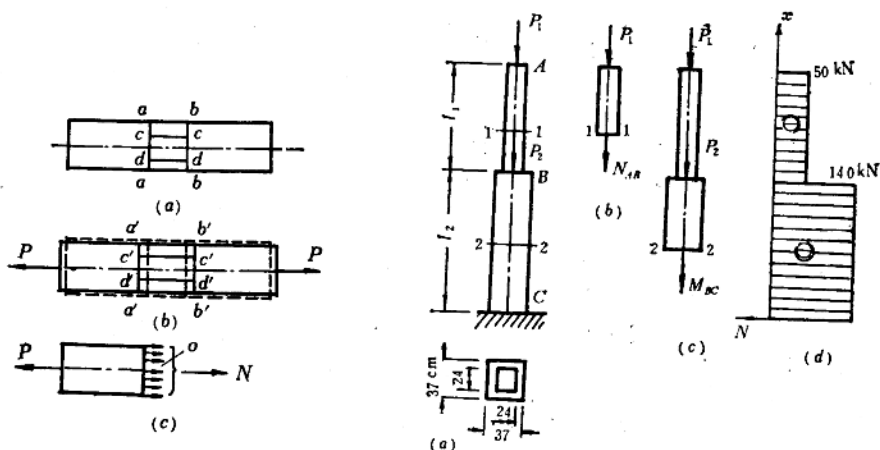


图 2-8

(例 2-3) 图 2-9

【解】 解题思路 因荷载 P_1 与 P_2 的作用线与柱子的轴线相重合,是轴向压缩。我们可以应用截面法求出各段轴力,而后用公式(2-2)计算各段截面上的应力。

1. 计算各段轴力:

用1-1截面将上柱截开,取上部为研究对象,轴力记为 N_{AB} (图2-9b),由平衡条件

$$\sum y = 0, -P_1 - N_{AB} = 0$$

得

$$N_{AB} = -P_1 = -50 \text{ kN (压力)}$$

用2-2截面将下段柱截开,仍取上部为研究对象,轴力记为 N_{BC} (图2-9c),由平衡条件

$$\sum y = 0, -P_1 - P_2 - N_{BC} = 0$$

得

$$N_{BC} = -P_1 - P_2 = -140 \text{ kN (压力)}$$