名校好题

名校名师 绝妙好题 专题专练 打造高分

初中 数学分册

几何

稳操胜券

最好的题目
最详尽的讲解
最完备的知识体系
最苛刻的选取题目的标准

mingxiaohaoti

开明出版社
press

名校好题

初中

数学分册

几何

名校好题

初中数学分册

几何

名校好题
编写组

mingxiaohaoti

开明出版社

名校好题编委会

总 策 划　焦向英
策划执行　马小涵
责任编辑　林　平

名校好题
初中数学分册
几　何
名校好题编写组　编
*
开明出版社出版发行
(北京市海淀区西三环北路19号外研大厦五层　100089)
保定市印刷厂印刷
新华书店北京发行所经销
开本：787×1092　1/16　印张：6.375
2002年2月北京第1版　2002年2月北京第2次印刷
ISBN 7-80133-585-6/G·511　　定价：6.90元

出 版 缘 起

［素质教育≠不考试］

素质教育作为培养跨世纪人才的教育思想与模式已成为我国教育界的共识，然而推行素质教育决不是要摒弃考试。迄今为止，在全世界的教育领域内，考试仍不失为一种最有效的教育质量评价和人才选拔的工具。正如英国著名数学家 G. H. 哈代所说：“了解一个人的惟一方法是考试，无论是数学、文学，还是哲学……无一例外。”我们真正要扭转的是普通教育“片面追求升学率”的应试教育现状，反对一切为了应付考试的“题海战术”，还学生以自主学习的动力。

［高分≠题海战术］

中、高考的试题改革，已从考察学生掌握知识的情况，转移到考察学生掌握学习方法，综合运用各种知识的能力。淹没在题海中会毁掉学生，死记硬背拿不了高分。素质教育归根结底要教给学生点金术，在培养学生的思维能力上下扎扎实实的功夫。实践证明，决不能只一味地让学生一道道题做下去，关键要教给他们解题的思路、方法、步骤，提高他们举一反三、触类旁通的能力。

正是基于以上对教育教学的深入思考，我们组织教学一线的诸位专家，精心编写了这套《名校好题》丛书系列，以帮助广大学生以最短的时间、最好的效果，高效率掌握知识提高能力，在科学方法的指导下，聪明地考出好成绩。

致读者

mingxiao

《名校好题》“好”在这里

［第一，书中所选均是“一可当十”的名题好题。］

入选《名校好题》的题目出自以下范围：

① 1991～2001年北京、上海高升学率、高教学质量地区以及重点学校的质量检测题、期中期末测试题、高考模拟题；

② 1991～2001年湖北、湖南、江苏、浙江、东北等各省高升学率、高教学质量的市、区以及重点学校的质量检测题、期中期末测试题、高考模拟题；

③ 近年的全国高考试题、全国春季高考试题、上海高考试题；

④ 近年全国各类学科竞赛中难度适合的精彩名题；

⑤《名校好题》编委会为广大考生度身定制的综合性精华好题。

这些题目均“出身名门”，且又经过了编者严格的层层筛选，其具体选题标准为：例题要求有代表性，利于全面剖析知识点，涵盖该知识点的各种考查角度；习题要求题型新颖有特色，力求将知识点可以考查到的重点、难点全部给以反映；题目综合性要强，以培养学生融会贯通的能力，迎合目前高考综合考试的大趋势。

[第二，编写体系完善科学,使诸多好题“物尽其用”,“好”副其实。]

《名校好题》基于小学到中学各个学科的知识体系，按照知识专题编写而成。高中按专题将每科细分为两到三册；初中和小学则一科一册，在册内划分专题。这样既适于配合学习巩固新知，又适于临考复习，学生也可以挑选自己的薄弱学科专题进行强化训练，适用范围相当广泛。

本丛书以中、高考要求为导向，以基础知识为依托，以好题为载体，以创新思维为核心，以能力运用为宗旨，全方位引导学生对同一个问题，从不同角度进行剖析，使学生学会辨析概念、综合概括并解决实际问题，最终形成流畅变通的思维方式。

书中每科知识点依中、高考要求的难度层次，给出一至三道例题，在对例题的分析解答中，提供了“进入→攻击→解答→回顾→扩展”这一整套科学的思考方式，提出两种以上解题思路和方法，充分发掘所选好题的内在精华，达到启发学生思路，培养创造性思维能力的目的。更为实用的是，本丛书要求读者亲自参与每个题目的练习，并且在练习后的“提示·分析·解答”中至少给出一种详细的全过程解答，将学生解题过程中的疑惑转化为经验，并最终形成科学的思维习惯。

一流的编写队伍

本丛书的编写者们，都是在教学一线，具有五年以上带升学班级经验的特高级教师，他们来自：北京四中、北大附中、人大附中、北京五中、黄冈中学、荆州中学等。这些老师们在选取题目、构造题目、解读题目等方面煞费苦心，使本书的编写质量不同一般。

作为立足于教育领域，积极策划出版教学辅导书的我们，殷切期望读者与我们多交流，多提宝贵意见和建议，使我们的图书质量更高，使我们的服务质量更高。

由于编写时间有限编写者们水平有限，不妥之处，请读者不吝赐教。

编 者

2001年10月

AMA11/11

本书导读

例题1 （2001年上海高考试卷）

将0.1摩尔铝投入含有0.2摩尔NaOH溶液中，加热完全反应后，试解答下列问题：

(1)在标准状况下生成H_2多少升？

进入

审题过程：讲解如何审题，如何把握题给条件对问题求解的意义。

攻击

具体解题思路：至少清晰详细地表述三种不同的思路，为明确表达，有的采用框图等直观的形式。

解答（试试看）

解答（试试看）：具体给出解答的步骤；或者由读者根据“攻击”的步骤自己尝试写出解答，多为较简单的或者攻击中讲解详细的内容。

推广

题目的延伸：方法的推演通用，知识横向的联系等，有的采用框图等直观的形式。

回顾

对此例题进行总结，包括方法、知识背景等。

例题

每题至少三种解题思路，详细清晰地剖析，涵盖本知识块儿的易考内容，揭示尽可能多的解题方法。

练习

题目已注明出处，多为高升学率的地区、学校的单元练习、模拟自测、升学考试，如江浙、湖北、上海、北京等地区，题型多为问答和计算，题后留有空白，并留有一栏草稿，方便做答并检查。

提示·分析·解答

习题的答案根据代表性和启发性给出提示或至少一种思路，部分题目在解法后给出了举一反三栏目，目的是由此题推展开，促进读者对知识的理解，一通百通，达到熟练解题，熟练运用各种解题思路和方法的目的。

CONTENTS

目录

第一章

直线形

例题 1

已知：如图 1-1，P 为$\triangle ABC$ 边 BC 上的一点，且 $PC=2PB$，$\angle ABC=45^\circ$，$\angle APC=60^\circ$. 求：$\angle ACB$.

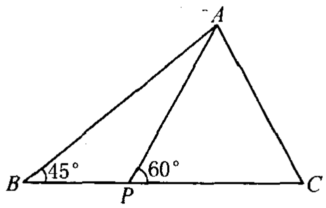

图 1-1

进入

已知条件中有特殊角，应添高，把特殊角放在直角三角形中研究，可以通过设未知数，解方程的方法得到结论. 又已知在同一直线上的两条线段的比值，可以通过折叠，旋转，把成比例的两条线段放在同一个三角形中研究，也可以找一个中间量代替，过渡.

攻击

[思路一]如图 1-1(A)，过 C 作 $CD\perp AP$ 于 D，把 60°角放在 Rt$\triangle CDP$ 中研究，这样找到过渡线段 PD，$PD:PC=1:2$，而 $BP:PC=1:2$，可推出 $BP=PD$，连 BD，进一步求出 $DA=DB=DC$，$\angle ACB$ 可得.

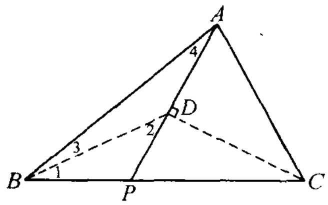

图 1-1(A)

[思路二]如图 1-1(B). 过 A 作 $AE\perp BC$ 于 E，把 60°角放在 Rt$\triangle AEP$ 中研究，通过代数法，建立方程，解出 AE，求出 CE，得$\dfrac{AE}{EC}$，则$\angle ACB$ 可求.

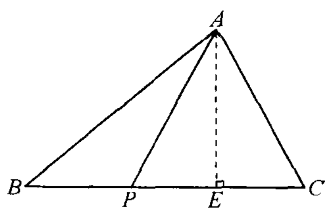

图 1-1(B)

[思路三]把$\triangle APC$ 沿 AP 折叠(如图 1－1(C))，让 C 落在 C'处. 根据轴对称性质，求$\angle ACB$ 转化为求$\angle AC'P$，而 $BP:PC=1:2$，转化为 $BP:PC'=1$

:2，容易求出：$\angle C'BP=90^\circ$，BA 为$\angle C'BP$的平分线，PA 是$\angle C'PC$ 平分线，$\angle AC'P$ 可得，即$\angle ACB$ 可得.

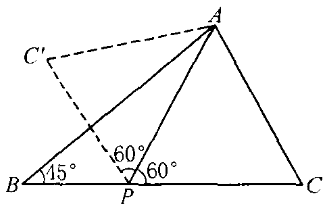

图 1-1(C)

解答

如图 1-1(A)，作 $CD\perp AP$，垂足为 D，连结 BD.

$\because$ $\angle APC=60^\circ$，$\therefore$ $\angle DCP=30^\circ$，且 $DP:PC=1:2$.

$\because$ $BP:PC=1:2$，$\therefore$ $DP=BP$，

$\therefore$ $\angle 1=\angle 2=30^\circ$，$\therefore$ $\angle 3=\angle 4=15^\circ$. $\therefore$ $DA=DB$.

$\because$ $\angle 1=\angle DCP=30^\circ$，$\therefore$ $CD=BD=AD$.

$\therefore$ $\angle ACD=45^\circ$. $\therefore$ $\angle ACB=75^\circ$.

回顾

思路一，思路二都运用化归方法把 60°角放在直角三角形中去处理，思路三运用轴对称思想把所求角进行了转化，也充分运用了直角三角形和角平分线的性质. 注意从不同角度去处理几何题，但核心是充分利用已知，把所求量转化三角形边、角关系去处理.

例题 2 （2000 年荆门题）

已知：E 是正方形$ABCD$ 的边BC 上的中点，F 是 CD 上一点，AE 平分$\angle BAF$. 求证：$AF=BC+CF$.

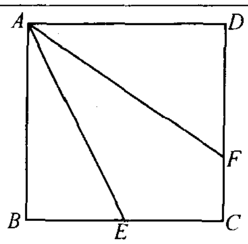

图 1-2

进入

已知在一个正方形内，有$\angle BAF$ 的平分线和BC 边中点E，求一条线段 AF 等于两条线段的和. 常用方法有截短或补长，让两条线段相等. 要证明两条截短或补长后的线段相等，最常用方法是利用证明三角形全等或利用等腰三角形的性质来判断.

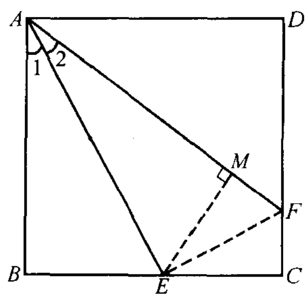

图 1-2(A)

攻击

[思路一]如图 1-2(A)，作 $EM\perp AF$，垂足为 M. 利用三角

形全等，可证出 $AB=AM$，$MF=FC$，其本质是截短，即在长的线段上截取.

[思路二]如图 1-2(B)，连结 FE，并延长与 AB 的延长线交于点 M.

证 $Rt\triangle BME \cong Rt\triangle CFE$，有 $BM=CF$，$ME=FE$. 由 $\angle 1=\angle 2$ 知 $AM=AF$，即 $AF=BC+CF$. 其解法本质是补长，即将短的线段延长.

[思路三]从图形 1-2(C)中可看出，$ABCF$ 是一梯形，E 是一腰的中点，作 $EM // AB$，从梯形中位线性质知 $ME=(AB+CF)/2$，由题设知，$\angle 1=\angle 2=\angle 3$，$AM=MF=ME$. 有 $AF=BC+FC$.

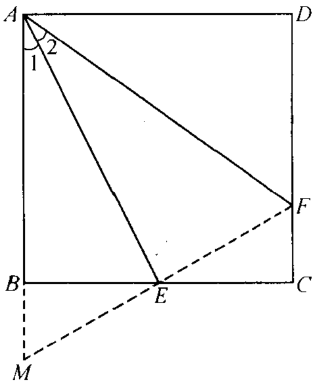

图 1-2(B)

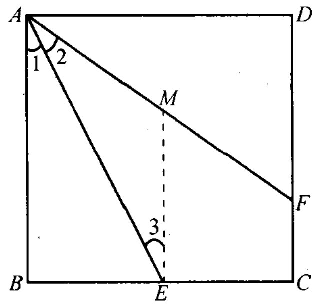

图 1-2(C)

解答

如图 1-2(A)，作 $EM \perp AF$ 于 M.

$\because$ $\angle 1=\angle 2$，AE 是公共边，

$\therefore$ $Rt\triangle ABE \cong Rt\triangle AME$.

$\therefore$ $AM=AB=BC$，$EM=BE$. ①

连结 EF，E 是 BC 中点，

$\therefore$ $EC=BE=EM$. $\therefore$ $Rt\triangle EMF \cong Rt\triangle ECF$.

$\therefore$ $FM=FC$. ②

综合①、②得 $AF=AM+MF=BC+CF$.

回顾

证线段相等最基本方法是利用两个三角形全等，其对应边相等；当两边为一个等腰三角形两腰时，或当两边为平行四边形一组对边时，它们均相等. 或需要时采取截短、补长是常用的技巧. 从思路三可知要注意观察图形特征. 把学过的知识综合考虑也会得到十分简捷证法.

例题 3 （1997 年无锡题）

如图 1-3，在等腰梯形 $ABCD$ 中，$AB // CD$，对角线 $AC \perp BD$，垂足为 O，$BC = 13\sqrt{2}$，设 $AB = a$，$CD = b$，$a + b = 34$.

(1)求 a，b；

(2)设 $-6\sqrt{2} < t < 6\sqrt{2}$，问：是否存在实数 m，$n(m > n)$，使得关于 x，y 的方程组

$$\begin{cases} x - 2y = m + n, \\ x + y = m^2 + n^2 + 2t \end{cases} \text{的解恰为} \begin{cases} x = a, \\ y = b? \end{cases}$$

如果存在，说明理由，并判断点(m, n)在第几象限？如果不存在，请证明.

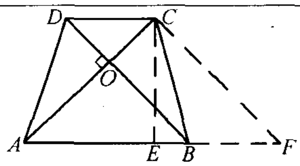

图 1-3

进入

要综合审题，提炼内容，分出层次.

第一问的层次是：

(1)图形是等腰梯形，即 $AD = BC$.

(2)对角线互相垂直，即 $AC \perp BD$.

(3)已知腰 $BC = 13\sqrt{2}$，两底和 $a + b = 34$，即 $AB + DC = 34$.

(4)求两底 a，b，即 AB、DC.

第二问的层次是：

(1)有一方程组 $\begin{cases} x - 2y = m + n, \\ x + y = m^2 + n^2 + 2t. \end{cases}$

(2)方程组有一确定的解 $\begin{cases} x = a, \\ y = b. \end{cases}$

(3)方程组中 t 满足 $-6\sqrt{2} < t < 6\sqrt{2}$.

(4)是否存在实数 m，n 满足上述关系.

(5)如存在，判断点(m, n)在第几象限.

(6)如不存在，请证明.

攻击

本题归为两条解题思路.

(1)求 a，b 的思路.

①由已知图形为等腰梯形，且对角线互相垂直，从而思考把等腰梯形转化为等腰直角三形的思路，由此可添出辅助线，把 a，b 移至同一线段 AF 上.

②由已知两底和一腰长而思考能否求出两底差的思路，这样把条件与问题通过两条

思路联系起来了.

(2)确定实数 m、n 是否存在的思路:

一条思路是假定实数 m、n 存在，并满足 $\begin{cases}x=a,\\ y=b\end{cases}$ 为方程组 $\begin{cases}x-2y=m+n,\\ x+y=m^2+n^2+2t\end{cases}$ 的解出发，进行推理，最后确定 m、n 的存在与否；另一条思路是先解出 m、n，通过根的判别式来判定有解，得出结论.

解答

(1)过点 C 作 $CE\perp AB$ 于 E，$CF\,/\!/\,DB$ 交 AB 的延长线于 F.

$\because$ 由梯形 $ABCD$ 知，$DC\,/\!/\,BF$，$DCFB$ 为平行四边形，

$\therefore$ $AF=a+b=34$. 又 $\triangle ACF$ 为等腰直角三角形，于是 $CE=AE=EF=17$.

$\therefore$ $BE=\sqrt{BC^2-CE^2}=7$,

$\because$ 由 $ABCE$ 是等腰梯形，

$\therefore$ $EB=\dfrac{1}{2}(a-b)$，故 $a-b=14$.

由 $\begin{cases}a-b=14,\\ a+b=34.\end{cases}$ 得 $\begin{cases}a=24,\\ b=10.\end{cases}$

(2)假定存在满足题设条件的实数 m，$n(m>n)$.

则有 $\begin{cases}m+n=4,\\ m^2+n^2+2t=34.\end{cases}$ 得 $m^2-4m+t-9=0$.

$\Delta=16-4(t-9)=4(13-t)$，而 $-6\sqrt{2}<t<6\sqrt{2}$,

$\therefore$ $13-6\sqrt{2}<13-t<13+6\sqrt{2}$,

即 $\Delta>0$，方程有实数解.

解得　$m=2+\sqrt{13-t}>0$，$n=4-m=2-\sqrt{13-t}<0$.

故实数 m、$n(m>n)$存在，使解恰为 $\begin{cases}x=a,\\ y=b.\end{cases}$ 点(m,n)在第四象限.

回顾

解综合题既是对知识、能力的考查，也是对心理素质的考查. 要善于把题中条件与结论之间通过知识点沟通，理出一条完整的思路. 对于条件要善于分解，以便找出沟通结论的桥梁.

◇练　习◇

草　稿

1．(2000 年长沙题) 已知：如图 1-4，$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，AD 是中线，$BE=CF$．(1)求证：$\triangle BDE \cong \triangle CDF$；(2)当$\angle B=60°$时，过 AB 中点G，作 $GH /\!/ BD$，交 AD 于H．求证：$GH=\frac{1}{4}AB$．

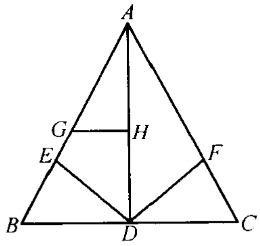

图 1-4

2．已知：如图 1-5，正方形 $ABCD$ 边长为 12，F 是 AD 上一点，E 是AB 延长线上一点，且 $FC \perp EC$，$S_{\triangle ECF}=\frac{169}{2}$．(1)求证：$\triangle ECF$ 为等腰直角三角形；(2)求：BE 的长；(3)求：$Rt\triangle CDF$ 内切圆的半径．

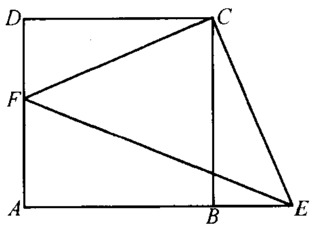

图 1-5

3．如图1-6，已知梯形 $ABCD$ 中，$AB \parallel CD$，中位线 $EF=7\text{cm}$，对角线 $AC \perp BD$，$\angle BDC=30^\circ$，求梯形的高 AH 的长．

草 稿

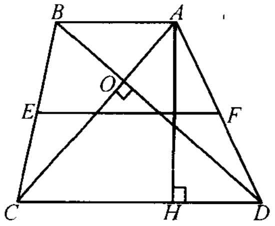

图 1-6

4．(2001 年山西题)

(1)阅读下列材料，补全证明过程：

已知：如图1-7，矩形 $ABCD$ 中，AC、BD 相交于 O，$OE \perp BC$ 于 E，连结 DE 交 OC 于点 F，作 $FG \perp BC$ 于 G．

求证：点 G 是线段 BC 的一个三等分点．

(2)请你仿照上面的画法，在原图上画 BC 的一个四等分点(要求：保留画图痕迹，不写画法及证明过程)．

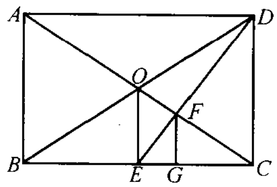

图 1-7

草 稿

5. 如图 1-8，在$\square ABCD$中，M是OB中点，连AM延长至P，使$AM=MP$，连DP交AC于N.求证：(1) $MN \parallel AD$；(2) $S_{四边形MPNO}=S_{\triangle OBC}$.

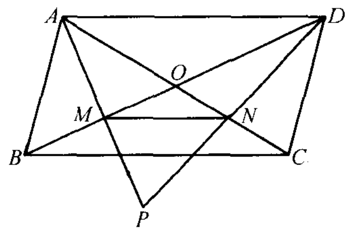

图 1-8

6. 如图 1-9，已知$\triangle ABC$和$\triangle ABC$内一点M，求作点P，使P点到AC和CB的距离相等，且使$PM=CM$.

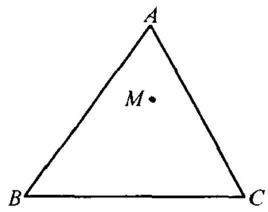

图 1-9